# WOJSKOWA AKADEMIA TECHNICZNA

im. Jarosława Dąbrowskiego

# WYDZIAŁ INŻYNIERII LĄDOWEJ I GEODEZJI



# **ROZPRAWA DOKTORSKA**

# DYNAMICZNE ODDZIAŁYWANIE POJAZDU SZYNOWEGO NA NAWIERZCHNIĘ KOLEJOWĄ ZE SZCZEGÓLNYM UWZGLĘDNIENIEM ZJAWISKA EFEKTU PROGOWEGO.

Autor: mgr inż. Tomasz Lewandrowski Promotor pracy: dr hab. inż. Włodzimierz Idczak, prof. WAT Promotor pomocniczy: dr inż. Jacek Trzmiel

Warszawa, 2020

Serdecznie podziękowania składam:

Promotorowi Panu dr. hab. inż. Włodzimierzowi Idczak, prof. WAT za poświęcony czas, cenne rady i życzliwość,

Promotorowi pomocniczemu **Panu dr. inż. Jackowi Trzmielowi** za możliwość konsultacji i pomoc w przygotowywaniu rozprawy doktorskiej,

Firmie

**P.P.H. WObit E.K.J. Ober s.c.** za udostępnienie sprzętu pomiarowego do przeprowadzenia badań nawierzchni kolejowej,

Zakładowi Linii Kolejowych w Ostrowie Wielkopolskim PKP Polskich Linii Kolejowych S.A. za umożliwienie przeprowadzenia badań nawierzchni kolejowej na terenie Ostrowa Wielkopolskiego.

STRESZCZENIE PRACY W JĘZYKU POLSKIM7						
STRESZCZENIE PRACY W JĘZYKU ANGIELSKIM9						
WSTĘP						
1.	Rozwiązania konstrukcyjne nawierzchni kolejowej	13				
1.1.	Efekt progowy	13				
1.2.	Nawierzchnia podsypkowa	15				
1.3.	Nawierzchnie bezpodsypkowe	29				
1.4.	Podtorze kolejowe					
1.5.	Porównanie nawierzchni podsypkowej i bezpodsypkowej	41				
2.	Czynniki techniczno-eksploatacyjne wpływające na konstrukcję					
	NAWIERZCHNI KOLEJOWEJ	44				
2.1.	Parametry techniczne	45				
2.2.	Czynniki eksploatacyjne	51				
3.	ANALITYCZNY I NUMERYCZNY MODEL NAWIERZCHNI KOLEJOWEJ	54				
3.1.	Model analityczny	56				
3.2.	Metoda różnic skończonych	64				
3.3.	Numeryczny model pojazd-nawierzchnia-podłoże gruntowe	67				
4.	BADANIA	88				
4.1.	Technologia skaningu laserowego	88				
4.2.	Badania nawierzchni kolejowej	90				
5.	ANALIZA NUMERYCZNA	103				
5.1.	Uwarunkowania numeryczne	103				
5.2.	Porównanie wyników analizy numerycznej z wynikami doświadczalnymi	111				
5.3.	Analiza rozwiązań różnych typów konstrukcji stref przejściowych	121				
6.	Podsumowanie i wnioski	130				
7.	SPIS TABEL	133				
8.	Spis rysunków	135				
9.	BIBLIOGRAFIA	141				
10.	ZAŁĄCZNIKI	146				

#### STRESZCZENIE PRACY W JĘZYKU POLSKIM

### Temat:

# DYNAMICZNE ODDZIAŁYWANIE POJAZDU SZYNOWEGO NA NAWIERZCH-NIĘ KOLEJOWĄ ZE SZCZEGÓLNYM UWZGLĘDNIENIEM ZJAWISKA EFEKTU PROGOWEGO.

Autor: mgr inż. Tomasz Lewandrowski Promotor: dr hab. inż. Włodzimierz Idczak, prof. WAT Promotor pomocniczy: dr inż. Jacek Trzmiel

W pracy przeprowadzono analizę dynamicznego oddziaływania pojazdu szynowego na różne rozwiązania konstrukcji nawierzchni kolejowej ze szczególnym uwzględnieniem zjawiska efektu progowego w obrębie stref przejściowych obiektu inżynieryjnego. Zidentyfikowano problem występowania miejscowo zmiennej sztywności nawierzchni kolejowej, co w konsekwencji prowadzi do przyśpieszonej degradacji konstrukcji i konieczności ponoszenia zwiększonych nakładów na utrzymanie infrastruktury w należytym stanie.

Na podstawie rozważań analitycznych i numerycznych stworzono model obliczeniowy, dzięki któremu możliwe jest określenie wpływu zróżnicowanego podparcia szyny na odpowiedź dynamiczną całej konstrukcji. Punktem wyjścia do rozważań była belka Bernoulliego-Eulera znajdująca się na sprężystym podłożu Winklera. Uwzględniono dynamiczne obciążenie spowodowane przejazdem wieloosiowego pojazdu szynowego oraz zróżnicowane parametry różnych typów nawierzchni. W konsekwencji uzyskano równanie różniczkowe czwartego rzędu. Zostało ono rozwiązane metodą różnic skończonych. Do numerycznego rozwiązania zagadnienia napisano skrypt w języku MATLAB.

W celu weryfikacji i walidacji stworzonego algorytmu przeprowadzono badania in-situ przemieszczenia pionowego szyny kolejowej obciążonej dynamicznie. W tym celu wykorzystano technologię skaningu laserowego.

W końcowej części pracy badawczo-teoretycznej sformułowano trzy grupy wniosków dotyczących: metody różnic skończonych, technologii skaningu laserowego oraz wpływu stopniowej zmiany sprężystości podparcia szyny na złagodzenie skutków dynamicznego oddziaływania pojazdu szynowego na nawierzchnię.

### STRESZCZENIE PRACY W JĘZYKU ANGIELSKIM

# Thesis summary

### Subject:

# DYNAMIC IMPACT OF A RAIL VEHICLE ON A RAILWAY INFRASTRUCTURE WITH PARTICULAR FOCUS ON THE PHENOMENON OF THRESHOLD EFFECT.

Author: mgr inż. Tomasz Lewandrowski Supervisor: dr hab. inż. Włodzimierz Idczak, prof. WAT Auxiliary Supervisor: dr inż. Jacek Trzmiel

The analysis of dynamic impact of a rail vehicle on various types of a railway infrastructure with particular focus on the phenomenon of threshold effect within the transition zones of an engineering facility has been conducted in this thesis. The problem of a locally variable stiffness of the railway infrastructure has been identified, which in turn leads to the accelerated infrastructure degradation and the necessity of increase expenditures on maintaining the infrastructure in the desirable condition.

Using the analytical and numerical background, the computational model has been created, on the basis of which, it is possible to determine the impact of the various rail support on the dynamic response of the entire infrastructure. The Bernoulli-Euler beam on Winkler foundation had been the starting point for further considerations. The dynamic load, caused by the passage of the multi-axle rail vehicle, has been taken into account. Various vibration damping properties of various types of the infrastructure has been included as well as. Consequently, the fourth order differential equation has been obtained. It has been solved by using the finite difference method. The script in MATLAB environment has been created to solve the problem numerically.

Field measurements of vertical displacements of the dynamically loaded rail had been carried out in order to verify and validate the created algorithm. The laser scanning technology has been used for this purpose.

Three groups of conclusions have been formulated from research and theoretical work. They concern: finite difference method, laser scanning technology and impact of gradual changes in the elasticity of the rail support on mitigating dynamic impact of the rail vehicle on the railway infrastructure.

# WSTĘP

W pracy zidentyfikowany został problem występowania miejscowo zmiennej sztywności nawierzchni kolejowej w obrębie stref przejściowych obiektu inżynieryjnego, co w konsekwencji prowadzi do przyśpieszonej degradacji konstrukcji i konieczności ponoszenia zwiększonych nakładów na utrzymanie infrastruktury w należytym stanie.

Celem pracy jest analiza dynamicznego oddziaływania pojazdu szynowego na różne rozwiązania konstrukcji nawierzchni kolejowej ze szczególnym uwzględnieniem zjawiska efektu progowego w obrębie stref przejściowych obiektu inżynieryjnego.

W ramach przygotowywania niniejszej rozprawy przeanalizowano szereg krajowych oraz zagranicznych pozycji literaturowych dotyczących takich zagadnień jak: rozwiązania konstrukcyjne nawierzchni kolejowej, analiza numeryczna, metoda różnic skończonych, a przede wszystkim efekt progowy w nawierzchni kolejowej.

Zjawisko efektu progowego wynika z różnych parametrów sąsiadujących ze sobą różnych nawierzchni. Jest to szczególnie zauważalne w okolicach obiektów inżynieryjnych. W miejscach zmiany rodzaju nawierzchni w strefach przed i za obiektem tworzą się nierówności pionowe szyn (niecki), które powiększają się podczas eksploatacji i powodują dalsze deformacje. Na skutek obciążeń dynamicznych często dochodzi do unoszenia się rusztu torowego, wzrostu wichrowatości toru oraz nierównomiernego zużywania się szyn i uszkadzania przytwierdzeń na obu rodzajach nawierzchni. Mogą tworzyć się luki pod podkładami, co zagraża stateczności konstrukcji. Efekt progowy ma negatywny wpływ nie tylko na nawierzchnię kolejową, ale także na obiekt, który jest narażony na nadmierne obciążenia i drgania.

Przyczyny występowania zjawiska efektu progowego można podzielić na pierwotne (mechaniczne) oraz wtórne (geometryczne). Wśród przyczyn pierwotnych wyróżnia się: zmianę sprężystości podłoża, zmianę sztywności na zginanie układu nośnego, zmianę masy nawierzchni oraz zmianę wartości tłumienia nawierzchni. Wśród przyczyn wtórnych wymienia się: stale występujący efekt pierwotny, osiadanie podsypki i podtorza w wyniku działania obciążeń dynamicznych i drgań oraz nierówności i wady geometryczne szyn.

Tezą pracy jest założenie, że stopniowa zmiana sprężystości podparcia szyny w obrębie stref przejściowych obiektu inżynieryjnego zmniejsza negatywny wpływ dynamicznego oddziaływania pojazdu szynowego na nawierzchnię kolejową, a takie rozwiązanie jest lepsze w porównaniu do skokowej zmiany sprężystości podparcia.

W toku realizacji podjętego tematu, na potrzeby wykonania przedmiotowej analizy dynamicznego oddziaływania pojazdu na nawierzchnię kolejową, stworzony został model obliczeniowy, pozwalający określić wpływ zróżnicowanego podparcia szyny na odpowiedź dynamiczną całej konstrukcji. Punktem wyjścia do rozważań była belka Bernoulliego-Eulera znajdująca się na sprężystym podłożu Winklera. Uwzględniono dynamiczne obciążenie spowodowane przejazdem wieloosiowego pojazdu szynowego oraz zróżnicowane parametry różnych typów nawierzchni. W konsekwencji uzyskano równanie różniczkowe czwartego rzędu. Zostało ono rozwiązane metodą różnic skończonych. Do numerycznego rozwiązania zagadnienia opracowano skrypt w języku MATLAB. W celu weryfikacji i walidacji stworzonego algorytmu przeprowadzono badania in-situ przemieszczenia pionowego szyny kolejowej obciążonej dynamicznie. Badania zostały przeprowadzone z wykorzystaniem technologii skaningu laserowego.

Wartością dodaną pracy jest szczegółowy i transparentny opis opracowanego algorytmu numerycznego, który został zweryfikowany przez badania terenowe. Może on zostać wykorzystany do dalszych analiz zarówno zjawiska efektu progowego jak i innych obliczeń związanych z modelowaniem układu pojazd szynowy-nawierzchnia kolejowa. Jednocześnie, należy podkreślić, że opracowanie algorytmu z wykorzystaniem metody różnic skończonych nie wiąże się z koniecznością stosowania skomplikowanego oraz drogiego oprogramowania komputerowego.

W pracy wprowadzono nowy, autorski współczynnik efektywnego usztywnienia szyny odwzorowujący sposób przytwierdzenia szyny w różnych rozwiązaniach konstrukcyjnych nawierzchni kolejowej.

W rezultacie przeprowadzonych analiz, sformułowano trzy grupy wniosków dotyczących: metody różnic skończonych, technologii skaningu laserowego oraz wpływu stopniowej zmiany sprężystości podparcia szyny na złagodzenie skutków dynamicznego oddziaływania pojazdu szynowego na nawierzchnię.

12

#### 1. Rozwiązania konstrukcyjne nawierzchni kolejowej

Podstawowym zadaniem nawierzchni jest umożliwienie bezpiecznego i stabilnego prowadzenia pojazdu szynowego po określonej trajektorii oraz przejmowanie obciążenia z kół pojazdu szynowego i przekazywania ich na podtorze. Można wyróżnić dwa podstawowe typy nawierzchni: 1) nawierzchnię klasyczną (podsypkową) oraz 2) nawierzchnię niekonwencjonalną (bezpodsypkową). Oba rozwiązania szczegółowo opisano w dalszych podpunktach poniższego rozdziału wraz z podaniem poszczególnych składowych elementów oraz funkcji jakie spełnia każdy z nich. Opisane zostały także funkcje i budowa podtorza kolejowego. Jako punkt wyjścia do rozważań został przedstawiony problem efektu progowego, czyli sytuacji nagłej skokowej zmiany sztywności nawierzchni kolejowej.

### 1.1. Efekt progowy

Z uwagi na szereg zalet nawierzchni bezpodsypkowych (między innymi mniejszą grubość i mniejszą masę) są one często wykorzystywane na obiektach inżynieryjnych, takich jak mosty i wiadukty, a także w tunelach. W przypadku gdy na szlaku zabudowana jest nawierzchnia podsypkowa, a na obiekcie bezpodsypkowa, na dojeździe do obiektu oraz za nim występuje zjawisko określane jako efekt progowy.

Przyczyny występowania zjawiska efektu progowego można podzielić na dwie grupy: 1) pierwotne, inaczej mechaniczne oraz 2) wtórne, inaczej geometryczne. Wśród przyczyn pierwotnych wyróżnia się następujące czynniki: 1) zmianę sprężystości podłoża, 2) zmianę sztywności na zginanie układu nośnego, 3) zmianę masy nawierzchni oraz 4) zmianę wartości tłumienia nawierzchni. Wśród przyczyn wtórnych wymienia się: 1) stale występujący efekt pierwotny, 2) osiadanie podsypki i podtorza w wyniku działania obciążeń dynamicznych i drgań oraz 3) nierówności i wady geometryczne szyn [55].

Efekt progowy wywołuje wzrost oddziaływań koło-szyna oraz przeciążenia podsypki i podtorza. W strefach przed i za obiektem tworzą się nierówności pionowe szyn (niecki), które powiększają się podczas eksploatacji i powodują dalsze deformacje. Na skutek obciążeń dynamicznych często dochodzi do unoszenia się rusztu torowego, wzrostu wichrowatości toru oraz nierównomiernego zużywania się szyn i uszkadzania przytwierdzeń na obu rodzajach nawierzchni. Mogą tworzyć się luki pod podkładami, co zagraża stateczności konstrukcji.

Znaczący wpływ na efekt progowy ma zjawisko różnej efektywnej sztywności zginania szyny w przypadku nawierzchni podsypkowej i bezpodsypkowej. Przymocowana za pomocą przytwierdzeń szyna ulega cyklicznemu dociskaniu i unoszeniu. W przypadku nawierzchni

13

bezpodsypkowych siła potrzebna do podniesienia szyny jest o wiele większa, dzięki czemu nie występuje lokalna utrata wzajemnego kontaktu pomiędzy poszczególnymi elementami nawierzchni. Istota większej efektywnej sztywności zginania jest szczególnie widoczna: 1) w przypadku systemów szyny w otulinie, gdzie szyna zatopiona jest w sprężystej masie, która ogranicza jej swobodę zginania oraz 2) w przypadku bezpośredniego przytwierdzenia szyny do płyty nośnej lub mocowania szyny do mostownic [52].

Efekt progowy ma negatywny wpływ nie tylko na nawierzchnię kolejową, ale także na obiekt, który jest narażony na nadmierne obciążenia i drgania. Przyjmuje się, że różnica sztywności toru na obiekcie i poza nim nie powinna wynosić więcej niż 30 % [52], [53], [55]. Przejście z nawierzchni podsypkowej do bezpodsypkowej pokazano na Rys. 1.1.



Rys. 1.1 Przejście z nawierzchni podsypkowej do bezpodsypkowej jako przyczyna efektu progowego – opracownie własne na podstawie [33].

# 1.2. Nawierzchnia podsypkowa

Nawierzchnia klasyczna składa się z rusztu torowego ułożonego na warstwie tłucznia (inaczej podsypki kolejowej). Całość znajduje się na specjalnie przygotowanej konstrukcji ziemnej nazywanej podtorzem lub na obiekcie inżynieryjnym. Ruszt torowy tworzą dwie równoległe szyny ułożone na podkładach kolejowych, do których przymocowane są za pomocą przytwierdzeń. Na Rys. 1.2 przedstawiono przykład takiego rozwiązania konstrukcyjnego.



Rys. 1.2 Przykład klasycznej nawierzchni kolejowej – fotografia własna.

Na Rys. 1.3 poglądowo przedstawiono główne elementy stosowane do budowy nawierzchni podsypkowej. Są one w różnym stopniu narażone na uszkodzenia wywołane występowaniem zjawiska efektu progowego. Każdy z elementów został opisany w osobnym podpunkcie poniżej.



Rys. 1.3 Nawierzchnia podsypkowa – elementy – opracowanie własne.

# 1.2.1. Szyny

Szyny spełniają trzy podstawowe funkcje: 1) prowadzenie pojazdów szynowych po określonej trajektorii, 2) przejmowanie obciążeń od kół taboru kolejowego i przekazywanie ich na niższe warstwy konstrukcji oraz 3) tworzenie sieci powrotnej dla prądu zasilającego trakcję elektryczną (w przypadku linii zelektryfikowanych).

W konstrukcji szyny wyróżnia się trzy zasadnicze części: 1) główkę, 2) szyjkę i 3) stopkę. Główka szyny jest częścią, która ma bezpośredni kontakt z kołem pociągu. Z tego powodu jej kształt powinien zapewniać odpowiednią współpracę tych dwóch elementów. Stabilne oparcie szyny o podkład zapewnia stopka. Elementem łączącym stopkę i główkę szyny jest szyjka. Musi ona zapewniać właściwą sztywność giętną i odporność na wyboczenie. Połączenie szyjki z główką oraz szyjki ze stopką wyokrągla się łukami o promieniu minimum 6 milimetrów – zabieg ten pozwala uniknąć koncentracji naprężeń w miejscach połączeń [16].

Najpopularniejszymi rodzajami szyn stosowanymi w Europie są szyny 49E1 oraz 60E1. Liczba w tej nomenklaturze oznacza przybliżoną masę jednego metra bieżącego szyny wyrażoną w kilogramach. W Stanach Zjednoczonych masa szyny wyrażana jest natomiast w funtach na jeden jard bieżący.

Szyna 49E1 to szyna typu średniego, wykorzystywana na liniach pierwszorzędnych i drugorzędnych dedykowanych głównie dla ruchu pasażerskiego.

W ruchu mieszanym lub towarowym, gdzie naciski osi przekraczają 160 kN/oś uzasadnione jest stosowanie szyn o masie minimum 60 kg/m. Z tego powodu standardowy typ szyn stosowany w Europie to szyna o profilu 60E1. Jest to szyna typu ciężkiego stosowana na liniach magistralnych o dużym obciążeniu przewozami.

W przypadku linii dużych prędkości, gdzie występują prędkości przekraczające 300 km/h ÷ 350 km/h zalecane jest stosowanie szyn o profilu 60E2. Ma ona mniejsze promienie wyokrąglające główkę szyny, co powoduje (jak podają badania niemieckie), że jej profil ma lepszą odporność na uszkodzenia zmęczeniowo-kontaktowe [51].

Dodatkowo, należy wspomnieć o innych, mniej powszechnych, rodzajach szyn: 54E1 (popularna w krajach Europy Zachodniej), UIC60 (o nieznacznie większej masie od szyny 60E1) oraz S42 (szyna lekka, stosunkowo niska, obecnie już nie produkowana, ale wciąż często spotykana na sieci kolejowej). Najcięższe szyny to szyny typu R65 oraz R75 wykorzystywane w krajach byłych Republik Radzieckich oraz szyny typu AREA stosowane w USA. Obecnie najcięższą stosowaną szyną na świecie jest szyna AREA 155SE, której masa wynosi około 77 kg/m [16].

Abstrahując od masy, poszczególne rodzaje szyn rozróżniają wymiary geometryczne przekroju poprzecznego, a także różne procentowe rozłożenie materiału w główce, szyjce i stopce. Rys. 1.4 przedstawia przekrój geometryczny obecnie najczęściej stosowanej szyny 60E1. Na Rys. 1.5 zaprezentowano różnice w przekrojach poprzecznych kilku wybranych szyn.



Rys. 1.4 Szyna 60E1 – przekrój geometryczny [48].



Rys. 1.5 Różnice w przekrojach poprzecznych kilku wybranych szyn [16].

Szyny jako element mający bezpośredni kontakt z kołem pojazdu szynowego są najbardziej narażone na uszkodzenia, również te wynikające z negatywnego wpływu zjawiska efektu progowego. Do najpopularniejszych i najczęściej występujących wad szyn należą: uszkodzenia powierzchniowe, pęknięcia, wgłębienia, zużycie faliste, korozja oraz łuszczenie się. Najczęstsze rodzaje pęknięć to: 1) head-check (pęknięcia na powierzchni główki szyny pojawiające się w wyniku oddziaływania koło-szyna), 2) squat (wykruszenia powierzchni tocznej szyny występujące jako półkoliste lub w kształcie litery V) oraz 3) belgrospis (pęknięcia pojawiające się jednocześnie ze zużyciem falistym szyny i występujące w okolicach grzbietów fal zużycia w rozstawie 20 mm ÷ 100 mm) [18]. Najpopularniejsze wady szyn zostały przedstawione na Rys. 1.6, Rys. 1.7 oraz Rys. 1.8.



Rys. 1.6 Pęknięcia szyny typu head-check [63].



Rys. 1.7 Uszkodzenie szyny typu squat [36].



Rys. 1.8 Uszkodzenie szyny typu belgrospis [18].

# 1.2.2. Łączenie szyn

Szyny produkowane są w odcinkach o długościach do 360 metrów [84]. Konieczne jest zatem ich odpowiednie połączenie po dostarczeniu na miejsce wbudowania. Istnieją dwie metody połączenia szyn w toki szynowe: 1) wykorzystanie złączy szynowych, 2) wykonanie toru bezstykowego.

Połączenie szyn przy wykorzystaniu złączy szynowych to tor klasyczny. Złącza te można podzielić ze względu na: 1) sposób podparcia (podparte i wiszące), 2) możliwość demontażu (demontowalne i niedemontowalne) i 3) możliwości przewodzenia energii elektrycznej (izolowane i nieizolowane).

Złącze szynowe złożone jest z dwóch łubków, obejmujących końce sąsiednich szyn. Łubki mogą być czterootworowe lub sześciootworowe. Przez otwory przechodzą śruby łubkowe zwieńczone nakrętkami, co uniemożliwia ruch szyn względem siebie. Jeżeli złącze nie przewodzi prądu to dodatkowo składa się jeszcze z poprzecznej przekładki izolacyjnej oraz dwóch tulei izolacyjnych na śruby łubkowe. W przypadku złącza podpartego konieczne jest zastosowanie dwóch podkładów obok siebie, na których złącze jest oparte. Takie złącze może być wykorzystane jedynie przy zastosowaniu podkładów drewnianych. Niezależnie od rodzaju złączy należy pamiętać o pozostawieniu pewnego luzu pomiędzy końcami sąsiednich szyn z uwagi na termiczną rozszerzalność stali. Jego wielkość jest uzależniona od długości szyn oraz temperatury neutralnej – temperatury dla jakiej wartość sił podłużnych w szynie jest równa zero [48]. Rys. 1.9 oraz Rys. 1.10 przedstawiają przykłady złączy szynowych.



Rys. 1.9 Nieizolowane złącze podparte [16].



Rys. 1.10 Izolowane złącze wiszące klejono-sprężone [16].

Należy jednak pamiętać, że miejsca złączy są najsłabszymi fragmentami toku szynowego ze względu na koncentrację naprężeń w tych punktach. Złącza generują dodatkowe oddziaływania dynamiczne, negatywnie wpływające na poszczególne elementy nawierzchni kolejowej i podtorze. Mają one także wpływ na zwiększenie poziomu hałasu, bezpieczeństwo i spokojność jazdy.

Inny, korzystniejszy sposób połączenia szyn to wykonanie toru bezstykowego poprzez trwałe połączenie sąsiednich szyn za pomocą zgrzewania łukiem elektrycznym lub spawania termitowego (Rys. 1.11 i Rys. 1.12).



Rys. 1.11 Zgrzewanie szyn łukiem elektrycznym – fotografia własna.



Rys. 1.12 Złącze spawane [16].

Długość powstałych w ten sposób odcinków toru jest praktycznie nieograniczona. Jednocześnie nie występuje potrzeba używania śrub łubkowych, łubków itp., dzięki czemu generowane są oszczędności związane z mniejszym zużyciem stali. Istotne jest jednak prawidłowe utrzymanie toru bezstykowego. Ważne jest prawidłowe obsypanie podkładów tłuczniem, co zwiększa stateczność całej konstrukcji. Szerokość pryzmy podsypki licząc od czół podkładów powinna wynosić minimum 0,45 m, a gdy nie stosuje się mechanicznego zagęszczania tłucznia należy wykonać nadsypkę na wysokość przynajmniej 0,15 m (Rys. 1.13). Jest to szczególnie ważne na łukach poziomych, gdzie wymagana jest największa stateczność toru [39].



Rys. 1.13 Prawidłowy kształt pryzmy podsypki w torze bezstykowym [39].

Największym problemem, jeśli chodzi o utrzymanie toru bezstykowego, są występujące w nim naprężenia termiczne. Zwiększenie się temperatury szyny o jeden stopnień Celsjusza generuje wzrost tego rodzaju naprężeń o wartość około 2,5 MPa [10]. Nadmierny wzrost naprężeń może doprowadzić do wyboczenia toru, czyli deformacji w płaszczyźnie poziomej lub pionowej. Żeby temu przeciwdziałać należy prowadzić stałą diagnostykę toru bezstykowego oraz gdy zachodzi potrzeba wprowadzać ograniczenia prędkości ruchu pociągów oraz dokonywać regulacji naprężeń.

Każde połączenie szyn, niezależnie czy nastąpiło przy wykorzystaniu złączy szynowych czy jako wykonanie toru bezstykowego, jest najsłabszym elementem konstrukcji. W celu przeciwdziałania zjawisku efektu progowego należy unikać łączenia szyn w obrębie stref przejściowych przed oraz za obiektami inżynieryjnymi.

# 1.2.3. Podkłady

Szyny są oparte na podkładach kolejowych, których główną funkcją jest odbieranie nacisków z szyn i przekazywanie ich na podsypkę. Dodatkowo, podkłady zapewniają odpowiednią geometrię toru (stały rozstaw szyn oraz właściwy gradient szerokości), dając całej konstrukcji opór na przemieszczenia poprzeczne i podłużne. Z uwagi na materiał, z jakiego są wykonane, wyróżnia się dwa główne typy podkładów: 1) drewniane i 2) betonowe. Tor ułożony na tych dwóch typach podkładów przedstawiony został na Rys. 1.14 oraz na Rys. 1.15.



Rys. 1.14 Tor na drewnianych podkładach z przytwierdzeniami typu K [82].



Rys. 1.15 Tor na betonowych podkładach monoblokowych z przytwierdzeniami typu Nabla – fotografia własna.

Podkłady drewniane są najlżejsze (70 kg  $\div$  80 kg) i najbardziej elastyczne oraz mogą przenieść największe obciążenia. Są one wykonywane z drewna twardego jak buk lub dąb albo z drewna miękkiego jak sosna. Pomimo poddawania ich zabiegom nasycania środkami przeciwgnilnymi ich trwałość nie jest największa (około 20 lat) [81].

Z tego powodu oraz z uwagi na kwestie związane z ochroną środowiska powszechnie stosowane są, tańsze oraz niemal trzykrotnie cięższe, podkłady betonowe. Są to monoblokowe, fabrycznie sprężone elementy przeznaczone do określonych typów przytwierdzeń [50]. Najpopularniejszymi rodzajami podkładów betonowych w Polsce są podkłady INBK (przystosowane do przytwierdzeń typu K) oraz PS (przystosowane do przytwierdzeń typu SB). Pojedynczy betonowy podkład waży 220 kg  $\div$  300 kg, a jego długość to 2,30 m  $\div$  2,50 m. Jest nieznacznie wyższy w częściach skrajnych (0,180 m  $\div$  0,194 m) niż w części środkowej (0,125 m  $\div$  0,160 m). Szerokość podkładu wynosi 26 cm  $\div$  30 cm. Rozstaw podkładów w torze uzależniony jest od standardów konstrukcyjnych nawierzchni kolejowej i przeważnie wynosi 60 cm. Rys. 1.16 przedstawia wymiary podkładu PS-94 w zależności od zastosowanej szyny.



Rys. 1.16 Strunobetonowy podkład PS-94 [78]. Wymiary dotyczą szyn UIC60(60E1), w nawiasach podane zostały wymiary przy zastosowaniu dla szyn S49(49E1).

Pewną modyfikacją monoblokowych podkładów betonowych są podkłady dwublokowe stosowane między innymi we Francji [16]. Składają się one z dwóch betonowych bloków, które są połączone wypełnioną betonem rurą z tworzywa sztucznego lub też stalowym łącznikiem (Rys. 1.17).



Rys. 1.17 Schematyczny plan podkładu Bi-blokowego U-41 dla francuskiego TGV [16].

Graficzne porównanie dwóch typów podkładów betonowych zostało przedstawione na Rys. 1.18.



Rys. 1.18 Podkład a) betonowy dwublokowy, b) betonowy jednolity monoblokowy [16].

Dwublokowa konstrukcja umożliwia przenoszenie większych momentów zginających, a także daje większy opór na poprzeczne przesunięcia, dzięki większej liczbie powierzchni bocznych podkładu.

Większy opór na przemieszczenia boczne można także osiągnąć stosując opórki przeciwpełzne. Opórki mogą być montowane zarówno do podkładów drewnianych jak i betonowych (Rys. 1.19). Powinny one być wykorzystywane w miejscach występowania dużych sił poprzecznych, takich jak na przykład łuki poziome o małych promieniach. Dla odcinków linii kolejowych ze szczególnym obciążeniem ciężkimi przewozami towarowymi możliwym rozwiązaniem jest zastosowanie masywniejszych podkładów (o szerokości rzędu 90 cm i masie około 550 kg). Dzięki większej powierzchni podparcia naprężenia występujące w niższych warstwach nawierzchni są zdecydowanie mniejsze. Przykład takiego rozwiązania przedstawiono na Rys. 1.20.





Rys. 1.19 Opórka SN produkcji Vossloh [16].

Rys. 1.20 Podwójny żelbetowy podkład typu BBS [32].

W celu poprawienia zdolności podkładu do tłumienia drgań oraz jego sprężystości można zastosować beton z dodatkiem polimerów. Sprężystość nawierzchni można także poprawić przez przyklejenie do spodu podkładów podkładek USP z polimerów o znacznej sztywności. Zabieg ten nie ma znaczenia jeśli chodzi o oddziaływanie koło-szyna, ale powoduje zmniejszenie naprężeń w podsypce [63].

Inne mniej popularne typy podkładów, o których również należy wspomnieć to podkłady stalowe typu Ypsilon o naprzemiennej konstrukcji oraz podkłady polimerowe produkowane przez wysokociśnieniową kompresję włókien szklanych i pianki poliuretanowej, co zapewnia im dużą elastyczność i odporność na niekorzystne warunki atmosferyczne. Podkłady polimerowe są stosunkowo tanie i łatwe w recyklingu, po którym możliwe jest ich powtórne użycie na liniach o mniejszym natężeniu przewozów [87]. Rys. 1.21 oraz Rys. 1.22 prezentują te dwa rozwiązania.



Rys. 1.21 Stalowe podkłady typu Ypsilon [83].



Rys. 1.22 Układnie podkładów polimerowych [87].

# 1.2.4. Przytwierdzenia

W celu trwałego połączenia szyn i podkładów stosuje się przytwierdzenia. Dodatkowo, zapewniają one zachowanie stałego rozstawu i należytego pochylenia poprzecznego szyn w stosunku do osi toru. Przytwierdzenia można podzielić ze względu na: 1) materiał podkładów (przytwierdzenia do podkładów drewnianych, przytwierdzenia do podkładów betonowych i przytwierdzenia do podkładów stalowych), 2) sposób mocowania: 2.1) przytwierdzenia bezpośrednie, w których szyna i podkładka podszynowa są bezpośrednio przymocowane do podkładu oraz 2.2) przytwierdzenia pośrednie, w których szyna jest przymocowana do podkładki przytwierdzenia poprzez jeden zestaw mocujący, a samo przytwierdzenie do podkładu przez drugi), a także 3) sposób pracy (przytwierdzenia sprężyste, półsprężyste i sztywne). Niezależnie od typu, każde przytwierdzenie powinno spełniać wymagania stawiane przez Polską Normę odnoszącą się do wymagań eksploatacyjnych dla systemów przytwierdzeń [45].

Najpopularniejszymi stosowanymi przytwierdzeniami na liniach polskich są przytwierdzenia: 1) typu K (sztywne, pośrednie), 2) SKL (półsprężyste, półbezpośrednie) oraz 3) SB (sprężyste, bezpośrednie). W skład przytwierdzenia typu K wchodzą: 1) przekładka podszynowa, 2) podkładka żebrowa, 3) łapki sprężyste, 4) śruby stopowe z pierścieniami sprężystymi i nakrętkami oraz 5) wkręty z pierścieniami sprężystymi. Tego typu rozwiązanie z reguły jest stosowane na podkładach drewnianych. W skład przytwierdzenia SKL wchodzą: 1) przekładka podszynowa, 2) podkładka żebrowa, 3) łapki sprężyste, 4) śruby stopowe oraz 5) wkręty. Jest ono głównie używane na podkładach pod rozjazdem czyli na podrozjazdnicach – zarówno drewnianych jak i betonowych. W skład przytwierdzenia SB wchodzą: 1) ułożona bezpośrednio na podkładzie, przekładka polimerowa, 2) łapki sprężyste, 3) wkładki izolacyjne oraz 4) kotwy. Z uwagi na fakt, że kotwy są fabrycznie wbudowane w podkład, przytwierdzenia te mogą być stosowane tylko na podkładach betonowych. Zgodnie z badaniami [38], ten typ przytwierdzenia może być bezpiecznie wykorzystywany przy prędkościach do 250 km/h. Opisane powyżej trzy rodzaje przytwierdzeń zostały przedstawione na Rys. 1.23, Rys. 1.24 oraz Rys. 1.25.



Rys. 1.23 Przytwierdzenie typu K – fot. własna.



Rys. 1.24 Przytwierdzenie SKL12 – fot. własna.



Rys. 1.25 Przytwierdzenie SB3 [89].

Innymi typami przytwierdzeń, popularnymi szczególnie za granicą, są przytwierdzenia z rodziny Vossloh, Nabla oraz Pandrol Fastclip – Rys. 1.26, Rys. 1.27 oraz Rys. 1.28.



Rys. 1.26 Przytwierdzenie Vossloh [78].



Rys. 1.27 Przytwierdzenie Nabla [75].



Rys. 1.28 Przytwierdzenie Pandrol Fastclip [40].

Istotnymi elementami każdego przytwierdzenia, których rolę należy podkreślić, są przekładki podszynowe. Amortyzują obciążenia dynamiczne oraz tłumią drgania. Zrobione są z syntetycznego kauczuku o grubości 4,5 mm ÷ 9 mm. Przekładki można podzielić, ze względu na: 1) sztywność (miękkie, średnie i twarde) oraz 2) możliwości tłumienia drgań (tłumienie wysokie, średnie i niskie). Jednocześnie, przekładki są tymi elementami, które zapewniają odpowiednie pochylenie poprzeczne szyny w stosunku do osi toru [64].

# 1.2.5. Podsypka

W przypadku nawierzchni konwencjonalnej podkłady spoczywają na warstwie tłucznia. Warstwa ta jest inaczej nazywana podsypką. W nawierzchni klasycznej to newralgiczny element. To głównie podsypka warunkuje trwałość całej konstrukcji. Do jej podstawowych zadań zalicza się: 1) przejęcie obciążeń z podkładów i przekazanie ich na podtorze, 2) odprowadzenie wody z nawierzchni oraz 3) zapewnienie należytej stateczności i sprężystości konstrukcji. Średnica ziaren kruszywa na podsypkę powinna zawierać się w przedziale 31,5 mm ÷ 63 mm. Kruszywo na podsypkę musi spełniać wymagania w zakresie: 1) wytrzymałości na ściskanie, 2) ścieralności, 3) nasiąkliwości i 4) mrozoodporności, które są szczegółowo opisane w Polskiej Normie odnoszącej się do kruszyw na podsypkę kolejową [44]. Grubość warstwy tłucznia w zależności od kategorii linii oraz klasy toru zawiera się w przedziale 20 cm ÷ 35 cm i przy zastosowaniu podkładów betonowych powinna być o 5 cm większa niż dla podkładów drewnianych [16]. Podsypka narażona jest na szereg niekorzystnych zjawisk takich jak: 1) zanieczyszczenia, 2) ubytek ziaren, 3) odkształcenia, 4) deformacje, 5) rozkruszenie ziaren bezpośrednio pod podkładem, 6) osiadanie drobnych frakcji i zanieczyszczeń w niższych warstwach konstrukcji czy 7) podrywanie kruszywa wywołane przejazdem pociągu z dużą prędkością. Przyjmuje się, że po przejechaniu po nawierzchni pociągów o sumarycznej masie rzędu 300 Tg konieczna jest całkowita wymiana podsypki [64]. Z powyższych powodów jest to najbardziej problematyczny i generujący największe koszty element całej konstrukcji.

W celu przeciwdziałania niekorzystnym zjawiskom występującym w podsypce można zastosować jeden lub kilka ze sposobów jej wzmocnienia, wykorzystując rozwiązania takie jak: 1) kompozyt tłuczniowy BGT, 2) stabilizacja chemiczna, 3) elastyczne podkładki pod podkładami czy 4) maty przeciwdziałąjące wywiewaniu ziaren tłucznia [26].

Kompozyt tłuczniowy BGT to wzmocnienie warstwy tłucznia co najmniej dwiema geosiatkami. W wyniku tego następuje klinowanie się ziaren tłucznia między ich oczkami. Dodatkowo wierzchnią warstwę tłucznia stabilizuje się dynamicznie oraz chemicznie, co poprawia odporność tłucznia na dekonsolidację. Stabilizacja chemiczna powinna być wykonywana maksymalnie na głębokość równą połowie wysokości podkładu, tak żeby możliwe było jej łatwe rozkruszenie na wypadek potrzeby regulacji położenia toru [6]. Zgodnie z badaniami wykonanymi w Australii użycie kompozytu tłuczniowego BGT zmniejsza o 33 % pionowe i o 49 % boczne deformacje toru [19]. Potwierdzają to analizy przedstawione w pracy [24], gdzie stosując kompozyt tłuczniowy BGT uzyskano zmniejszenie deformacji pionowych o około 29%. Szczegóły tego rozwiązania zostały przedstawione na Rys. 1.29 oraz Rys. 1.30.



- 1 geosiatka na torowisku,
- 2 geosiatka na poziomie 150 mm grubości warstwy,
- 3 szyna,
- 4 podkład,
- 5 górna warstwa tłucznia,
- 6 dolna warstwa tłucznia pomiędzy geosiatkami,
- 7 stabilizacja żywicą poliuretanową.

Rys. 1.29 Przekrój nawierzchni podsypkowej zbrojonej kompozytem BGT [6].



Rys. 1.30 Warstwa tłucznia powierzchniowo stabilizowana pianą poliuretanową w okienkach między podkładami [74].

Trwałość warstwy podsypki może zostać również zwiększona dzięki zastosowaniu pod podkładami plastycznie odkształcalnych poliuretanowych podkładek o grubości rzędu 10 mm ÷ 20 mm (Rys. 1.31). Dzięki temu zabiegowi podkład równomiernie przekazuje obciążenia na całą powierzchnię podkładki, a dopiero ta na ziarna tłucznia. Eliminuje to zjawisko tak zwanych wiszących podkładów – czyli sytuacji, w której podkład jest oparty jedynie na pojedynczych ziarnach kruszywa, co prowadzi do ich rozkruszenia i pogorszenia efektywności przejmowania obciążeń przez niższe warstwy konstrukcji [25], [70].

Innym ważnym ryzykiem występującym w przypadku nawierzchni podsypkowych jest zjawisko wywiewania ziaren tłucznia, które może wystąpić podczas przejazdu pociągów z dużymi prędkościami, rzędu 300 km/h ÷ 320 km/h lub wyższych. Prowadzi to do sukcesywnego zmniejszania objętości podsypki oraz może zranić ludzi znajdujących się w pobliżu i uszkodzić podwozie pojazdu szynowego lub okoliczne zabudowania. W celu ograniczenia tego zagrożenia można zastosować stabilizujące maty powierzchniowe Rys. 1.32.



Rys. 1.31 Elastyczne podkładki pod podkładami strunobetonowymi [25].



Rys. 1.32 Maty stabilizujące położenie ziaren kruszywa na linii dużych prędkości w Japonii [74].

### 1.3. Nawierzchnie bezpodsypkowe

Podsypka jest kluczowym elementem ze względu na trwałość nawierzchni klasycznej. Jest najbardziej podatna na odkształcenia i od jej prawidłowego utrzymania zależy trwałość całej konstrukcji. Z tego powodu podjęte zostały próby zastąpienia warstwy tłucznia innym rozwiązaniem. Istnieją również konstrukcje nawierzchni bezpodsypkowych, w których całkowicie wyeliminowana została konieczność stosowania podkładów, a szyna umieszczona jest w specjalnie przygotowanych kanałach szynowych. Tego typu konstrukcje są obecnie coraz bardziej popularne na świecie, czego przykładami mogą być otwarta z okazji Igrzysk Olimpijskich w Pekinie linia kolejowa relacji Pekin – Tianjin, która liczy 117 km z czego ponad 100 km jako nawierzchnia bezpodsypkowa oraz odcinek Wuhan – Kanton, który liczy blisko 1000 km i w ponad 66 % zbudowany jest na wiaduktach, w tunelach i na estakadach w technologii bezpodsypkowej [15]. Nawierzchnia bezpodsypkowa, z uwagi na swoją niższą całkowitą wysokość oraz mniejszy ciężar, może być stosowana ze szczególnym powodzeniem właśnie na różnego rodzaju obiektach inżynieryjnych.

W nawierzchniach bezpodsypkowych kruszywo zastąpione zostało warstwami materiałów o różnych modułach sprężystości. Są one ułożone tak, że materiały o niższych modułach wbudowane są w niższe warstwy konstrukcji, a im wyżej tym moduł sprężystości danej warstwy musi być wyższy. W ten sposób każda kolejna warstwa konstrukcji (podtorze, warstwa mrozoodporna, warstwa stabilizowana asfaltem/warstwa stabilizowana hydraulicznie, betonowa warstwa nośna, podkład, szyna) ma coraz większą sztywność. Grubości i materiały poszczególnych warstw powinny być dobrane tak, żeby konstrukcja pracowała w zakresie odkształceń sprężystych. Przy wymiarowaniu przyjmuje się rozkład obciążeń pod kątem 45 stopni i układ sił skupionych o wartości rzędu 250 kN oraz obciążenie ciągłe równe 80 kN/m [5].

Warstwa gruntu stabilizowanego hydraulicznie stanowi oddzielenie warstwy nośnej od podtorza i zapobiega przekroczeniu nośności podtorza. Pomiędzy warstwą związaną, a gruntem musi znaleźć się warstwa mrozoochronna o odpowiednim współczynniku filtracji. Sposób wymiarowania nawierzchni bezpodsypkowych został schematycznie przedstawiony na Rys. 1.33.



Rys. 1.33 Sposób wymiarowania konstrukcji nawierzchni bezpodsypkowych [63].

Rozwiązania konstrukcji nawierzchni bezpodsypkowych można podzielić w następujący sposób: 1) nawierzchnie, w których warstwę nośną stanowią płyty prefabrykowane, 2) nawierzchnie, w których warstwę nośną stanowi płyta betonowa lub warstwa bitumiczna układana bezpośrednio na placu budowy i 3) nawierzchnie, w których szyna znajduje się w specjalnie przygotowanych kanałach szynowych. Na Rys. 1.34 przedstawiony został podział wyżej wymienionych systemów nawierzchni bezpodsypkowych wraz z nazwami systemów i przyporządkowaniem ich do poszczególnych grup.



Rys. 1.34 Podział systemów nawierzchni bezpodsypkowych – opracowanie własne.

Poniżej opisane zostały poszczególne typy systemów nawierzchni bezpodsypkowych.

# 1.3.1. Nawierzchnie z płyt prefabrykowanych

Warstwę nośną stanowią w tym rozwiązaniu płyty prefabrykowane ze zintegrowanymi systemami przytwierdzeń w ściśle określonym rozstawie układane na podbudowie z betonu o grubości 8 cm ÷ 12 cm. Płyty są przygotowywane uprzednio w zakładzie prefabrykacji. Naprawa nawierzchni w tym systemie ogranicza się do wymiany pojedynczych płyt, co jest ogromną zaletą tego rozwiązania. Systemy poszczególnych producentów różnią się między sobą wymiarami płyt oraz sposobem ich łączenia. Najpopularniejsze rodzaje nawierzchni w tym systemie to: 1) OBB– PORR, 2) Bogl, 3) VA Shinkansen oraz 4) IPA. Na Rys. 1.35 za-prezentowano przykład konstrukcji w tej technologii niemieckiej firmy Bogl.



Rys. 1.35 Rozwiązanie konstrukcji nawierzchni bezpodsypkowej z płyt prefabrykowanych typu Bogl [4].

# 1.3.2. Płyta betonowa wykonywana na miejscu budowy

W tym rozwiązaniu warstwę nośną stanowi zbrojona podłużnie płyta betonowa grubości 22 cm ÷ 24 cm, wykonywana bezpośrednio na placu budowy z betonu klasy C30/37 lub C35/45. Przykładami tego systemu są rozwiązania EBS oraz RHEDA 2000.

W systemie EBS (blokowych podpór szynowych) specjalnie przygotowany blok szynowy jest zespalany bezpośrednio na placu budowy z płytą betonową posadowioną na odpowiednio przygotowanym podłożu. Tłumienie drgań, zapewnione przez specjalne podkładki podblokowe i podszynowe jest dwustopniowe i zachodzi pomiędzy blokiem i gniazdem oraz pomiędzy blokiem i szyną. Poszczególne elementy szynowej podpory blokowej EBS przedstawiono na Rys. 1.36.



Rys. 1.36 Szynowa podpora blokowa EBS [33].

W tym systemie możliwe jest nadanie przechyłki na łuku poziomym dzięki zastosowaniu podpór asymetrycznych. Dodatkowo, możliwa jest również zabudowa rozjazdów kolejowych poprzez dostosowanie rozmiaru i rozstawu podpór.

O dużej popularności tego typu nawierzchni może świadczyć fakt, że w technologii EBS zostały wykonane między innymi: nawierzchnia kolejowa na dworcu Wrocław Główny, nawierzchnia w tunelu prowadzącym na podwarszawskie lotnisko Okęcie oraz nawierzchnia w tunelu średnicowym w Warszawie. Na świecie ten system jest szczególnie popularny w Holandii oraz Hiszpanii gdzie został zabudowany między innymi w Amsterdamie, Madrycie czy Maladze [33].

Bardzo podobny do opisanego powyżej systemu EBS jest System RHEDA 2000. Również w tym systemie możliwa jest zabudowa rozjazdów i nadanie odpowiedniej przechyłki. Różnica jest taka, że w tym przypadku, zamiast podpór blokowych, z płytą zespalany jest dwublokowy podkład B355. Szczegóły techniczne tego rozwiązania wraz z grubościami poszczególnych warstw zaprezentowano na Rys. 1.37.



Rys. 1.37 Typowy przekrój poprzeczny systemu RHEDA 2000 [32].

# 1.3.3. Podkłady ułożone na warstwie asfaltu

Ten typ nawierzchni jest bardzo podobny do opisanych w poprzednim podpunkcie z tą różnicą, że zamiast płyty betonowej podkłady są posadowione bezpośrednio na warstwie asfaltowej. Jej grubość wynosi 15 cm ÷ 35 cm w zależności od miejsca zabudowania (jest różna na szlaku i w tunelu). Warstwa asfaltu zapobiega przedostawaniu się wody w niższe partie konstrukcji. Trwałe jej zespolenie z podkładami jest zapewnione przez wpust cementowy. Dodatkowo, w celu poprawienia przyczepności do asfaltu spody podkładów pokrywa się matą geotekstylną. Nawierzchnie z warstwą asfaltową jako warstwą nośną w porównaniu do nawierzchni podsypkowych charakteryzują się lepszą zdolnością pochłaniania hałasu, większą redukcją wibracji oraz lepszym współczynnikiem tłumienia drgań. Szczegóły techniczne tego rozwiązania, wraz z grubościami poszczególnych warstw, zaprezentowano na Rys. 1.38.



Rys. 1.38 Przekrój poprzeczny nawierzchni w technologii GETRAC [60].

### 1.3.4. Nawierzchnie o ciągłym podparciu szyny

Kolejnym rozwiązaniem konstrukcyjnym jest zastosowanie nawierzchni kolejowej z całkowitym pominięciem podkładów kolejowych oraz przytwierdzeń. Szyny są ułożone w specjalnie przygotowanych kanałach szynowych. Trwałe położenie szyn jest zapewnione przez wykorzystanie masy zalewowej na bazie żywic poliuretanowych. Składa się ona z dwóch składników: 1) żywicy i 2) utwardzacza, wymieszanych ze sobą w odpowiednich proporcjach. Odpowiedni skład powstałej w ten sposób masy, a także zastosowane przekładki podszynowe zapewniają wymaganą sztywność nawierzchni. Dodatkowe przytwierdzenia nie są konieczne z uwagi na dobrą przyczepność masy zalewowej do stali i betonu. Masa zalewowa tworzy sprężystą otulinę dla szyn, dzięki czemu nawierzchnia ma dobre właściwości pod względem przenoszenia obciążeń oraz tłumienia hałasu (hałas wywołany przez przejeżdżający pociąg jest nawet do 20 dB niższy niż w przypadku innych rodzajów nawierzchni). W tak powstałych kanałach po obu stronach szyny można umieścić rury techniczne z tworzywa sztucznego, co umożliwia poprowadzenie kabli technicznych oraz zmniejsza zużycie masy zalewowej. Kluczem do dobrego utrzymania tego typu nawierzchni jest prawidłowe wykonanie podłoża pod kanałem szynowym. Musi mieć ono wytrzymałość minimum 1,5 MPa metodą pull-off oraz wilgotność poniżej 8 % [2], [11], [33]. Przykładem nawierzchni bezpodsypkowej z szyną w kanale szynowym jest system ERS (Embedded Rail System - System szyna w otulinie), którego przekrój poprzeczny konstrukcji został przedstawiony na Rys. 1.39 oraz Rys. 1.40.



Rys. 1.39 Przekrój poprzeczny nawierzchni w systemie ERS [33].



1 – sprężysta otulina szyny,

- 2 powierzchnia zagruntowana,
- 3 materiał zwiększający przyczepność masy zalewowej,
- 4 klin do regulacji położenia szyny w płaszczyźnie poziomej,
- 5 element mocujący rurę z PCV,
- 6 rura z PCV,
- 7, 8, 9 podkładki podszynowe,
- 10 kanał szynowy,
- 11 klin do regulacji położenia szyny w płaszczyźnie poziomej.

Rys. 1.40 Kanał szynowy nawierzchni w systemie ERS [33].

# 1.3.5. Przegląd typów nawierzchni bezpodsypkowych

Duża liczba rozwiązań konstrukcyjnych nawierzchni niekonwencjonalnych i ich coraz powszechniejsze stosowanie na liniach kolejowych na świecie wskazują na to, że w przyszłości ten typ nawierzchni może stanowić poważną alternatywę dla nawierzchni podsypkowych. Tabela (1.1) prezentuje zestawienie parametrów najpopularniejszych rozwiązań nawierzchni bezpodsypkowych.

L.p.	Nazwa	Prędkość max [km/h]	Warstwa nośna	Podkłady	Przytwierdzenia	Informacje dodatkowe
1	RHEDA 2000	350	płyta żelbetowa	betonowe, dwublokowe	sprężyste	<ul> <li>duża stabilność położenia toru dzięki zbrojeniu po- między podkładami</li> </ul>
2	GETRAC	300	asfalt	betonowe	sprężyste	<ul> <li>niska amplituda drgań konstrukcji</li> </ul>
3	VA	350	płyty prefabrykowane	brak	sprężyste	<ul> <li>nawierzchnia stosowana głównie na liniach japońskich</li> </ul>
4	IPA	350	płyty prefabrykowane	betonowe	sprężyste	<ul> <li>nawierzchnia stosowana praktycznie tylko na liniach włoskich</li> </ul>
5	BOGL	350	płyty prefabrykowane	brak	sprężyste	<ul> <li>duży opór konstrukcji na przemieszczenia, dzięki za- stosowanemu sposobowi łączenia płyt</li> <li>łatwa wymiana płyt ze względu na konstrukcję i spo- sób ich łączenia</li> </ul>
6	OBB – PORR	300	płyty prefabrykowane	brak	sprężyste	<ul> <li>duży opór konstrukcji na przemieszczenia, dzięki za- stosowanemu sposobowi łączenia płyt</li> <li>łatwa wymiana płyt ze względu na konstrukcję i spo- sób ich łączenia</li> </ul>

# Tabela (1.1) Zestawienie parametrów nawierzchni bezpodsypkowych – opracowanie własne na podstawie literatury [16], [30], [31], [32], [33], [60], [64].
7	EBS (blokowe podpory w otulinie)	250	gniazdo betonowe	blokowe podpory szynowe	sprężyste	<ul> <li>możliwość dostosowania wymiarów oraz rozstawu podpór</li> </ul>
8	ERS (system szyny w otulinie)	250	konstrukcja betonowa	brak	brak	<ul> <li>szyna mocowana jest w specjalnych kanałach szyno- wych z wykorzystaniem masy zalewowej</li> </ul>
9	BBEST	330	konstrukcja betonowa	brak	brak	<ul> <li>szyna mocowana jest w specjalnych kanałach szyno- wych z wykorzystaniem masy zalewowej</li> <li>możliwość dostosowania parametrów geometrycz- nych toru jednocześnie do ruchu pociągów towaro- wych oraz pasażerskich dzięki zastosowaniu na- wierzchni bimodalnej</li> </ul>

Na Rys. 1.41 – Rys. 1.46 przedstawiono przykłady zastosowań systemów nawierzchni bezpodsypkowych opisanych w poprzednich podpunktach.



Rys. 1.41 Nawierzchnia typu Bogl [16].



Rys. 1.42 Nawierzchnia typu OBB – PORR w tunelu [16].



Rys. 1.43 Nawierzchnia typu RHEDA 2000 [32].



Rys. 1.45 Nawierzchnia typu EBS [86].



Rys. 1.44 Nawierzchnia typu GETRAC [60].



Rys. 1.46 Nawierzchnia typu ERS [33].

#### 1.4. Podtorze kolejowe

Niezależnie od tego czy nawierzchnia zabudowana jest w technologii podsypkowej czy bezpodsypkowej, kluczowy parametr warunkujący jej trwałość i stabilność to podtorze koleiowe. Jest to swoisty fundament toru kolejowego. Ponieważ stanowi on oparcie dla wyższych warstw konstrukcji, nie może ulegać nadmiernym odkształceniom i osiadaniu. Jednocześnie, podtorze musi mieć odpowiednią sztywność, która jest sparametryzowana przez moduł odkształcenia. Jego wartość dla gruntów niespoistych powinna wynosić minimum 60 MPa, a dla gruntów spoistych minimum 45 MPa [64]. Dla linii kolejowych przeznaczonych do ruchu pociągów dużych prędkości rzędu 200 km/h ÷ 250 km/h moduł odkształcenia mierzony w poziomie torowiska powinien wynosić minimum 120 MPa [42]. Wskaźnik zagęszczenia podtorza powinien wynosić minimum 0,97 [50]. Dodatkowo, górne warstwy podtorza muszą być wykonane z gruntu o zróżnicowanym uziarnieniu. Ma to na celu ochrone podtorza przed niepożadanym przejmowaniem drgań oraz rozgęszczeniem. Materiał i konstrukcja podtorza kolejowego muszą spełniać warunki mrozoodporności dla danego regionu geograficznego oraz charakteryzować się odpowiednią wodoprzepuszczalnością w celu zapewnienia prawidłowego odwodnienia. Grubość podtorza zależna jest od rodzaju gruntu z jakiego jest wykonane i zawiera się w granicach 45 cm ÷ 100 cm. Wymienione wyżej warunki są precyzyjnie określone w Instrukcji PKP Polskich Linii Kolejowych S.A. odnoszącej się do warunków technicznych utrzymania podtorza kolejowego [42]. W celu uzyskania wymaganych właściwości podtorza często niezbędna jest wymiana gruntu lub w lepszym przypadku jego wzmocnienie. Parametry gruntu rodzimego muszą być określone na podstawie badań geologicznych. Badania te muszą określać rodzaj i miąższość kolejnych warstw gruntu, a także jego przydatność oraz prognozowane przemieszczenia [50]. Tabela (1.2) przedstawia parametry gruntu na podtorze w zależności od dopuszczalnych prędkości pociągów.

-	50			
L.p.	Grunty pod- torza	Moduł sprężystości Younga [MPa]	Moduł sprężystości przy ścinaniu [MPa]	Dopuszczalna prędkość pociągów [km/h]
1	słabe	10 ÷ 20	$4 \div 8$	121
2	przeciętne	50	20	269
3	dobre	80 ÷ 100	$32 \div 40$	341
4	zalecane	> 35	14	226

Tabela (1.2)

Parametry gruntu na podtorze w zależności od dopuszczalnych prędkości pociągów [50].						
	Parametry gruntu na	podtorze w zależności	od dopuszczalnych	prędkości	pociągów	[50].

W przypadku nawierzchni podsypkowych niedopuszczalne jest mieszanie się gruntu podtorza z podsypką. W tym celu na górnej powierzchni podtorza (torowisku) układana jest geowłóknina. Odseparowuje ona od siebie obie warstwy oraz zapobiega wbijaniu się ostrych ziaren tłucznia w torowisko. Cała konstrukcja podtorza powinna być odpowiednio wyprofilowana. Skarpy nasypu lub wykopu powinny mieć nachylenie od (1: 1,8) do (1: 2,0). Odpowiednio zaprojektowany przekrój podtorza musi zapewniać wymaganą stateczność i szerokość torowiska oraz uwzględniać zróżnicowane warunki gruntowo-wodne na całej długości linii kolejowej. Na Rys. 1.47 przedstawiono typowy przekrój poprzeczny podtorza na linii z nawierzchnią podsypkową.



Rys. 1.47 Przekrój poprzeczny – podtorze na linii kolejowej przeznaczonej do prędkości 350 km/h z nawierzchnią podsypkową [50].

W przypadku nawierzchni bezpodsypkowych maksymalne osiadanie gruntu nie może przekroczyć 30 mm [40]. Dla tego rodzaju nawierzchni, nowo wybudowane nasypy podtorza, obserwuje się przez co najmniej pół roku pod kątem zachodzących osiadań. Dopiero po tym czasie można rozpocząć budowę dalszych warstw konstrukcji. Jeżeli uzyskanie pożądanych parametrów dla podtorza nie jest w żaden sposób możliwe, rozwiązaniem jest poprowadzenie linii kolejowej na estakadach lub przy zastosowaniu wiaduktów albo tuneli. W Europie oraz na świecie istnieje wiele przykładów linii, które w większości zostały zbudowane z pominięciem podłoża gruntowego. Są to na przykład linie kolejowe relacji: Osaka – Tokaido (w 84 % na obiektach inżynieryjnych), Okyayama – Hakata (w 80 % na obiektach inżynieryjnych) czy Bruksela – Rotterdam (w 75 % na obiektach inżynieryjnych) [50].

Zgodnie z pracą [52], efekty zjawiska progowego można podzielić na: 1) dotyczące podtorza ("głębokie") oraz 2) dotyczące nawierzchni ("płytkie"). W niniejszej pracy skupiono się na dynamicznym oddziaływaniu pojazdu szynowego na różne rozwiązania konstrukcji nawierzchni kolejowej ze szczególnym uwzględnieniem zjawiska efektu progowego w obrębie stref przejściowych obiektu inżynieryjnego. Wzięto pod uwagę "płytkie" efekty tego zjawiska, a pominięto efekty "głębokie" jakie zachodzą w konstrukcji ziemnej podtorza kolejowego.

# 1.5. Porównanie nawierzchni podsypkowej i bezpodsypkowej

Każdy typ nawierzchni ma szereg zalet, ale też stosowanie każdego z nich niesie za sobą niedogodności związane z wymogami technologicznymi, technicznymi, kosztami budowy lub koniecznością wykonywania regularnych prac utrzymaniowych. Tabela (1.3) zawiera katalog zalet oraz wad każdego z dwóch typów nawierzchni.

Tabela (1.3) Zalety oraz wady nawierzchni podsypkowej oraz bezpodsypkowej. Opracowanie własne na podstawie literatury [37], [40].

T.a.	7	Rodzaj nawierzchni					
L.p.	Zagadmenie	Podsypkowa	Bezpodsypkowa				
1	koszt budowy	– dwukrotnie niższy	– dwukrotnie wyższy				
2	koszt eksploatacji i utrzymania	<ul> <li>trzykrotnie wyższy</li> <li>konieczność systematycznej regulacji położenia toru w planie i w profilu</li> <li>konieczność regularnego oczyszczania i uzupełnia- nia podsypki</li> <li>ryzyko wystąpienia zjawi- ska dekonsolidacji pod- sypki</li> </ul>	<ul> <li>trzykrotnie niższy</li> <li>w okresie eksploatacji utrzy- manie obejmuje praktycznie tylko jedną wymianę szyn z wymianą podkładek pod- szynowych</li> </ul>				
3	możliwość regulacji położenia toru	<ul> <li>łatwa dzięki możliwości zmiany grubości warstwy podsypki</li> </ul>	<ul> <li>trudna</li> <li>możliwość regulacji tylko rzędu kilku milimetrów</li> </ul>				
4	trwałość konstrukcji	<ul> <li>40 lat</li> <li>konieczność wymiany podsypki po (14 ÷ 20) latach od momentu budowy</li> </ul>	− (40 ÷ 60) lat*				
5	dotychczasowe doświadczenia	<ul> <li>bogate doświadczenia w utrzymaniu i eksploata- cji nawierzchni podsypko- wych na liniach konwen- cjonalnych</li> </ul>	<ul> <li>w dalszym ciągu stosunkowo niewielkie doświadczenia w budowie i w eksploatacji</li> <li>żadna z wybudowanych kon- strukcji nawierzchni bezpod- sypkowych nie osiągnęła jeszcze wieku teoretycznej trwałości konstrukcji</li> </ul>				

6	sztywność konstrukcji	<ul> <li>mniejsza sztywność toru</li> <li>większa sprężystość toru</li> <li>możliwość wystąpienia</li> </ul>	<ul> <li>większa sztywność toru</li> <li>dopuszczalne ugięcie płyty wynosi jedynie 3 mm</li> </ul>
7	grubość i masa konstrukcji	<ul> <li>odkształceń</li> <li>większa masa z uwagi na warstwę tłucznia</li> </ul>	<ul> <li>mniejsza masa</li> <li>możliwość redukcji obciążeń na obiektach inżynieryjnych</li> </ul>
8	odwodnienie	<ul> <li>dobre właściwości pod- sypki do odprowadzenia wody</li> </ul>	<ul> <li>niskie właściwości filtra- cyjne nawierzchni</li> <li>konieczność zapewnienia bardzo dobrego odwodnienia konstrukcji</li> </ul>
9	dostępność toru	<ul> <li>ograniczona robotami utrzymaniowymi polega- jącymi na oczyszczaniu tłucznia, pracami konser- wacyjnymi i naprawami</li> </ul>	<ul> <li>większa dostępność toru</li> <li>ograniczona jedynie koniecz- nością szlifowania szyn oraz naprawami głównymi</li> <li>brak przerw w dostępności spowodowanych oczyszcza- niem i uzupełnianiem pod- sypki</li> </ul>
10	przejazd z dużymi prędkościami	– występowanie zjawiska podrywania ziaren kru- szywa	<ul> <li>możliwość redukcji promieni łuków i zwiększenia niedo- miaru przechyłki (na linii Norymberga Ingolstadt przy prędkości 300 km/h niedo- miar przechyłki wynosi 150 mm)</li> </ul>
11	hałas	<ul> <li>dobre zdolności podsypki do tłumienia dźwięków</li> <li>około 100 dB</li> </ul>	<ul> <li>większy w przypadku na- wierzchni z płytą betonową z powodu odbijania się fal dźwiękowych od betonu (około 110 dB)</li> <li>mniejszy w przypadku na- wierzchni z płytą asfaltową dzięki lepszej zdolności po- chłaniania hałasu przez war- stwy bitumiczne (około 90 dB)</li> </ul>

12	wymagania dla podtorza	<ul> <li>mniej restrykcyjne wyma- gania w zakresie parame- trów podtorza z uwagi na możliwość regulacji poło- żenia toru</li> </ul>	<ul> <li>maksymalne dopuszczalne osiadanie konstrukcji wynosi 30 mm</li> <li>częsta konieczność wzmacniania gruntu lub jego wymiany na etapie budowy</li> <li>częsta konieczność prowadzenia szlaku na estakadach</li> </ul>
13	akcja ratunkowa	<ul> <li>bardzo trudne poruszanie się pojazdów kołowych po warstwie tłucznia</li> </ul>	<ul> <li>w przypadku większości na- wierzchni bezpodsypkowych możliwe jest poruszanie się po nich pojazdów kołowych, co jest dodatkowym udogod- nieniem i może ułatwić ewentualną akcję ratunkową</li> </ul>

# 2. CZYNNIKI TECHNICZNO-EKSPLOATACYJNE WPŁYWAJĄCE NA KONSTRUKCJĘ NAWIERZCHNI KOLEJOWEJ

Na nawierzchnię kolejową oddziałują dwie grupy czynników: 1) techniczne oraz 2) eksploatacyjne. Wśród czynników technicznych należy wymienić takie parametry samej konstrukcji jak: rodzaj zastosowanej stali szynowej i jej moduł sprężystości podłużnej, rodzaj szyny i geometryczny moment bezwładności jej przekroju poprzecznego oraz rodzaj nawierzchni, współczynnik tłumienia drgań, rodzaj podkładów, ich rozstaw, konstrukcja podtorza oraz wynikający z tego moduł sprężystości podłoża. Wśród czynników eksploatacyjnych należy wymienić takie czynniki jak: rodzaj taboru kolejowego i jego układ podwozia, rozstaw osi pojazdu oraz obciążenie przypadające na jego pojedynczą oś, a także prędkość przejazdu po nawierzchni. Zestawienie wymienionych powyżej czynników zostało przedstawione na Rys. 2.1.



Rys. 2.1 Analizowane warunki techniczno-eksploatacyjne wpływające na konstrukcję nawierzchni kolejowej – opracowanie własne.

W kolejnych podpunktach niniejszego rozdziału zostały szczegółowo przedstawione czynniki techniczno-eksploatacyjne wpływające na dynamiczne oddziaływanie pojazdu szynowego na nawierzchnię kolejową wraz z wartościami liczbowymi oraz jednostkami, które wyrażają opisane wielkości.

Przedstawione w tym rozdziale wartości parametrów techniczno-eksploatacyjnych zostaną wykorzystane w analizach numerycznych przeprowadzonych w dalszej części pracy.

#### 2.1. Parametry techniczne

Poniżej opisane zostały parametry techniczne takie jak: 1) moduł sprężystości podłużnej stali szynowej, 2) geometryczny moment bezwładności przekroju poprzecznego szyny, 3) efektywna sztywności zginania szyny, 4) moduł sprężystości podłoża oraz 5) tłumienie nawierzchni kolejowej. Parametry te mają wpływ na trwałość i nośność całej konstrukcji, a także na skalę zjawiska efektu progowego.

## 2.1.1. Stal szynowa

Ze względu na znaczne obciążenia jakie przenoszą szyny, stal z której są wykonane musi być bardzo wysokiej jakości. Musi ona posiadać dużą plastyczność, co pozwala na uniknięcie rozwalcowania główki szyny przy znacznych naciskach. Sama szyna powinna charakteryzować się szeregiem cech wytrzymałościowych, takich jak: 1) dobra spawalność oraz 2) odporność na: a) pękanie, b) złamanie, c) zużycie, d) odkształcenie i e) uderzenie [48]. Obecnie najpopularniejsze rodzaje stali szynowej to: R260 (stal miękka) i R350 HT (stal twarda), a także St90, St110, UCI 700, UCI 800Te i UCI 900A. Twardość stali szynowej mierzona jest w skali Brinella i musi wynosić minimum 300 HB, a jej granica plastyczności minimum 800 MPa. Maksymalne dopuszczalne naprężenia zginające w szynie to odpowiednio 172 MPa dla toru bezstykowego i 220 MPa dla toru klasycznego [66]. Porównanie właściwości stali R260 oraz R350 HT przedstawia Tabela (2.1).

Tabela (2.1)	
Porównanie właściwości stali R260 i R350 HT [30	6].

L.p.	Rodzaj stali				
	R260 – stal miękka	R350HT – stal twarda			
1	większa podatność na powstawanie wad	mniejsza podatność na powstawanie wad			
2	pęknięcia postępują wolniej niż zużycie szyny	pęknięcia postępują szybciej niż zużycie szyny			
3	propagacja wady następuje wolniej	propagacja wady następuje szybciej			

W obliczeniach konstrukcyjnych nawierzchni kolejowej istotnym parametrem jest moduł sprężystości podłużnej (inaczej moduł Younga). Dla stali szynowej jego wartość wynosi 210 GPa [17].

# 2.1.2. Przekrój poprzeczny szyny

Na Rys. 2.2 przedstawiono schematyczny przekrój poprzeczny szyny kolejowej wraz z zaznaczonymi, najważniejszymi wymiarami jej poszczególnych elementów.



Rys. 2.2 Schematyczny przekrój poprzeczny szyny kolejowej [62].

Dwoma najważniejszymi parametrami wynikającymi wprost z kształtu przekroju poprzecznego szyny są: 1) geometryczny moment bezwładności określający miarę bezwładności szyny w ruchu obrotowym oraz 2) masa metra bieżącego. Zestawienie kilku najpopularniejszych typów szyn wraz z wymiarami i wyżej wymienionymi parametrami przedstawia Tabela (2.2).

			Szerokość				Geometryczny			
		Wysokość	Główka	Szvika	Stopka	Masa	moment bezwładności			
L.p.	Nazwa			52jiiu			J <sub>xx</sub>	J <sub>yy</sub>		
				[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	$\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}}\right]$	[cm <sup>4</sup> ]	[cm <sup>4</sup> ]
1	49E1	149,0	67,0	14,0	125,0	49,39	1816,0	319,1		
2	54E1	159,0	70,0	16,0	140,0	54,77	2337,9	419,2		
3	60E1	172,0	72,0	16,5	150,0	60,21	3038,3	512,3		
4	60E2	172,0	72,0	16,5	150,0	60,03	3021,5	510,5		
5	R65	180,0	73,0	18,0	150,0	64,87	3543,0	568,0		

Tabela (2.2) Parametry najpopularniejszych typów szyn – opracowanie własne na podstawie [62].

# 2.1.3. Efektywna sztywności zginania szyny

Iloczyn modułu sprężystości podłużnej stali szynowej "E" oraz geometrycznego momentu bezwładności przekroju poprzecznego szyny "J" to inaczej sztywność zginania szyny. Jak wspomniano w podpunkcie pierwszym w rozdziale pierwszym, efektywna sztywność zginania szyny jest różna dla nawierzchni podsypkowej i bezpodsypkowej [52]. Z tego powodu wprowadzono współczynnik efektywnego usztywnienia szyny "n<sub>1</sub>" zgodnie z poniższą zależnością:

$$(EJ)_{bp} = n_1 \cdot (EJ)_{ps} \tag{2.1}$$

gdzie:

(EJ)<sub>bp</sub> – sztywność zginania szyny w nawierzchni bezpodsypkowej,

n<sub>1</sub> – współczynnik efektywnego usztywnienia szyny,

 $(\mathrm{EJ})_{\mathrm{ps}}$  – sztywność zginania szyny w nawierzchni podsypkowej.

Na potrzeby dalszych rozważań i analiz przyjęto, że efektywna sztywność zginania szyny dla nawierzchni bezpodsypkowych jest o 30 % większa ( $n_1 = 1,30$ ) niż w przypadku nawierzchni podsypkowych. Dla systemów szyny w otulinie (na przykład system ERS), gdzie szyna zatopiona jest w sprężystej masie, która ogranicza jej swobodę zginania, przyjęto że efektywna sztywność zginania szyny jest o 50 % większa ( $n_1 = 1,50$ ) niż w przypadku nawierzchni podsypkowych.

## 2.1.4. Moduł sprężystości podłoża

W literaturze przedmiotu do obliczeń przyjmuje się model nawierzchni kolejowej, w którym szyna oparta jest na sprężystym podłożu Winklera scharakteryzowanym przez moduł sprężystości podłoża. Słuszność takiego założenia została potwierdzona przez wcześniejsze prace badawcze i analityczne – między innymi w pracy [67] potwierdzono wystarczalność modelu sprężystego podłoża dla analizy tego typu zagadnień. Na wartość modułu sprężystości podłoża wpływ mają materiały, z jakich wykonano kolejne warstwy nawierzchni i ich grubości. Są to podkładka podszynowa, podkład, podsypka, podtorze, a w przypadku nawierzchni niekonwencjonalnych płyta betonowa lub asfaltowa (zamiast podsypki) oraz w przypadku nawierzchni na obiekcie inżynieryjnym sama konstrukcja obiektu (zamiast podtorza). Na Rys. 2.3 obrazowo przedstawiono schemat sprężystego podparcia szyny.



- 1 szyna,
- 2 podkładka podszynowa,
- 3 podkład,
- 4 warstwa podsypki/płyta betonowa lub asfaltowa,
- 5 podtorze lub konstrukcja obiektu inżynieryjnego,

Rys. 2.3 Schemat sprężystego podparcia szyny – opracowanie własne na podstawie [22].

Wartość modułu sprężystości całej nawierzchni "k" można obliczyć z poniższej zależności [22]:

$$\frac{1}{k} = \sum_{i} \frac{1}{k_i} \tag{2.2}$$

gdzie:

Tabela (2.3)

k – moduł sprężystości całej nawierzchni,

k<sub>i</sub> – moduł sprężystości warstwy "i".

Wartość modułu sprężystości podkładki podszynowej kształtuje się na poziomie 90 MPa ÷ 100 MPa [46], natomiast wartość modułu sprężystości podkładu strunobetonowego na poziomie 31 GPa, a podkładu drewnianego na poziomie 9,4 GPa ÷ 10 GPa [49]. Dla betonowej warstwy nośnej jest to około 34 GPa, dla warstwy stabilizowanej asfaltem 5 GPa, a dla warstwy stabilizowanej hydraulicznie 10 GPa [5]. Dla warstwy podsypki moduł sprężystości wynosi 250 MPa ÷ 300 MPa [49], a dla podtorza 40 MPa ÷ 120 MPa [50], [72]. Dla żelbetowego obiektu inżynieryjnego moduł sprężystości kształtuje się na poziomie 28,5 GPa [72].

Biorąc pod uwagę powyższe wartości i zależność (2.2), a także wykorzystując dane zamieszczone w pracach [27] oraz [66] wyznaczono moduły sprężystości dla różnych konstrukcji nawierzchni kolejowej. Wyniki przedstawia Tabela (2.3). Szczegółowe obliczenia przedstawiono w Załączniku nr 1 na końcu niniejszego opracowania.

L.p.	Rodzaj nawierzchni	Wartość modułu sprężystości [MPa]
1	nawierzchnia podsypkowa (podkłady drewniane)	24 ÷ 35
2	nawierzchnia podsypkowa (podkłady betonowe)	42 ÷ 46
3	nawierzchnia podsypkowa przy zamarzniętej warstwie podsypki	70 ÷ 90
4	nawierzchnia bezpodsypkowa	92 ÷ 102

Moduły sprężystości dla różnych rodzajów nawierzchni kolejowej - opracowanie własne.

Precyzyjne określenie wartości modułu sprężystości podłoża jest trudne. Na jego wielkość wpływ może mieć wiele czynników – między innymi takich jak: temperatura otoczenia, wilgotność podłoża, stan utrzymania infrastruktury, wiek nawierzchni czy dotychczasowe przeniesione obciążenie [66].

#### 2.1.5. Tłumienie nawierzchni

Wraz z upływem czasu po przyłożeniu obciążenia amplituda drgań układu zmniejsza swoją wartość. Jest to spowodowane zjawiskiem tłumienia drgań. Siła tłumienia drgań jest działaniem wewnątrz konstrukcji, która przeciwstawia się obciążeniu. W konstrukcjach wyróżnia się: 1) tłumienie konstrukcyjne i 2) tłumienie materiałowe. Tłumienie konstrukcyjne wywołane jest połączeniem i współpracą poszczególnych elementów konstrukcji. Tłumienie materiałowe wywołane jest przez strukturę materiału i tarcie wewnętrzne [57]. Wartość siły tłumienia "C" opisana jest zależnością:

$$C = c \cdot \frac{dw}{dt}$$
(2.3)

gdzie:

C – siła tłumienia,

c – współczynnik tłumienia drgań,

 $\frac{dw}{dt}$  – zmiana przemieszczenia pionowego szyny w funkcji czasu.

Na podstawie literatury dla nawierzchni kolejowej podsypkowej przyjęto współczynnik tłumienia drgań równy 22,6 MNs/m<sup>2</sup> [72]. Z analizy literatury przeprowadzonej w rozdziale pierwszym wynika, że nawierzchnie bezpodsypkowe charakteryzują się gorszymi właściwościami tłumiącymi z uwagi na większą sztywność. Na potrzeby obliczeń, przyjęto współczynnik tłumienia drgań dla tego rodzaju konstrukcji o wartości o 15 % niższej niż dla nawierzchni klasycznych. Wprowadzono współczynnik zmiany wartości tłumienia "n<sub>2</sub>" zgodnie z zależnością:

$$(c)_{bp} = n_2 \cdot (c)_{ps} \tag{2.4}$$

gdzie:

(c)<sub>bp</sub> – współczynnik tłumienia dla nawierzchni bezpodsypkowej,

n<sub>2</sub> – współczynnik zmiany wartości tłumienia,

 $(c)_{ps} - współczynnik tłumienia dla nawierzchni podsypkowej.$ 

# 2.2. Czynniki eksploatacyjne

Poniżej opisane zostały parametry eksploatacyjne takie jak: 1) układ podwozia oraz 2) nacisk osi pojazdu szynowego, a także 3) prędkość jego przejazdu. Parametry te mają wpływ na dynamiczne oddziaływanie taboru na nawierzchnię kolejową.

# 2.2.1. Układ podwozia pojazdu szynowego

Układ podwozia warunkuje sposób przekazywania obciążeń dynamicznych generowanych przez pojazd szynowy na nawierzchnię. Obciążenie przekazywane jest punktowo, w miejscach styku koła z szyną. Schemat statyczny tego układu to szereg sił skupionych, przyłożonych do szyny w rozstawie zdefiniowanym przez konstrukcję podwozia. Podwozie lokomotyw z reguły składa się z dwóch wózków w układzie dwóch lub trzech osi każdy. Rozstaw osi w wózku wynosi 2,60 m  $\div$  4,15 m. Tabela (2.4) przedstawia zestawienie najpopularniejszych lokomotyw wraz z ich parametrami technicznymi.

Tabela (2.4)
Parametry techniczne podwozia wybranych modeli lokomotyw.
Opracowanie własne na podstawie [29], [77].

		Wózek		Masa	Nacisk	Predkość
L.p.	Nazwa	Liczba osi	Rozstaw osi [m]	własna [t]	osi [kN]	$\max\left[\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\right]$
1	SML Re465	2	2,80	84,0	210,0	230
2	ABB Henschen Eco200	2	2,65	86,0	215,0	220
3	AEG 12X	2	2,60	84,0	210,0	250
4	Ansaldo E402	2	2,85	82,0	205,0	220
5	GEC Alstom Bo–Bo 3600	2	3,00	88,0	220,0	220

6	Simens KM S252	2	3,00	88,0	220,0	220
7	Brush ABB Class 92	3	4,15	126,0	210,0	360
8	SGP ABB 1822	2	2,70	81,4	203,5	280
9	HCP Poznań ET41	2	3,05	167,0	208,8	125
10	EU06	2	3,05	80,0	200,0	125
11	EP09	2	2,85	83,5	208,8	160

Rozstaw osi wózka jest równy od 1,5 m do nawet 8,0 m. Parametry techniczne wybranych wagonów towarowych i pasażerskich przedstawiają Tabela (2.5) oraz Tabela (2.6).

# Tabela (2.5)

Układ podwozia wagonów towarowych stosowanych na liniach kolejowych zarządzanych przez PKP Polskie Linie Kolejowe S.A. Opracowanie własne na podstawie [79], [73].

L.p.	Тур	Liczba osi	Rozstaw osi [m]	Prędkość max [ <sup>km</sup> <sub>h</sub> ]
1	węglarka W9	2	5,40	100
2	węglarka 401Wb	4	2,00	100
3	węglarka 601W	6	2 x 1,60	100
4	wagon samowyładowczy 41WS	2	4,20	80
5	wagon samowyładowczy 24Ve	4	2,00	100
6	wagon platforma 203Z	2	8,00	120
7	wagon platforma 412Z	4	2,00	100
8	wagon platforma 48RW	6	1,50	80
9	wagon cysterna 201Rb	2	5,40	80
10	wagon cysterna 417Ra	4	2,00	100

Tabela (2.6)

Układ podwozia wagonów pasażerskich stosowanych na liniach kolejowych zarządzanych przez PKP Polskie Linie Kolejowe S.A.

L.p.	Тур	Liczba osi	Rozstaw osi [m]	Prędkość max [ <u>km</u> ]
1	wagon z wózkiem typu 25 AN	8	2,50	200
2	wagon z wózkiem typu 25 ANa	8	2,50	250

## 2.2.2. Nacisk osi pojazdu szynowego

Nacisk osi pojazdu szynowego nie może przekraczać wartości dopuszczalnych, określanych przez Zarządcę Infrastruktury Kolejowej. W zależności od rodzaju i stanu nawierzchni wartości te są określane indywidualnie dla każdego odcinka linii kolejowej. W Polsce na liniach kolejowych zarządzanych przez PKP Polskie Linie Kolejowe S.A. nacisk osi pojazdu szynowego nie może przekraczać 221 kN/oś [41].

# 2.2.3. Prędkość przejazdu pojazdu szynowego

Obecnie światowy rekord prędkości chwilowej, jaką rozwinął pojazd szynowy wynosi 574,8 km/h. Został on ustanowiony przez francuski pociąg TGV V150 w dniu 3 kwietnia 2007 roku na linii TGV Est pomiędzy Strasburgiem i Paryżem [47]. Handlowe prędkości przejazdu są jednak znacznie niższe. Dla jazd manewrowych może to być prędkość nawet poniżej 10 km/h, a dla szybkich pociągów pasażerskich 200 km/h ÷ 300 km/h. Im prędkość kursowania pojazdów szynowych jest wyższa, tym wymagania co do należytej diagnostyki i utrzymania nawierzchni są większe i bardziej restrykcyjne. Przejazd z wyższą prędkością powoduje większe oddziaływania dynamiczne na nawierzchnię i podtorze. Powoduje to przyśpieszone zużycie, na które szczególnie narażone są szyny, przytwierdzenia oraz podsypka. W szynach częściej występują pęknięcia, zużycie faliste oraz uszkodzenia kontaktowo-zmęczeniowe, w przytwierdzeniach odnotowuje się mniejszą siłę docisku, a w podsypce obserwuje się ubytki tłucznia oraz jego rozkruszanie. Prędkość przejazdu należy prognozować na etapie planowania i projektowania, tak żeby już na tych etapach przeciwdziałać wyżej wymienionym zjawiskom [65].

#### 3. ANALITYCZNY I NUMERYCZNY MODEL NAWIERZCHNI KOLEJOWEJ

Istnieją różne modele, o złożonym stopniu skomplikowania, odwzorowujące oddziaływanie pojazd szynowy-nawierzchnia kolejowa-podtorze. W idealnym odwzorowaniu model obliczeniowy pojazdu szynowego składa się z: 1) masy wagonu na zawieszeniu drugiego stopnia pomiędzy nadwoziem, a ramą wózka oraz 2) masy wózka na zawieszeniu pierwszego stopnia pomiędzy ramą wózka, a zestawami kołowymi. Dodatkowo należy uwzględnić masę samego zestawu kołowego [35]. Powyższy model zaprezentowano na Rys. 3.1.



- 1 masa wagonu,
- 2 zawieszenie drugiego stopnia,
- 3 masa wózka,
- 4 zawieszenie pierwszego stopnia,
- 5 masa zestawu kołowego.

Rys. 3.1 Model pojazdu szynowego [54].

Odwzorowanie nawierzchni kolejowej składa się z: 1) szyny, 2) przekładki podszynowej, 3) podkładu, 4) podsypki lub płyty betonowej/asfaltowej, 5) maty podtłuczniowej oraz 6) podtorza (Rys. 3.2).



1 – szyna,

2 – przekładka podszynowa,

3 – podkład,

- 4 podsypka lub płyta betonowa/asfaltowa,
- 5 mata podtłuczniowa,
- 6 podtorze (półprzestrzeń sprężysta).

Rys. 3.2 Model nawierzchni kolejowej [54].

W toku realizacji podjętego tematu na potrzeby wykonania przedmiotowej analizy dynamicznego oddziaływania pojazdu szynowego na nawierzchnię kolejową stworzony został autorski model obliczeniowy, pozwalający określić wpływ zróżnicowanego podparcia szyny na odpowiedź dynamiczną całej konstrukcji.

Jako punkt wyjścia do opracowania modelu nawierzchni kolejowej obciążonej dynamicznie przyjęto belkę Bernoulliego-Eulera znajdującą się na sprężystym podłożu Winklera. Ponieważ tor kolejowy ma budowę symetryczną, do rozważań przyjęto połowę jego konstrukcji czyli jeden tok szynowy i przypadające na niego obciążenie oraz układ nośny. Wszystkie warstwy nośne konstrukcji znajdujące się poniżej szyny sparametryzowano przez zastępcze współczynniki sprężystości oraz tłumienia. W modelu uwzględniono przemieszczenia pionowe szyny wywołane przez wieloosiowy pojazd szynowy o stałym nacisku osi poruszający się ruchem jednostajnym. Przyjęto uproszczenie odwzorowania pojazdu szynowego do poruszającej się siły skupionej o stałej wartości nacisku. Słuszność takiego podejścia została udowodniona między innymi w pracy [61], w której przeanalizowano szereg wariantów odwzorowania pojazdu szynowego, o zróżnicowanym poziomie skomplikowania i stwierdzono, że sposób odwzorowania obciążenia nie ma istotnego wpływu na uzyskiwane wartości przemieszczeń kolejowego obiektu inżynieryjnego. Tożsame odwzorowania poruszającego się pojazdu szynowego zostały również zastosowane w pracach [20] i [21] każdorazowo dając prawidłowe, rzeczywiste rezultaty. W modelu w niniejszej pracy uwzględniono też fakt, że w poszczególnych przekrojach podłoże i nawierzchnia kolejowa mogą być scharakteryzowane przez zmienne wartości, wynikające z zastosowania różnych materiałów oraz różnych rozwiązań konstrukcyjnych [3], [53]. Rozpatrywany model został zaprezentowany na Rys. 3.3.



Rys. 3.3 Model toku szynowego – opracowanie własne.

Szczegóły analityczne i numeryczne opracowanego modelu przedstawiono w dalszej części niniejszego rozdziału.

## 3.1. Model analityczny

Tok szynowy został potraktowany jako belka swobodnie podparta i obciążony obciążeniem ciągłym o różnej wartości na przestrzeni całej belki – "q(x)". Belkę myślowo podzielono na skończoną liczbę odcinków "dx" o bardzo małej długości. Siły wewnętrzne na wybranym w ten sposób odcinku belki przedstawia Rys. 3.4. Litery "V" oraz "M" oznaczają odpowiednio siłę poprzeczną oraz moment zginający występujące na początku i na końcu rozważanego odcinka belki. Wielkości "dV" oraz "dM" to przyrosty wartości wyżej wymienionych wielkości na odcinku "dx". Dzięki przyjętym w ten sposób założeniom wyprowadzone zostały równania opisujące przemieszczenie pionowe obciążonego toku szynowego.



Rys. 3.4 Siły wewnętrzne na odcinku dx – opracowanie własne.

Cały układ pozostaje w równowadze, gdy suma momentów zginających względem dowolnego punktu na belce – zależność (3.1) oraz suma rzutów sił działających na element o długości "dx" na oś "z" prostopadłą do osi belki "x" – zależność (3.2), będą równe 0.

$$\sum M_{A} = M - M - dM + \frac{q(x) \cdot (dx)^{2}}{2} + V \cdot dx + dV \cdot dx = 0$$
(3.1)

$$\sum F_{z} = -V + V + dV + q(x) \cdot dx = 0$$
 (3.2)

W równaniu (3.1) przyjęto:  $(dx)^2 = 0$  oraz dV \* dx = 0 jako małe wyższego rzędu [14]. Po uproszczeniu otrzymano:

$$V = \frac{dM}{dx}$$
(3.3)

oraz

$$q(x) + \frac{dV}{dx} = 0 \tag{3.4}$$

Podstawiając zależność (3.3) do zależności (3.4) otrzymano:

$$q(x) + \frac{d^2 M}{dx^2} = 0$$
 (3.5)

Wzory (3.3), (3.4) oraz (3.5) to twierdzenia powszechnie znane w dziedzinie wytrzymałości materiałów, które noszą nazwę równań Schwedlera-Żurawskiego [71].

Zwracając uwagę na zjawisko odkształcania się belki pod przyłożonym obciążeniem możliwe jest uzależnienie występującego w przekroju momentu zginającego z przemieszczeniem pionowym całego układu. Rys. 3.5 przedstawia schematycznie sposób, w jaki belka odkształca się pod obciążeniem.



Rys. 3.5 Schemat odkształcenia belki pod wpływem przyłożonego obciążenia – opracowanie własne.

Odkształcenie to inaczej stosunek przyrostu długości elementu do jego długości początkowej – zależność (3.6).

$$\varepsilon = \frac{|\mathbf{A}'\mathbf{B}'| - |\mathbf{A}\mathbf{B}|}{|\mathbf{A}\mathbf{B}|} \tag{3.6}$$

gdzie:

 $\epsilon$  – odkształcenie elementu,

|AB| – długość początkowa elementu,

|AB| = dx,

|A'B'| – długość elementu po przyłożeniu obciążenia,

zatem:

$$\varepsilon = \frac{|A'B'| - dx}{dx}$$
(3.7)

$$|A'B'| = dx \cdot (\varepsilon + 1) \tag{3.8}$$

jednocześnie:

$$tg(d\phi) = \frac{|AB|}{\rho} = \frac{dx}{\rho}$$
(3.9)

58

oraz

$$tg(d\phi) = \frac{|A'B'|}{\rho + z}$$
(3.10)

Porównując zależności (3.9) i (3.10) otrzymano:

$$A'B' = dx \cdot (1 + \frac{z}{\rho})$$
(3.11)

Porównując wzory (3.8) i (3.11) otrzymano:

$$\varepsilon = \frac{z}{\rho} \tag{3.12}$$

Wielkość:

$$\frac{1}{\rho} = k_r \tag{3.13}$$

nazywana jest krzywizną i wynosi [1]:

$$k_r = -\frac{d^2 w}{dx^2} \tag{3.14}$$

gdzie:

w – przemieszczenie pionowe belki.

Podstawiając zależność (3.14) do wzoru (3.12) otrzymano:

$$\varepsilon = -\frac{\mathrm{d}^2 w}{\mathrm{d}x^2} \cdot \mathbf{z} \tag{3.15}$$

Z Prawa Hooke'a wiadomo, że naprężenia w przekroju to iloczyn modułu sprężystości podłużnej "E" i odkształcenia "ε" [71]:

$$\sigma = \mathbf{E} \cdot \mathbf{\epsilon} \tag{3.16}$$

gdzie:

- $\sigma$  naprężenia w przekroju,
- E moduł Younga moduł sprężystości podłużnej.

Z wzorów (3.15) i (3.16) wynika, że:

$$\sigma = \mathbf{E} \cdot \left( -\frac{\mathrm{d}^2 \mathbf{w}}{\mathrm{d} \mathbf{x}^2} \right) \cdot \mathbf{z} \tag{3.17}$$

Rozkład naprężeń i sił wewnętrznych dla przekroju prostokątnego przedstawiono na Rys. 3.6.



Rys. 3.6 Rozkład naprężeń i sił wewnętrznych w przekroju prostokątnym – opracowanie własne.

Z powyższego rysunku wynikają następujące zależności:

$$dF = b \cdot dz \cdot \sigma(z) \tag{3.18}$$

oraz

$$d\mathbf{M} = d\mathbf{F} \cdot \mathbf{z} \tag{3.19}$$

gdzie:

b – szerokość przekroju,

dz – odcinek o niewielkiej długości będący częścią składową wysokości przekroju,

dF – siła działająca na wycinek przekroju o wymiarach b x dz,

- dM moment zginający w przekroju spowodowany siłą dF,
- $\sigma$  naprężenia główne w przekroju.

Wykonując obustronne całkowanie w granicach całkowania  $\left(-\frac{h}{2},\frac{h}{2}\right)$  otrzymano:

$$M = \int_{\frac{-h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma(z) \cdot b \cdot z \cdot dz$$
(3.20)

Wykorzystując zależność (3.17) powyższy wzór można zapisać jako:

$$M = b \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} E \cdot \left(-\frac{d^2 w}{dx^2}\right) \cdot z \cdot z \cdot dz$$
(3.21)

a następnie jako:

$$M = -b \cdot E \cdot \frac{d^2 w}{dx^2} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} z^2 \cdot dz$$
(3.22)

Po rozwiązaniu powyższej całki w przyjętych granicach całkowania ostatecznie wzór na moment zginający w rozważanym przekroju jest wyrażony następującym równaniem:

$$M = -b \cdot E \cdot \frac{d^2 w}{dx^2} \cdot \frac{h^3}{12}$$
(3.23)

Iloczyn szerokości i sześcianu wysokości przekroju podzielony przez 12 to inaczej geometryczny moment bezwładności przekroju prostokątnego [71]:

$$\frac{\mathbf{b} \cdot \mathbf{h}^3}{12} = \mathbf{J} \tag{3.24}$$

Zatem wzór (3.23) można zapisać jako:

$$\mathbf{M} = -\frac{\mathrm{d}^2 \mathbf{w}}{\mathrm{d}x^2} \cdot \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} \tag{3.25}$$

Podstawiając wyprowadzoną zależność (3.25) do zależności (3.5) otrzymano:

$$\frac{d^4w}{dx^4} \cdot E \cdot J = q(x)$$
(3.26)

gdzie:

w – przemieszczenie pionowe belki wywołane obciążeniem q(x),

E – moduł Younga stali szynowej,

J – geometryczny moment bezwładności przekroju poprzecznego szyny względem osi x.

Zależność (3.26) to równanie opisujące przemieszczenie pionowe belki swobodnie podpartej obciążonej obciążeniem ciągłym o różnej wartości na przestrzeni całej belki – "q(x)". W celu dostosowania powyższych rozważań do faktycznych warunków w jakich eksploatowana jest nawierzchnia kolejowa należy wprowadzić poniższe modyfikacje:

I) Tok szynowy nie jest belką swobodnie podpartą – szyna oparta jest na podkładach kolejowych, ułożonych w równomiernych odstępach. Podparcie jest odwzorowane przez moduł sprężystości podłoża. Moduł ten uwzględnia zarówno rodzaj oraz rozstaw podkładów jak i parametry podłoża na jakim położony jest tor. Po wprowadzeniu tej modyfikacji zależność (3.26) przyjmuje postać:

$$\frac{d^4w}{dx^4} \cdot E \cdot J + w \cdot k = q$$
(3.27)

gdzie:

k – moduł sprężystości podłoża.

II) W rzeczywistości obciążenie jakie generuje pojazd szynowy nie jest obciążeniem równomiernie rozłożonym. Nacisk przekazywany jest przez koła w poszczególnych punktach styku koło-szyna, dlatego bardziej adekwatne jest odwzorowanie obciążenia jako grupy sił skupionych poruszających się z określoną prędkością. Na potrzeby niniejszego modelu przyjęto

stałą prędkość, z jaką porusza się obciążenie (v = constans). Po wprowadzeniu tych modyfikacji zależność (3.27) przyjmuje postać:

$$\frac{d^4w}{dx^4} \cdot E \cdot J + w \cdot k = \frac{P}{dx}$$
(3.28)

III) W przypadku obciążenia dynamicznego należy uwzględnić dynamiczną reakcję układu wywołaną przez zmienne w czasie obciążenie, zależne od czasu oraz położenia. Zgodnie z drugą zasadą dynamiki Newtona reakcja ta przyjmuje postać:

$$B = \frac{d^2 w}{dt^2} \cdot m_s \tag{3.29}$$

gdzie:

m<sub>s</sub> – masa szyny odniesiona do jednostki długości.

$$m_s = A \cdot d \tag{3.30}$$

gdzie:

A – powierzchnia przekroju poprzecznego szyny,

d – gęstość materiału z jakiego wykonana jest szyna.

Przyjęto, że na całym rozważanym odcinku toku szynowego zabudowana jest jednakowa szyna ( $m_s = constans$ ). Po wprowadzeniu tej modyfikacji zależność (3.28) przyjmuje postać:

$$\frac{d^4w}{dx^4} \cdot E \cdot J + \frac{d^2w}{dt^2} \cdot m_s + w \cdot k = \frac{P}{dx}$$
(3.31)

IV) Wraz z upływem czasu po przyłożeniu obciążenia, drgania układu zmniejszają się.
Jest to spowodowane zjawiskiem tłumienia drgań. Po wprowadzeniu tej modyfikacji równanie (3.31) przyjmuje postać:

$$\frac{d^4w}{dx^4} \cdot E \cdot J + \frac{d^2w}{dt^2} \cdot m_s + \frac{dw}{dt} \cdot c + w \cdot k = \frac{P}{dx}$$
(3.32)

gdzie:

c – współczynnik tłumienia drgań.

Podsumowując powyższe rozważania ostateczne równanie linii ugięcia toku szynowego przyjmuje następującą postać:

$$\frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} \cdot (E \cdot J)(x) + \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} \cdot c(x) + + w(x,t) \cdot k(x) + \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \cdot m_s = \frac{P(x,t)}{dx}$$
(3.33)

Po uwzględnieniu danych zależnych od położenia i czasu oraz uporządkowaniu równania (3.33) otrzymano czynniki zależne od pochodnej czasu po jednej stronie znaku równości i pozostałe czynniki po drugiej:

$$\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \cdot m_s + \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} \cdot c(x) =$$

$$= -\frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} \cdot (E \cdot J)(x) - w(x,t) \cdot k(x) + \frac{P(x,t)}{dx}$$
(3.34)

Linia przemieszczenia pionowego toku szynowego zależeć będzie od miejsca przyłożenia obciążenia oraz od czasu, jaki minął od momentu przyłożenia obciążenia w danym punkcie. Zależność (3.34) stanowi podstawę do dalszych analiz numerycznych w niniejszej pracy.

#### 3.2. Metoda różnic skończonych

Otrzymane równanie (3.34) jest równaniem różniczkowym czwartego rzędu ze względu na współrzędną przestrzenną "x" i drugiego rzędu ze względu na czas "t". Do jego rozwiązania wykorzystano metodę różnic skończonych. Umożliwia ona rozwiązywanie równań różniczkowych dzięki zamianie operatorów różniczkowych na operatory różnicowe. Określa się je na zbiorze punktów, nazywanym siatką. Elementy siatki to węzły. Rozwiązywanie polega na podzieleniu rozważanego elementu na odcinki o niewielkiej długości " $\Delta$ x" i zbadaniu, jakie wartości poszukiwanych wielkości występują w poszczególnych węzłach. Przy odpowiednio dużej gęstości takiego podziału możliwe jest osiągnięcie bardzo dokładnych wyników, zbieżnych do tych jakie daje rozwiązanie analityczne. Dzięki takiemu założeniu, początkowe rozbudowane równanie różniczkowe zostaje zastąpione układem równań algebraicznych [8].

Do wyprowadzenia wzorów na operatory różnicowe wykorzystano założenie, że poszukiwane wartości funkcji pomiędzy poszczególnymi węzłami połączone są poprzez fragmenty paraboli. Sytuację tę przedstawia Rys. 3.7.



Rys. 3.7 Budowa ilorazów różnicowych w oparciu o funkcję kwadratową [8].

Odcinki |(i - 1)(i)| oraz |(i)(i + 1)| to odcinki powstałe na skutek podziału elementu na skończoną liczbę węzłów. Długość tych odcinków jest zawsze jednakowa i jest warunkowana wymiarami całego elementu oraz liczbą węzłów na jakie element został podzielony. Oznaczono ją jako " $\Delta x$ ".

Niech funkcja "w(x)" będzie opisana równaniem:

$$w(x) = ax^2 + bx + c$$
 (3.35)

gdzie:

w(x) – szukana wartość funkcji w danym punkcie,

a, b oraz c – współczynniki kierunkowe funkcji.

Pierwszą i drugą pochodną funkcji opisują następujące zależności:

$$\frac{\partial w(x)}{\partial x} = 2ax + b \tag{3.36}$$

$$\frac{\partial^2 w(x)}{\partial x^2} = 2a \tag{3.37}$$

Zakładając, że argument "x" przyjmuje w poszczególnych węzłach wartości jak poniżej:

$$\begin{cases} x_{i} = 0 \\ x_{i+1} = \Delta x \\ x_{i-1} = -\Delta x \end{cases}$$
(3.38)

65

wartość funkcji wynosi odpowiednio:

$$\begin{cases} w_{i} = c \\ w_{i+1} = a\Delta x^{2} + b\Delta x + c \\ w_{i-1} = a\Delta x^{2} - b\Delta x + c \end{cases}$$
(3.39)

Po uproszczeniu powyższego układu równań otrzymano:

$$\begin{cases} a\Delta x^{2} + b\Delta x = w_{i+1} - w_{i} \\ a\Delta x^{2} - b\Delta x = w_{i-1} - w_{i} \end{cases}$$
(3.40)

Rozwiązując układ równań (3.40) metodą wyznaczników otrzymano kolejno:

$$W = \begin{vmatrix} \Delta x^2 & \Delta x \\ \Delta x^2 & -\Delta x \end{vmatrix} = -2\Delta x^3$$
(3.41)

$$W_{a} = \begin{vmatrix} w_{i+1} - w_{i} & \Delta x \\ w_{i-1} - w_{i} & -\Delta x \end{vmatrix} = \Delta x (-w_{i+1} + 2w_{i} - w_{i-1})$$
(3.42)

$$a = \frac{W_a}{W} = \frac{W_{i-1} - 2W_i + W_{i+1}}{2\Delta x^2}$$
(3.43)

$$W_{b} = \begin{vmatrix} \Delta x^{2} & w_{i+1} - w_{i} \\ \Delta x^{2} & w_{i-1} - w_{i} \end{vmatrix} = \Delta x^{2} (w_{i-1} - w_{i+1})$$
(3.44)

$$b = \frac{W_b}{W} = \frac{W_{i+1} - W_{i-1}}{2\Delta x}$$
(3.45)

Podstawiając zależności (3.43) oraz (3.45) do zależności (3.36) oraz (3.37) otrzymano wzór na pierwszą (3.46) i drugą (3.47) pochodną funkcji określonej założeniami jak powyżej. Dzięki temu możliwe jest wyprowadzenie wzorów wykorzystanych w metodzie różnic skończonych.

$$\frac{\partial w(x)}{\partial x} = 2ax + b = \frac{w_{i-1} - 4w_i + 3w_{i+1}}{2\Delta x}$$
(3.46)

$$\frac{\partial^2 w(x)}{\partial x^2} = 2a = \frac{w_{i-1} - 2w_i + w_{i+1}}{\Delta x^2}$$
(3.47)

66

Do rozwiązania rozważanego równania opisującego przemieszczenie pionowe toku szynowego potrzebna będzie czwarta pochodna danej funkcji. Wzór na czwartą pochodną funkcji wyznaczono odpowiednio wykorzystując wzór (3.47):

$$\frac{\partial^4 \mathbf{w}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}^4} = \frac{\frac{\partial^2 \mathbf{w}_{i-1}}{\partial \mathbf{x}^2} - 2\frac{\partial^2 \mathbf{w}_i}{\partial \mathbf{x}^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{w}_{i+1}}{\partial \mathbf{x}^2}}{\Delta \mathbf{x}^2}$$
(3.48)

gdzie:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 w_{i-1}}{\partial x^2} = w_{i-2} - 2w_{i-1} + w_i \\ \frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2} = w_{i-1} - 2w_i + w_{i+1} \\ \frac{\partial^2 w_{i+1}}{\partial x^2} = w_i - 2w_{i+1} + w_{i+2} \end{cases}$$
(3.49)

stąd:

$$\frac{\partial^4 w(x)}{\partial x^4} = \frac{w_{i-2} - 4w_{i-1} + 6w_i - 4w_{i+1} + w_{i+2}}{\Delta x^4}$$
(3.50)

#### 3.3. Numeryczny model pojazd–nawierzchnia–podłoże gruntowe

W celu rozwiązania numerycznego wykorzystano program MATLAB. Mechanizm działania stworzonego algorytmu opisano w kolejnych podrozdziałach. Skrypt opracowanego algorytmu zamieszczono w Załączniku nr 2 na końcu niniejszej pracy.

#### 3.3.1. Dane

Pierwszym etapem działania opracowanego programu numerycznego jest wprowadzenie danych niezbędnych do dalszych obliczeń. W celu obliczenia przemieszczenia pionowego toku szynowego obciążonego przejeżdżającym pojazdem szynowym, poruszającym się ruchem jednostajnym, niezbędne jest zdefiniowanie następujących parametrów:

- 1. długości toku szynowego, który poddany jest analizie,
- 2. długości nawierzchni poszczególnych typów,
- 3. liczby odcinków podziału " $\Delta x$ " na jakie został podzielny tok szynowy,
- 4. numerycznego czasu trwania analizy,
- 5. modułu sprężystości podłoża,

- 6. współczynników zmienności podparcia szyny,
- 7. modułu sprężystości podłużnej stali szynowej,
- 8. geometrycznego momentu bezwładności przekroju poprzecznego szyny,
- 9. współczynnika efektywnego usztywnienia szyny w nawierzchni bezpodsypkowej,
- 10. masy szyny w odniesieniu do jednostki długości,
- 11. współczynnika tłumienia nawierzchni kolejowej,
- 12. współczynnika zmiany wartości tłumienia,
- 13. prędkości przejazdu pojazdu szynowego,
- 14. nacisku osi pojazdu szynowego,
- 15. rozstawu osi pojazdu szynowego.

Zestawienie parametrów, które należy zdefiniować przed rozpoczęciem obliczeń wraz z zastosowanymi oznaczeniami oraz jednostkami poszczególnych wielkości przedstawia Tabela (3.1).

# Tabela (3.1)

Zestawienie parametrów wejściowych do algorytmu obliczającego przemieszczenie pionowe toku szynowego spowodowane obciążeniem dynamicznym – opracowanie własne.

L.p.	Nazwa wielkości fizycznej	Oznaczenie	Jednostka w jakiej należy zdefiniować daną wielkość fizyczną
1	długość toku szynowego	L	[m]
2	długość nawierzchni danego typu	L <sub>ni</sub>	[m] w przypadku jednorodnego rodzaju nawierzchni L <sub>ni</sub> = L
3	liczba odcinków "∆x" na jakie został podzielony tok szynowy	n	wielkość bezwymiarowa (należy podać liczbę naturalną)
4	numeryczny czas trwania analizy	T <sub>A</sub>	[s]
5	moduł sprężystości podłoża	k	[MPa]
6	współczynniki zmienności podparcia szyny	z <sub>1,</sub> z <sub>2</sub> , , z <sub>i,</sub>	wielkości bezwymiarowe
7	moduł sprężystości podłużnej stali szynowej	Е	[GPa]

8	geometryczny moment bez- władności przekroju poprzecz- nego szyny	J	[cm <sup>4</sup> ]
9	współczynnik efektywnego usztywnienia szyny	n <sub>1</sub>	wielkość bezwymiarowa
10	masa szyny odniesiona do jednostki długości	m <sub>s</sub>	$\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}}\right]$
11	współczynnik tłumienia nawierzchni kolejowej	С	$\left[\frac{\mathrm{Ns}}{\mathrm{m}^2}\right]$
12	współczynnik zmiany wartości tłumienia	n <sub>2</sub>	wielkość bezwymiarowa
13	prędkość przejazdu pojazdu szynowego	v	$\left[\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\right]$
14	nacisk osi pojazdu szynowego	Р	[kN]
15	rozstaw osi pojazdu szynowego	R	[m]

## 3.3.2. Krok przestrzenny

Jednym z najważniejszych etapów algorytmu jest przyjęcie kroku przestrzennego, czyli wielkości " $\Delta x$ ". Algorytm wymaga określenia liczby "n" czyli liczby odcinków " $\Delta x$ " na jakie został podzielony tok szynowy. Krok przestrzenny jest zatem określony poniższą zależnością:

$$\Delta \mathbf{x} = \frac{\mathbf{L}}{\mathbf{n}} \tag{3.51}$$

Należy zaznaczyć, że im wartość kroku przestrzennego jest mniejsza, tym otrzymany wynik jest dokładniejszy. Ostateczna wartość kroku przestrzennego przyjęta do końcowych obliczeń zostanie poprzedzona wykonaniem analizy zbieżności.

## 3.3.3. Rozwiązanie numeryczne

Wyprowadzone wzory (3.46), (3.47) oraz (3.50) posłużą do rozwiązania równania opisującego przemieszczenie pionowe toku szynowego (3.34), którego części składowe, wykorzystując operatory różnicowe, można zapisać w następujący sposób (3.52) – (3.56):

$$\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \cdot m_s = \frac{w_i^{j-1} - 2w_i^j + w_i^{j+1}}{\Delta t^2} \cdot m_s$$
(3.52)

gdzie:

Δt –krok czasowy określony na różnicowej siatce czasowo-przestrzennej.

Wprowadzony w powyższym równaniu krok czasowy " $\Delta t$ " jest odpowiednikiem odcinka podziału " $\Delta x$ ", ale w odniesieniu do upływającego czasu, który również należy, myślowo, podzielić na skończoną liczbę części. W dalszej części pracy zastosowano nazewnictwo odcinka podziału w odniesieniu do warstwy czasu jako: chwila czasowa lub krok czasowy.

$$-\frac{\partial^{4} w(x,t)}{\partial x^{4}} \cdot (E \cdot J)(x) =$$

$$= -\left(\frac{w_{i-2}{}^{j} - 4w_{i-1}{}^{j} + 6w_{i}{}^{j} - 4w_{i+1}{}^{j} + w_{i+2}{}^{j}}{\Delta x^{4}}\right) \cdot E_{i} \cdot J_{i}$$
(3.53)

$$\frac{\partial w(x,t)}{\partial t} \cdot c(x) = \left(\frac{w_i^{j-1} - 4w_i^{j} + 3w_i^{j+1}}{2\Delta t}\right) \cdot c_i$$
(3.54)

$$-w(x,t) \cdot k(x) = -w_i^{j} \cdot k_i \qquad (3.55)$$

$$\frac{P(x,t)}{dx} = \frac{P_i^j}{\Delta x}$$
(3.56)

W powyższych równaniach indeks dolny "i" służy do oznaczenia kolejnych węzłów w modelu, natomiast indeks górny "j" służy do oznaczenia kolejnych rozpatrywanych chwil czasowych. Przekształcając równanie (3.34) i wykorzystując zależności (3.52) – (3.56) otrzymano zależność na przemieszczenie pionowe danego węzła w zależności od czasu:

$$\frac{w_{i}{}^{j-1}-2w_{i}{}^{j}+w_{i}{}^{j+1}}{\Delta t^{2}} \cdot m_{s} + \left(\frac{w_{i}{}^{j-1}-4w_{i}{}^{j}+3w_{i}{}^{j+1}}{2\Delta t}\right) \cdot c_{i} = -\left(\frac{w_{i-2}{}^{j}-4w_{i-1}{}^{j}+6w_{i}{}^{j}-4w_{i+1}{}^{j}+w_{i+2}{}^{j}}{\Delta x^{4}}\right) \cdot E_{i} \cdot J_{i} - w_{i}{}^{j} \cdot k_{i} + \frac{P_{i}^{j}}{\Delta x}$$

$$(3.57)$$

Przekształcając powyższe równanie i wprowadzając stałe pomocnicze oraz współczynniki otrzymano zależność na wartość przemieszczenia pionowego danego węzła "i" w kolejnej rozważanej chwili czasowej "j + 1". Wielkość ta została oznaczona kolorem żółtym na Rys. 3.9.

$$w_{i}^{j+1} = \frac{1}{S_{1}} \cdot \left\{ \Delta t^{2} \cdot \left( S_{4} \cdot w_{i-2}^{j} + (-4 \cdot S_{4}) * w_{i-1}^{j} + (6 \cdot S_{4} - z_{i} \cdot k_{i}) \cdot w_{i}^{j} + (-4 \cdot S_{4}) \cdot w_{i+1}^{j} + S_{4} \cdot w_{i+2}^{j} + H_{i}^{j} \cdot P_{1} \right) - S_{2} \cdot w_{i}^{j-1} - S_{3} \cdot w_{i}^{j} \right\}$$

$$(3.58)$$

W równaniu (3.58) dla uproszczenia zapisu przyjęto następujące stałe:

$$S_1 = m_s + \frac{3}{2} \cdot n_2 \cdot H_i^j \cdot c_i \cdot \Delta t$$
(3.59)

$$S_2 = m_s + \frac{1}{2} \cdot n_2 \cdot H_i^j \cdot c_i \cdot \Delta t$$
(3.60)

$$S_3 = -2 \cdot (m_s + n_2 \cdot H_i^j \cdot c_i \cdot \Delta t)$$
(3.61)

$$S_4 = -\frac{n_1 \cdot E \cdot J}{\Delta x^4} \tag{3.62}$$

$$P_1 = \frac{P}{\Delta x} \tag{3.63}$$

Dodatkowo wprowadzono cztery współczynniki: 1) współczynnik efektywnego usztywnienia szyny "n<sub>1</sub>", 2) współczynnik zmiany wartości tłumienia "n<sub>2</sub>", 3) współczynnik zmiany modułu sprężystości podłoża "z<sub>i</sub>" oraz 4) współczynnik występowania obciążenia i tłumienia "H<sup>j</sup><sub>i</sub>". Zastosowane współczynniki zostały opisane w kolejnych podpunktach.

## 3.3.4. Współczynnik efektywnego usztywnienia szyny

W miejscach gdzie występuje nawierzchnia podsypkowa, współczynnik efektywnego usztywnienia szyny "n<sub>1</sub>" przyjmuje wartość 1,00, w miejscach gdzie występuje nawierzchnia bezpodsypkowa współczynnik "n<sub>1</sub>" przyjmuje wartość 1,30, a dla systemów szyny w otulinie

(na przykład system ERS), gdzie szyna zatopiona jest w sprężystej masie, która ogranicza jej swobodę zginania, współczynnik "n<sub>1</sub>" przyjmuje wartość 1,50.

$$n_{1} = \begin{cases} 1,00 - nawierzchnia podsypkowa \\ 1,30 - nawierzchnia bezpodsypkowa \\ 1,50 - system szyny w otulinie \end{cases}$$
(3.64)

## 3.3.5. Współczynnik zmiany wartości tłumienia

W miejscach gdzie występuje nawierzchnia podsypkowa, współczynnik zmiany wartości tłumienia " $n_2$ " przyjmuje wartość 1,00, a w miejscach gdzie występuje nawierzchnia bezpodsypkowa współczynnik " $n_2$ " przyjmuje wartość 0,85.

$$n_{2} = \begin{cases} 1,00 - nawierzchnia podsypkowa \\ 0,85 - nawierzchnia bezpodsypkowa \end{cases}$$
(3.65)

## 3.3.6. Współczynnik zmiany modułu sprężystości podłoża

Stworzony algorytm umożliwia zamodelowanie różnego rodzaju konstrukcji nawierzchni poprzez zastosowanie jednego lub kilku współczynników zmienności podparcia szyny "z<sub>i</sub>". Dzięki temu, w zależności od potrzeb, możliwa jest stopniowa lub skokowa zmiana wartości wyjściowego modułu sprężystości podłoża "k".

$$\mathbf{k}_{\mathbf{i}} = \mathbf{z}_{\mathbf{i}} \cdot \mathbf{k} \tag{3.66}$$

gdzie:

k<sub>i</sub> – moduł sprężystości podłoża w danym węźle "i",

z<sub>i</sub> – współczynnik zmienności podparcia szyny,

k – wyjściowy moduł sprężystości podłoża.

#### 3.3.7. Współczynnik występowania obciążenia i tłumienia

Przyjęto założenie, że tłumienie działa jedynie w momencie przyłożenia obciążenia do danego węzła "i". W sytuacjach gdy do szyny w danej chwili czasowej "j" przyłożone jest obciążenie współczynnik występowania obciążenia i tłumienia "H<sup>j</sup>" przyjmuje wartość 1. W pozostałych przypadkach jego wartość wynosi 0.
$$H_{i}^{j} = \begin{cases} 1 - gdy \ do \ węzła \ "i" \ w \ danej \ chwili \ czasowej \ "j" \\ przyłożone \ jest \ obciążenie \\ 0 - gdy \ do \ węzła \ i" \ w \ danej \ chwili \ czasowej \ "j" \\ nie \ jest \ przyłożone \ obciążenie \end{cases}$$
(3.67)

### 3.3.8. Warunki brzegowe

Do rozwiązania dowolnego równania metodą różnic skończonych uwzględniającego obciążenia dynamiczne niezbędne jest określenie warunków brzegowych oraz warunków początkowych rozpatrywanego zagadnienia.

Wprowadzono następujące założenia:

- I. tok szynowy jest swobodnie podparty na każdym z końców,
- II. tok szynowy został myślowo podzielony na "n" odcinków o długości "Δx",
- III. liczba węzłów znajdujących się na toku szynowym jest równa "n-1",
- IV. z zewnętrznej strony każdego z węzłów podporowych dodano po jednym fikcyjnym węźle i jednym fikcyjnym odcinku "Δx",
- V. całkowita liczba węzłów na jakie został podzielony model, wraz z węzłami podporowymi (2 szt.) oraz fikcyjnymi (2 szt.), wynosi "n + 3".

Wprowadzono następującą numerację węzłów:

- I. pierwszy fikcyjny węzeł numer "1",
- II. pierwszy węzeł podporowy numer "2",
- III. pierwszy węzeł na toku szynowym numer "3",
- IV. ostatni węzeł na toku szynowym numer "n + 1",
- V. ostatni węzeł podporowy numer "n + 2",
- VI. ostatni węzeł fikcyjny numer "n + 3".

Powyższe założenia i numerację przedstawiono na Rys. 3.8.



kolor niebieski - numeracja węzłów modelu kolor zielony - podział modelu na odcinki Δx

Rys. 3.8 Przyjęta numeracja węzłów – opracowanie własne.

Przyjęta powyżej numeracja zostanie wykorzystana w budowie modelu metodą numeryczną.

Przyjęto następujące warunki brzegowe:

 przemieszczenie pionowe w pierwszym "fikcyjnym" węźle oznaczonym numerem "1" jest równe przemieszczeniu w pierwszym węźle na toku szynowym oznaczonym numerem "3" i wziętym ze znakiem minus,

$$w_1^j = -w_3^j$$
 (3.68)

II. przemieszczenie pionowe w pierwszym węźle podporowym oznaczonym numerem "2" jest równe 0,

$$w_2^{l} = 0$$
 (3.69)

 III. przemieszczenie pionowe w ostatnim węźle podporowym oznaczonym numerem "n + 2" jest równe 0,

$$w_{n+2}^{j} = 0 (3.70)$$

IV. przemieszczenie pionowe w ostatnim "fikcyjnym" węźle oznaczonym numerem "n + 3" jest równe przemieszczeniu w ostatnim węźle na toku szynowym oznaczonym numerem "n + 1" i wziętym ze znakiem minus.

$$w_{n+3}^{j} = -w_{n+1}^{j} \tag{3.71}$$

## 3.3.9. Warunki początkowe

Do ustalenia warunków początkowych przyjęto następujące założenia:

 I. wartość przemieszczenia pionowego danego węzła w chwili początkowej "j = 0" jest równa 0,

$$w(x,0) = 0 (3.72)$$

II. w chwili początkowej "j = 0" pierwszy, obciążony w chwili czasowej "j = 1", węzeł na toku szynowym oznaczony numerem "3" zaczyna drgać z pewną niewielką prędkością i niewielkim przyśpieszeniem, których wartości uzależnione są od wartości obciążenia:

$$\frac{\partial w}{\partial t}(x,0) \sim 0 \tag{3.73}$$

oraz

$$\frac{\partial^2 \mathbf{w}}{\partial t^2}(\mathbf{x}, 0) \sim 0 \tag{3.74}$$

Biorąc pod uwagę warunki (3.72), (3.73) oraz (3.74) i podstawiając do równania (3.34) otrzymano:

$$\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \cdot m_s + \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} \cdot c(x) = \frac{P(x,t)}{\Delta x}$$
(3.75)

Po zapisaniu lewej strony zależności (3.75) przy użyciu schematów różnicowych, analogicznych do wyprowadzonych w równaniach (3.46) oraz (3.47), z uwzględnieniem kroku czasowego otrzymano:

$$\frac{w_i^{j-1} - 2w_i^j + w_i^{j+1}}{\Delta t^2} \cdot m_s + \left(\frac{w_i^{j-1} - 4w_i^j + 3w_i^{j+1}}{2\Delta t}\right) \cdot c(x) = \frac{P_i^j}{\Delta x}$$
(3.76)

Ponieważ są to warunki początkowe to dla ich wyprowadzenia zasadne jest przyjęcie chwili czasowej jako:

$$j = 0$$
 (3.77)

wówczas zależność (3.76) należy zapisać w następujący sposób:

$$\frac{w_i^{-1} - 2w_i^0 + w_i^1}{\Delta t^2} \cdot m_s + \left(\frac{w_i^{-1} - 4w_i^0 + 3w_i^1}{2\Delta t}\right) \cdot c(x) = \frac{P_i^0}{\Delta x}$$
(3.78)

Należy pokreślić, że konieczne jest wprowadzenie fikcyjnej chwili czasowej z indeksem j = -1. Zabieg ten umożliwia rozpoczęcie obliczeń w opracowanym algorytmie metody różnic skończonych.

Z warunku początkowego oznaczonego jako "I" (3.72), wynika że:

$$w_i^0 = 0$$
 (3.79)

Zatem zależność (3.79) można uprościć do następującej postaci:

$$\frac{w_i^{-1} + w_i^1}{\Delta t^2} \cdot m_s - \frac{w_i^{-1} + 3w_i^1}{\Delta t} \cdot c_i = \frac{P_i^0}{\Delta x}$$
(3.80)

Z metody różnic centralnych [9] wynika, że:

$$w_{i}^{j} = \frac{w_{i}^{j+1} - w_{i}^{j-1}}{2\Delta t}$$
(3.81)

Wykorzystując warunki (3.77) oraz (3.79) w zależności (3.81) otrzymano:

$$w_i^{j+1} = w_i^{j-1} (3.82)$$

Uwzględniając powyższe rozważania w zależności (3.80) otrzymano:

$$w_i^{-1} = w_i^1 = \frac{P_i^j \cdot \Delta t^2}{2 \cdot \Delta x \cdot (m_s + n_2 \cdot c_i \cdot \Delta t)}$$
(3.83)

76

Aby rozpocząć procedurę obliczeń numerycznych, jako warunek początkowy rozpatrywanego zagadnienia, wobec powyższych rozważań, przyjęto, że początkowa wartość przemieszczenia pionowego każdego z węzłów, wynikająca z przyjętych warunków początkowych, jest równa początkowej wartości "w<sub>p</sub>" w chwili czasowej o dwie wcześniejszej od chwili, w której przyłożone jest obciążenie. Wartość "w<sub>p</sub>" zależy od: 1) wielkości obciążenia, 2) charakterystyki geometrycznej i materiałowej szyny, 3) wielkości tłumienia nawierzchni oraz 4) od przyjętych stałych metody różnic skończonych, czyli 4.1) kroku przestrzennego oraz 4.2) kroku czasowego.

$$w_{p} = \frac{P_{i}^{j} \cdot \Delta t^{2}}{2 \cdot \Delta x \cdot (m_{s} + n_{2} \cdot c_{i} \cdot \Delta t)}$$
(3.84)

gdzie:

 $w_p$  – przemieszczenie pionowe toku szynowego wynikające z przyjętych warunków początkowych.

Warto w tym miejscu podkreślić, że przyjęta liczbowa wartość warunku początkowego "w<sub>p</sub>", służy jedynie do rozpoczęcia procesu obliczeń i ma znikomy wpływ na dalsze wyniki, a przemieszczenia pionowe toku szynowego obliczone tylko przy użyciu tej wartości bez obciążenia taborem kolejowym byłyby pomijalnie małe. Zostanie to zaprezentowanie w dalszej części pracy.

#### 3.3.10. Krok czasowy

Podczas prowadzenia analiz numerycznych istotne jest uniknięcie wejścia modelu numerycznego w zjawisko rezonansu. Krok czasowy "Δt" przyjęty do obliczeń powinien być mniejszy niż okres drgań własnych konstrukcji "T" wyrażony zależnością:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_{I}}$$
(3.85)

gdzie:

T – okres drgań własnych konstrukcji,

 $\omega_I$  – pierwsza prędkość kołowa drgań własnych.

W przypadku drgań układów prostych o ciągłym rozkładzie masy pierwsza prędkość kołowa drgań własnych jest równa [12]:

$$\omega_{\rm I} = \frac{\pi^2}{L^2} \sqrt{\frac{{\rm E} \cdot {\rm J}}{{\rm m}_{\rm s}}} \tag{3.86}$$

zatem:

$$T = \frac{2L^2}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{m_s}{E \cdot J}}$$
(3.87)

Ponieważ w metodzie różnic skończonych każdy z węzłów rozważany jest osobno i kolejno po sobie, zasadnym jest w powyższej zależności podstawiać wartość " $\Delta x$ " jako długość elementu "L". W ten sposób otrzymano zależność na krytyczny krok czasowy, w kontekście utrzymania poprawności obliczeń. Dalej wielkość ta jest oznaczona jako " $\Delta t_{kr}$ ":

$$\Delta t_{kr} = \frac{2\Delta x^2}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{m_s}{E \cdot J}}$$
(3.88)

Z uwagi na możliwość przyjęcia współczynnika efektywnego usztywnienia szyny na maksymalnym poziomie  $n_1 = 1,50$  zależność (3.88) zmodyfikowano w następujący sposób:

$$\Delta t_{\rm kr} = \frac{2\Delta x^2}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{m_{\rm s}}{1,50 \cdot {\rm E} \cdot {\rm J}}}$$
(3.89)

Przyjęty do obliczeń krok czasowy " $\Delta$ t" powinien być mniejszy od określonego w zależności (3.88) czasu krytycznego " $\Delta$ t<sub>kr</sub>":

$$\Delta t \leq \Delta t_{kr} \tag{3.90}$$

### 3.3.11. Różnicowa siatka czasowo-przestrzenna

Schemat działania opisanego powyżej algorytmu w odniesieniu do poszczególnych węzłów "i" oraz chwil czasowych "j" przedstawia różnicowa siatka czasowo-przestrzenna. Została ona przedstawiona na Rys. 3.9.

nr węzła	1	2	3	4	5		i-2	i-1	i	i+1	i+2	 n	n+1	n+2	n+3
chwila czasowa	węzeł fikcyjny	węzeł podporowy		węzły na toku szynowym						węzeł podporowy	węzeł fikcyjny				
-1	$\triangleright$	0	Wp	0	0		0	0	0	0	0	 0	0	0	$\triangleright$
0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	 0	0	0	0
1	-W <sub>3</sub> <sup>1</sup>	0	<b>W</b> <sub>3</sub> <sup>1</sup>	$W_4^1$	W <sub>5</sub> <sup>1</sup>		W <sub>i-2</sub> <sup>1</sup>	W <sub>i-1</sub> <sup>1</sup>	w <sub>i</sub> <sup>1</sup>	W <sub>i+1</sub> <sup>1</sup>	W <sub>i+2</sub> <sup>1</sup>	 Wn <sup>1</sup>	W <sub>n+1</sub> <sup>1</sup>	0	-W <sub>n+1</sub> <sup>1</sup>
		0										 		0	
j-1	-w <sub>3</sub> <sup>j-1</sup>	0	<b>W</b> 3 <sup>j-1</sup>	<b>W</b> 4 <sup>j-1</sup>	<b>W</b> 5 <sup>j-1</sup>		<b>W</b> <sub>i-2</sub> <sup>j-1</sup>	<b>W</b> <sub>i-1</sub> <sup>j-1</sup>	Wi <sup>j-1</sup>	<b>W</b> i+1 <sup>j-1</sup>	<b>W</b> i+2 <sup>j-1</sup>	 Wn <sup>j-1</sup>	$W_{n+1}^{j-1}$	0	- <b>W</b> n+1 <sup>j-1</sup>
j	-W <sub>3</sub> <sup>j</sup>	0	W <sub>3</sub> j	W4j	w₅ <sup>j</sup>		W <sub>i-2</sub> <sup>j</sup>	W <sub>i-1</sub> <sup>j</sup>	w <sub>i</sub> j	W <sub>i+1</sub> <sup>j</sup>	W <sub>i+2</sub> <sup>j</sup>	 w <sub>n</sub> j	w <sub>n+1</sub> <sup>j</sup>	0	-W <sub>n+1</sub> j
j+1	-W <sub>3</sub> <sup>j+1</sup>	0	W <sub>3</sub> <sup>j+1</sup>	W4 <sup>j+1</sup>	<b>W</b> 5 <sup>j+1</sup>		W <sub>i-2</sub> <sup>j+1</sup>	$W_{i-1}^{j+1}$	Wi <sup>j+1</sup>	$w_{i+1}{}^{j+1} \\$	$w_{i+2}{}^{j+1} \\$	 Wn <sup>j+1</sup>	$W_{n+1}^{j+1}$	0	-W <sub>n+1</sub> <sup>j+1</sup>
		0										 		0	
m	- <b>W</b> <sub>3</sub> <sup>m</sup>	0	w <sub>3</sub> <sup>m</sup>	W4 <sup>m</sup>	w <sub>5</sub> <sup>m</sup>		w <sub>i-2</sub> <sup>m</sup>	W <sub>i-1</sub> <sup>m</sup>	w <sub>i</sub> <sup>m</sup>	w <sub>i+1</sub> <sup>m</sup>	w <sub>i+2</sub> <sup>m</sup>	 w <sup>"m</sup>	w <sub>n+1</sub> <sup>m</sup>	0	-W <sub>n+1</sub> <sup>m</sup>
	war. brzegowy I	war. brzegowy II		wartość przemieszczenia pionowego w danym węźle w danej chwili czasowej						war. brzegowy III	war. brzegowy IV				

Rys. 3.9 Różnicowa siatka czasowo-przestrzenna – opracowanie własne na podstawie [8].

Wykorzystana metoda rozwiązania nosi nazwę metody jawnej rozwiązywania równań różniczkowych metodą różnic skończonych [23]. Nowa wartość "w<sub>i</sub><sup>j+1</sup>" (kolor pomarańczowy na powyższym rysunku) określona jest na podstawie wartości już znanych, obliczonych w poprzednich krokach (kolor zielony). Pierwszą z kolei obliczaną niewiadomą jest "w<sub>3</sub><sup>1</sup>". Jest to przemieszczenie pionowe pierwszego węzła znajdującego się na toku szynowym w pierwszej rozważanej chwili czasowej (kolor pomarańczowy). Do pierwszego obliczenia wykorzystane zostanie zatem pięć wartości z chwili czasowej "j = 0" (kolor zielony) oraz jedna wartość fikcyjna z chwili czasowej "j = –1" (kolor zielony). Pokazuje to, jak istotne jest prawidłowe nadanie warunku początkowego – w przeciwnym przypadku wszelkie dane, wzięte pod uwagę do pierwszego obliczenia, byłyby równe 0.

Poziomy wymiar siatki jest równy "n + 3", zgodnie z założeniami przyjętymi na Rys. 3.8.

Pionowy wymiar siatki oznaczony jest na Rys. 3.9 jako wartość "m" i odpowiada liczbie kroków czasowych, przez jaką prowadzona będzie analiza przemieszczenia pionowego toku szynowego w poszczególnych węzłach. Ważne jest, żeby numeryczny czas trwania analizy "T<sub>A</sub>" pozwalał na określenie wartości maksymalnego przemieszczenia każdego punktu, do którego przyłożone jest obciążenie dynamiczne. Istotne jest również, żeby określić na ile kroków czasowych " $\Delta$ t" da się go podzielić. Iloraz ten należy zaokrąglić do całości w górę, tak żeby otrzymać liczbę całkowitą, a także powiększyć o 2, tak żeby uwzględnić chwile czasowe oznaczone na Rys. 3.9 jako "-1" oraz "0".

W rezultacie powyższych rozważań otrzymano:

$$n_{poz} = n + 3 \tag{3.91}$$

gdzie:

n<sub>poz</sub> – poziomy wymiar siatki czasowo-przestrzennej,

oraz

$$m_{pion} = ceil\left(\frac{T_A}{\Delta t}\right) + 2$$
 (3.92)

gdzie:

m<sub>pion</sub> – pionowy wymiar siatki czasowo – przestrzennej,

ceil – funkcja, która zaokrągla obliczony wynik w górę do pełnych jedności,

T<sub>A</sub> – numeryczny czas trwania analizy.

Z uwagi na specyfikę języka programowania MATLAB i brak możliwości użycia w numeracji wierszy macierzy oznaczeń ujemnych i zerowych, fikcyjnej chwili czasowej oznaczonej na Rys. 3.9 jako "–1" w samym skrypcie algorytmu nadano numer "1", a chwili czasowej oznaczonej na Rys. 3.9 jako "O" nadano numer "2". Numerację chwil czasowych, stosowaną w niniejszej części opisowej pracy, dla czytelności pozostawiono natomiast, w niezmienionej formie tak jak przyjęto na zamieszczonej powyżej różnicowej siatce czasowo-przestrzennej.

Ostatnim elementem koniecznym do uwzględnienia jest numeryczne zamodelowanie takich kwestii jak: 1) miejsce zmiany rodzaju nawierzchni (w zależności od zmiennej "x"), 2) miejsce zmiany rodzaju podparcia szyny (w zależności od zmiennej "x"), 3) rozstaw osi, 4) położenie obciążenia (w zależności zarówno od zmiennej "x" jak i od zmiennej "t") oraz 5) nadanie warunku początkowego (w zależności zarówno od zmiennej "x" jak i od zmiennej "ej "t").

# 3.3.12. Numeryczny model zmiany rodzaju nawierzchni

W celu numerycznego zamodelowania miejsca w modelu, w którym następuje zmiana rodzaju nawierzchni należy powiązać położenie poszczególnych węzłów "i" z długością poszczególnych rodzajów nawierzchni. Należy w tym celu określić, jaki procent węzłów znajduje się nad pierwszym typem nawierzchni "il<sub>1</sub>":

$$il_1 = floor\left(\frac{L_{n_1}}{L} \cdot (n+1)\right)$$
(3.93)

gdzie:

il<sub>1</sub> – liczba węzłów znajdujących się nad pierwszym typem nawierzchni,

 $\mathbf{L}_{\mathbf{n_1}} - \mathbf{d}$ ługość toru na jakiej zabudowany jest pierwszy typ nawierzchni,

n + 1 – liczba węzłów modelu, bez węzłów podporowych i fikcyjnych,

floor – funkcja, która zaokrągla obliczony wynik w dół do pełnych jedności.

Następnie należy dokonać sprawdzenia czy rozważany węzeł "i" znajduje się przed czy za miejscem zmiany rodzaju nawierzchni i przyporządkować dla danego położenia odpowiednie wartości współczynnika efektywnego usztywnienia szyny "n<sub>1</sub>" oraz współczynnika zmiany wartości tłumienia "n<sub>2</sub>". W przypadku jednolitej nawierzchni na całej długości modelu współczynniki "n<sub>1</sub>" oraz "n<sub>2</sub>" przyjmują stałą wartość równą 1.

### 3.3.13. Numeryczny model zmiany modułu sprężystości podłoża

W celu przyporządkowania odpowiednich wartości współczynników zmienności podparcia szyny "z<sub>i</sub>" dla poszczególnych węzłów "i" należy uwzględnić ilości węzłów o jednakowym module sprężystości podłoża "il<sub>2</sub>", "il<sub>3</sub>", "il<sub>i</sub>", które, w razie potrzeby, są określone w sposób analogiczny jak zaprezentowano w zależności (3.93).

### 3.3.14. Numeryczny model poruszającego się obciążenia

W celu numerycznego zamodelowania obciążenia "P" spowodowanego ruchem pojazdu szynowego należy dokładnie zidentyfikować w którym węźle modelu "i" w danej chwili czasowej "j" znajduje się koło pojazdu, które przekazuje obciążenie na konstrukcję. Dla uproszczenia przyjęto odwzorowanie koła jako siły punktowej przykładanej do danego, pojedynczego węzła przez określoną ilość chwil czasowych "j". Ma to swoje zobrazowanie w równaniu (3.58) przez zastosowany współczynnik występowania obciążenia i tłumienia "H<sup>j</sup>", który przyjmuje wartość "1" gdy do węzła przyłożone jest obciążenie oraz "0" gdy w danej chwili czasowej węzeł jest nieobciążony. Poniżej przedstawiono w jaki sposób numerycznie rozwiązano te zagadnienie.

Obciążenie porusza się z określoną, stałą prędkością "v". Znana jest, obliczona wcześniej, długość odcinka " $\Delta x$ ". Zatem czas w jakim obciążenie "P" pokona całą długość odcinka " $\Delta x$ " jest opisany przez zależność:

$$T_{\rm P} = \frac{\Delta x}{\rm v} \tag{3.94}$$

gdzie:

 $T_P$  – czas w jakim obciążenie " $P_i^{jn}$  "przemieści się" z węzła "i" do węzła "i + 1". \* w samym skrypcie algorytmu wartość " $T_P$ " została wyrażona w sposób bardziej precyzyjny poprzez wyrażenie jej jako liczba chwil czasowych " $f_1$ " w jakich obciążenie oddziałuje na pojedynczy węzeł "i", zgodnie z poniższą zależnością:

$$f_1 = floor\left(\frac{T_P}{\Delta t}\right) \tag{3.95}$$

gdzie:

 $f_1 - liczba$  chwil czasowych w jakich obciążenie oddziałuje na pojedynczy węzeł "i".

Analogicznie czas, w jakim obciążenie " $P_i^{j}$ " "przemieści się" z węzła "i" do węzła "i + 2" jest równy " $2T_P$ " itd.

Ostatnią kwestią jest określenie warunku, kiedy dokładnie obciążenie "P<sup>j</sup>" pozostaje w danym węźle "i". Rozważając dowolny węzeł "i", można stwierdzić, że wartość obciążenia "P<sup>j</sup>" przyrasta od czasu "T<sub>P</sub> · (i – 1)" do czasu "T<sub>P</sub> · i" kiedy osiąga wartość maksymalną i następnie maleje do czasu "T<sub>P</sub> · (i + 1)". Korzystając z symetrii tego układu można przyjąć, że wartość obciążenia "P<sup>j</sup>" jest stała na odcinku pomiędzy węzłami o numerach "i – 1" oraz "i". Współczynnik występowania obciążenia i tłumienia "H<sup>j</sup>" jest wówczas równy "1" na całym odcinku od węzła "i – 1" do węzła " i" oraz równy "0" na całym odcinku od węzła "i" do węzła " i + 1".

Dodatkowo należy porównać aktualną, rozważaną, chwilę czasową " $\Delta t \cdot j$ " w stosunku do czasu, w którym obciążenie występuje w danym węźle. Rozważając ponownie dowolny węzeł "i", można stwierdzić, że obciążenie "P<sub>i</sub><sup>j</sup>" będzie działało w tym węźle, jeżeli spełniony będzie warunek:

$$T_{P} \cdot (i-1) \le \Delta t \cdot j < T_{P} \cdot i \tag{3.96}$$

Ponieważ pierwszym węzłem na toku szynowym, dla którego są przeprowadzane obliczenia jest węzeł oznaczony numerem "3" oraz zgodnie z przyjętą wcześniej numeracją chwil czasowych w skrypcie algorytmu, zasadnym jest, żeby powyższy warunek rozpatrywać tylko dla "i  $\geq$  3" oraz "j  $\geq$  3".

W samym tekście skryptu, w celu zapewnienia działania obciążenia od pierwszej rozpatrywanej chwili (w niniejszym tekście oznaczonej numerem "1", a w skrypcie, z uwagi na brak ujemnych indeksów, numerem "3", zgodnie z podpunktem 3.3.11), powyższy warunek należy zmodyfikować w następujący sposób:

$$\begin{cases} T_P \cdot (i-3) \le \Delta t \cdot j < T_P \cdot (i-2) \\ i \ge 3 \\ j \ge 3 \end{cases}$$

$$(3.97)$$

Jeżeli dla dowolnego węzła "i" jest spełniony warunek (3.97) to wówczas, dla tego węzła w danej chwili czasowej "j", współczynnik występowania obciążenia i tłumienia " $H_i^j = 1$ ", w przeciwnym wypadku " $H_i^j = 0$ ".

### 3.3.15. Numeryczne nadanie warunku początkowego

W celu nadania warunku początkowego stworzona została pomocnicza macierz " $A_{wp}$ " o wymiarach takich samych jak podstawowa macierz rozwiązań. Następnie do odpowiednich komórek macierzy " $A_{wp}$ " przyporządkowywane zostały wartości warunku początkowego " $w_p$ ", zgodnie z założeniem, że gdy w danym węźle zaczyna działać obciążenie to wartość przemieszczenia pionowego tego węzła, w chwili czasowej o dwie chwile wcześniejszej jest równa początkowej wartości " $w_p$ ":

$$\bigvee_{j=3}^{j=m_{pion}} \Delta t \cdot j = T_{p} \cdot (i-3) \to (A_{wp})_{i}^{j-2} = w_{p}$$
(3.98)

Przykładowo, dla węzła oznaczonego numerem "3", do którego obciążenie jest przyłożone w chwili czasowej oznaczonej jako "j = 1", wartość "w<sub>p</sub>" zostanie nadana w chwili czasowej oznaczonej w tekście pracy jako "j = -1" i analogicznie będzie dla pozostałych węzłów.

W przypadku rozważania modelu składającego się z dwóch typów konstrukcji (nawierzchni podsypkowej oraz bezpodsypkowej) w wartości warunku początkowego " $w_p$ " uwzględniony został współczynnik zmiany wartości tłumienia " $n_2$ ". Powyższy przypadek został wprowadzony do algorytmu zgodnie z podpunktem 3.3.12.

Uwzględnienie warunku początkowego następuje poprzez dodanie poszczególnych wartości macierzy "A<sub>wp</sub>" do głównego rozwiązania:

$$\begin{split} w_{i}^{j+1} &= \\ &= \frac{1}{S_{1}} \cdot \left\{ \Delta t^{2} \cdot \left( n_{1} \cdot S_{4} \cdot w_{i-2}^{j} + (-4 \cdot n_{1} \cdot S_{4}) \cdot w_{i-1}^{j} + (6 \cdot n_{1} \cdot S_{4} - k_{i}) \cdot w_{i}^{j} + \right. \\ &+ (-4 \cdot n_{1} \cdot S_{4}) \cdot w_{i+1}^{j} + n_{1} \cdot S_{4} \cdot w_{i+2}^{j} + H_{1i}^{j} \cdot P_{1} \right) - S_{2} \cdot w_{i}^{j-1} - S_{3} \cdot w_{i}^{j} \right\} + \\ &+ (A_{wp})_{i}^{j} \end{split}$$

$$(3.99)$$

#### 3.3.16. Numeryczny model rozstawu osi pojazdu szynowego

W celu rozszerzenia powyższych rozważań o obciążenie toku szynowego kolejnymi siłami skupionymi, symbolizującymi kolejne osie pojazdu szynowego, wykorzystano metodę superpozycji. W modelu zastosowano uproszczenie polegające na założeniu, że wielkość nacisku każdej osi pojazdu szynowego jest jednakowa co do wartości (P = constans). Założono, że przemieszczenie pionowe wywołane obciążeniem od kolejnych osi taboru ma tę samą wartość, jak w przypadku obciążenia pierwszą osią. Następnie zsumowano przemieszczenia pionowe od poszczególnych osi pojazdu, biorąc pod uwagę przesunięcia czasowe, w jakich te przemieszczenia nastąpiły. W obliczeniach uwzględniono obciążenie dokładnie dwiema osiami, co odwzorowuje najpopularniejszy typ dwuosiowego wózka lokomotywy. W tym celu określono z jakim opóźnieniem w stosunku do pierwszego obciążenia działa drugie obciążenie. Zostało to opisane zależnością:

$$f_2 = floor\left(\frac{R}{v \cdot \Delta t}\right) \tag{3.100}$$

gdzie:

 $f_2$  – liczba chwil czasowych jakie mijają pomiędzy obciążeniami tego samego węzła "i" przez pierwszą i drugą siłę skupioną "P",

R – rozstaw pomiędzy osiami wózka pojazdu szynowego.

Liczba chwil czasowych "f<sub>2</sub>" musi być wyrażona przez liczbę naturalną. Dlatego, konieczne jest zaokrąglenie obliczonego wyniku. Zdecydowano się na zaokrąglanie w dół do pełnych jedności, ponieważ w takim przypadku, czas jaki upłynie pomiędzy działaniem kolejnych obciążeń "P" w danym węźle "i" jest krótszy, a dynamiczne oddziaływanie większe. Jest to podejście bardziej niekorzystne dla konstrukcji nawierzchni, niż gdyby przyjęto zaokrąglanie w górę.

W celu ujednolicenia wymiarów macierzy rozwiązań ich wymiar pionowy musi zostać powiększony o liczbę chwil czasowych "f<sub>2</sub>":

$$m_{pion} = ceil\left(\frac{T_A}{\Delta t}\right) + 2 + f_2$$
(3.101)

Po określeniu przesunięć czasowych "f<sub>2</sub>" należy określić sumaryczną wartość przemieszczenia pionowego "w<sup>j</sup>" w węźle "i" w chwili czasowej "j". Wartość ta jest równa sumie przemieszczeń pionowych tego węzła wywołanych przez wszystkie osie obciążenia w danej chwili czasowej " $\sum_{1}^{y} w_{i}^{j} (P_{y})$ ":

$$w_{i}^{j} = \sum_{1}^{y} w_{i}^{j}(P_{y})$$
(3.102)

gdzie:

y – numer kolejnej siły skupionej.

Dla przypadku obciążenia dokładnie dwiema osiami powyższy wzór przyjmuje postać:

$$w_{i}^{j} = w_{i}^{j}(P_{1}) + w_{i}^{j}(P_{2})$$
(3.103)

Przemieszczenie pionowe danego węzła wywołane obciążeniem drugą siłą skupioną " $w_i^j(P_2)$ " jest równe co do wartości przemieszczeniu pionowemu tego węzła wywołanemu przez pierwszą siłę skupioną " $w_i^j(P_1)$ ", z tym że działa z pewnym przesunięciem czasowym oznaczonym jako " $f_2$ ":

$$w_i^j(P_2) = w_i^{j-f_2}(P_1)$$
 (3.104)

gdzie:

w<sup>j</sup><sub>i</sub>(P<sub>2</sub>) – przemieszczenie pionowe szyny od obciążenia drugą siłą skupioną,
w<sup>j-f<sub>2</sub></sup><sub>i</sub>(P<sub>1</sub>) – przemieszczenie pionowe szyny od obciążenia pierwszą siłą skupioną,
(j – f<sub>2</sub>) – indeks górny odpowiadający za warstwę czasową, a także określający,
w których chwilach czasowych przemieszczenie tego samego węzła "i" wywołane
przez pierwszą siłę skupioną "P<sub>1</sub>" i przez drugą siłę skupioną "P<sub>2</sub>" są równe co do wartości.

Jeżeli indeks górny odpowiadający za warstwę czasową jest mniejszy lub równy 0:

$$j - f_2 \le 0$$
 (3.105)

to oznacza to, że w rozpatrywanej chwili czasowej "j" nie zaczęła jeszcze działać druga siła skupiona "(P<sub>2</sub>)" i wówczas przemieszczenie pionowe wywołane obciążeniem tą siłą skupioną jest równe 0:

$$w_i^j(P_2) = 0$$
 (3.106)

W celu dokonania obliczeń dla obu osi oraz następnie obliczeń sumarycznych wykorzystano trzy macierze oznaczone w następujący sposób: 1) " $A_1$ " – macierz tworząca różnicową siatkę czasowo-przestrzenną dla obciążenia osią nr 1, 2) " $A_2$ " – macierz tworząca różnicową siatkę czasowo-przestrzenną dla obciążenia osią nr 2, a także 3) "A<sub>sum</sub>" – macierz z rozwiązaniem sumarycznym dla obciążeń osiami nr 1 i 2.

# 3.3.17. Rozwiązanie - schemat blokowy algorytmu rozwiązania

Na Rys. 3.10 przedstawiono schemat blokowy opisanego algorytmu. W uporządkowany sposób obrazuje on kolejne kroki niezbędne do uzyskania końcowego wyniku jakim są wartości przemieszczenia pionowego szyny w poszczególnych węzłach modelu "i" w poszczególnych chwilach czasowych "j" spowodowane dynamicznym oddziaływaniem pojazdu szynowego na nawierzchnię kolejową.



Rys. 3.10 Schemat blokowy algorytmu - opracowanie własne.

## 4. BADANIA

Model teoretyczny powinien w sposób wiarygodny opisywać rzeczywistość po to, aby w podobnych przypadkach nie trzeba było wykonywać badań terenowych, a jedynie wykorzystać modelowanie teoretyczne. W celu weryfikacji i walidacji stworzonego algorytmu przeprowadzono badania in-situ przemieszczenia pionowego szyny kolejowej obciążonej dynamicznie. Badania przeprowadzono przy wykorzystaniu technologii skaningu laserowego. Wybór technologii badawczej został poprzedzony analizą, przywołanej w dalszej części rozdziału, literatury, która dawała przesłanki na otrzymanie zadowalającej dokładności wyników. W dalszej części rozdziału opisano zastosowaną technologię oraz przebieg pomiarów.

# 4.1. Technologia skaningu laserowego

Obecnie możliwe jest wykonywanie skaningu laserowego jako naziemnego lub lotniczego. Jego działanie sprowadza się do pomiaru odległości pomiędzy skanerem, a obiektem. Odległość ta jest obliczana na podstawie stałej predkości rozchodzenia się światła (rozumianego jako fala elektromagnetyczna) oraz czasu jaki mija od wysłania wiązki lasera do momentu jej powrotu do detektora po odbiciu od powierzchni badanego elementu. Z reguły wykorzystywana jest wiązka z zakresu podczerwieni (długości fali rzędu 800 nm), dzięki czemu możliwe jest wykonywanie pomiarów przy słabym oświetleniu, bądź nawet w nocy. Dodatkowo, możliwa jest rejestracja kata wysłania wiązki, co umożliwia dokładne zdefiniowanie przestrzennych współrzednych pomierzonych punktów. Pozwala to na stworzenie chmury punktów w lokalnym układzie skanera, co w późniejszej obróbce wyników umożliwia między innymi wygenerowanie numerycznego modelu terenu czy modelowanie 3D badanego obiektu [69]. Technologia ta stosowana jest z powodzeniem w takich dziedzinach jak: geodezja, fotogrametria, leśnictwo, budownictwo, badanie osuwisk, ocena przekrojów poprzecznych nawierzchni drogowych, ocena obiektów inżynierskich i skrajni budowli czy inwentaryzacja pomieszczeń. Skaning laserowy ma również zastosowanie w diagnostyce nawierzchni kolejowej. Jest wykorzystywany w ręcznych wózkach pomiarowych oraz w szynowych pojazdach diagnostycznych. Optyczne systemy pomiarowe wykorzystywane są również w maszynach torowych jak na przykład podbijarki czy profilarki [58]. Na Rys. 4.1, Rys. 4.2 oraz Rys. 4.3 przedstawiono przykłady zastosowania skaningu laserowego w diagnostyce nawierzchni kolejowej.



Rys. 4.1 Przykład kolejowej chmury punktów uzyskanej metodą skaningu laserowego [7].



Rys. 4.2 Pomiar szerokości międzytorza metodą skaningu laserowego [7].



Rys. 4.3 Pomiar wysokości toków szynowych metodą skaningu laserowego [7].

Do zalet pomiarów wykonywanych w tej technologii należą: duża dokładność oraz automatyzacja, a także szybkość pomiarów i brak konieczności niszczenia badanego obiektu czy wyłączania go z eksploatacji. Wśród wad należy wymienić: dużą objętość danych i ich długie przetwarzanie oraz brak możliwości prowadzenia pomiarów podczas złych warunków atmosferycznych, a także wysoką cenę skanera i jego wrażliwość na uszkodzenia mechaniczne [68].

# 4.2. Badania nawierzchni kolejowej

W niniejszej pracy wykonane zostały badania przemieszczenia pionowego szyny spowodowanego przejeżdżającym pociągiem przy wykorzystaniu technologii skaningu laserowego. Badania przeprowadzono we współpracy z PKP Polskimi Liniami Kolejowymi S.A. na terenie Zakładu Linii Kolejowych w Ostrowie Wielkopolskim. Pomiary zrealizowano w torach położonych w obrębie dwóch obiektów inżynieryjnych oraz ich stref dojazdowych. W celu analizy wpływu efektu progowego na dynamiczne oddziaływanie pojazdu szynowego na nawierzchnię kolejową wybrano: 1) miejsce z jednolitym typem nawierzchni na obiekcie i na szlaku oraz 2) miejsce gdzie występuje skokowa zmiana typu nawierzchni przed i za obiektem.

Badania były możliwe dzięki współpracy z firmą P. P. H. WObit E. K. J. Ober s. c. Firma ta nieodpłatnie udostępniła do badań skaner laserowy serii skanCONTROL LLT2610-50 na mocy umowy użyczenia zawartej z Wydziałem Inżynierii Lądowej i Geodezji Wojskowej Akademii Technicznej w Warszawie. W skład zestawu pomiarowego wchodziły następujące elementy: 1) skaner laserowy serii skanCONTROL LLT2610-50, 2) statyw wraz ze śrubami mocującymi umożliwiający trwałe zamocowanie urządzenia pomiarowego, 3) zestaw zasilający oraz 4) kabel umożliwiający połączenie skanera z komputerem. Wszystkie te elementy zostały zaprezentowane na Rys. 4.4.



Rys. 4.4 Zestaw pomiarowy - fotografia własna.

Udostępniony skaner umożliwia pomiar do 2560000 punktów na sekundę z częstotliwością do 4000 Hz. Dokładność pomiaru wynosi 2 µm. Skaner zamknięty jest w metalowej obudowie, która zapewnia uzyskanie stopnia ochronnego IP65. W dolnej części skanera znajduje się źródło światła i odbiornik. Na obudowie znajdują się dwa złącza: 1) ethernetowe (służace do komunikacji z komputerem PC lub sterownikiem Plc) oraz 2) wielofunkcyjne (służące między innymi do zasilania). Do komunikacji urządzenia z komputerem służy przewód ze złączem RJ45 z jednej strony i ze złączem dedykowanym dla skanera z drugiej [34]. Do poprawnego działania całego systemu pomiarowego potrzebny jest komputer z zainstalowanym odpowiednim oprogramowaniem (Rys. 4.5) oraz agregat prądotwórczy zapewniający stałe źródło zasilania. Przed rozpoczęciem pomiarów należy sprawdzić poprawność połączenia skanera z komputerem, wybrać odpowiednią konfigurację oprogramowania i przypisać ją do urządzenia, a także zdefiniować ustawienia pracy skanera ustalając takie parametry jak czas naświetlania oraz ilość mierzonych profili na sekundę. W doborze prawidłowych parametrów pomocny jest podglad pomiaru, wyświetlany w czasie rzeczywistym, w jednym z modułów oprogramowania. Dodatkowo należy określić nazwę i podać lokalizację zapisu pliku z wynikami. Zapis dokonywany jest automatycznie po zakończeniu pomiarów.



Rys. 4.5 Oprogramowanie scanCONTROL Configuration Tools [34].

Skaner był umieszczany poprzecznie do osi toru, tak żeby wysyłane przez niego promieniowanie w zakresie podczerwieni skierowane było na stopkę szyny. Uchwyt ze skanerem był każdorazowo zamontowany na metalowym pręcie długości około 40 cm wbitym w tłuczeń kolejowy w sposób uniemożliwiający jakiekolwiek przemieszczenie się układu pomiarowego. Stanowiska pomiarowe zostały przedstawione na Rys. 4.6 – Rys. 4.11.



Rys. 4.6 Stanowisko pomiarowe – wiadukt kolejowy – km 83,808 LK nr 272 – fotografia własna.



Rys. 4.7 Stanowisko pomiarowe – wiadukt kolejowy – km 83,808 LK nr 272 – fotografia własna.



Rys. 4.8 Stanowisko pomiarowe – wiadukt kolejowy w km 88,882 LK nr 272 – fotografia własna.



Rys. 4.9 Stanowisko pomiarowe – wiadukt kolejowy w km 88,882 LK nr 272 – fotografia własna.



Rys. 4.10 Stanowisko pomiarowe – skokowa zmiana sztywności nawierzchni – dojazd do wiaduktu kolejowego w km 88,882 LK nr 272 – fotografia własna.



Rys. 4.11 Stanowisko pomiarowe – skokowa zmiana sztywności nawierzchni – dojazd do wiaduktu kolejowego w km 88,882 LK nr 272 – fotografia własna.

Oba wybrane do badań obiekty inżynieryjne zlokalizowane są na linii kolejowej nr 272 relacji Kluczbork – Poznań Główny. Jest to zelektryfikowana, dwutorowa linia o znaczeniu państwowym, długości 201,850 km i szerokości torów 1435 mm przebiegająca przez województwa wielkopolskie i opolskie. Na długości 196,344 km jest to linia kategorii pierwszo-rzędnej, na pozostałym odcinku magistralnej. Prędkość konstrukcyjna linii wynosi 160 km/h [43]. Położenie linii zostało zaznaczone na Rys. 4.12.



Rys. 4.12 Linia kolejowa nr 272 relacji Kluczbork – Poznań Główny – opracowanie własne.

Szczegółowy opis nawierzchni kolejowej i badanych obiektów zamieszczono poniżej.

4.2.1. Obiekt inżynieryjny w km 83,808 linii kolejowej nr 272

Pierwszym miejscem badań był wiadukt kolejowy zlokalizowany w km 83,808 linii kolejowej nr 272. Zarówno na obiekcie, jak i na szlaku została zabudowana klasyczna nawierzchnia podsypkowa. Parametry nawierzchni to: szyna UIC60, tor bezstykowy, podkłady betonowe ciężkie, przytwierdzenia typu SB3, podsypka tłuczniowa o grubości 30 cm. Nawierzchnia została zabudowana w roku 2015, a jej obecny stan ocenić należy jako dobry.

Konstrukcja wiaduktu to stalowy obiekt o schemacie statycznym belki swobodnie podpartej. Został on zmodernizowany w roku 2012. Przeszkodą jest ulica Brzozowa w Ostrowie

Wielkopolskim. Kat skrzyżowania osi ulicy i linii kolejowej wynosi 90 stopni. Skrajnie pod obiektem wynoszą odpowiednio 4,60 m pionowa oraz 10,70 m pozioma. Maksymalna wysokość konstrukcyjna obiektu to 1,80 m. Długość przesła to 12,30 m, a szerokość 16,90 m. Na obiekcie oprócz dwóch torów głównych zasadniczych znajduje się jeden tor boczny, niezelektryfikowany. Cały obiekt składa się z 21 dźwigarów o wysokości środnika równej 74 cm, w rozstawie co 75 cm. Grubość mierzona od górnej powierzchni dźwigarów do główki szyny wynosi minimum 75 cm. Na całej długości belki środnik jest wykonany z blachy o grubości 10 mm, a pas dolny z blachy 350 mm x 25 mm. Pas górny jest wykonany z blachy grubości 20 mm oraz na całej szerokości został wzmocniony użebrowaniem z połówek dwuteowników IPN240 pomiędzy środnikami dźwigarów. Dźwigary główne stężone są poprzecznicami o środnikach z blachy 300 mm x 8 mm i pasie dolnym z blachy 200 mm x 20 mm. W osiach podparcia zastosowano mocniejsze poprzecznice o środnikach grubości 10 mm i pasach dolnych z blachy 200 mm x 25 mm. Zastosowano łożyska styczne, jednokierunkowo przesuwne w kierunku równoległym z osią obiektu. Konstrukcje stalowe zostały wykonane ze stali S355J2G3. Izolację wykonano z masy hydroizolacyjnej oraz wibroizolacyjnych mat podtłuczniowych. Bezpośrednio na matach została ułożona warstwa podsypki tłuczniowej. Obiekt został zabezpieczony balustradami o wysokości 110 cm oraz odbojnicami zabezpieczającymi przed wypadaniem tłucznia. Zastosowano powierzchniowe odwodnienie konstrukcji dzieki nadaniu jednoprocentowego spadku blachy górnej w kierunku przyczółków, skąd woda jest ujmowana w dren z rury perforowanej w geowłókninie i odprowadzana do kanalizacji miejskiej. Strefy przejściowe przed i za obiektem wykonano z piasku średniego stabilizowanego cementem oraz wzmocnionego trzema warstwami geosiatek. Rys. 4.13 przedstawia widok nawierzchni dwóch torów głównych zasadniczych na tym obiekcie. Rys. 4.14 przedstawia widok konstrukcji nośnej wiaduktu kolejowego.



Rys. 4.13 Nawierzchnia na wiadukcie kolejowym w km 83,808 LK nr 272 – fotografia własna.



Rys. 4.14 Wiaduk kolejowy w km 83,808 LK nr 272 – fotografia własna.

Wykonano pomiary przemieszczenia pionowego szyny obciążonej dynamicznie przejeżdżającym pojazdem szynowym w następujących punktach pomiarowych: 1) 2 m przed obiektem oraz 2) 10 m przed obiektem. Zdjęcia z przeprowadzonych badań przedstawiono na Rys. 4.15, Rys. 4.16 oraz Rys. 4.17.



Rys. 4.15 Wiadukt kolejowy w km 83,808 LK nr 272 – pomiar przemieszczenia pionowego szyny obciążonej dynamicznie pociągiem PKP Intercity – fotografia własna.



Rys. 4.16 Wiadukt kolejowy w km 83,808 LK nr 272 – pomiar przemieszczenia pionowego szyny obciążonej dynamicznie pociągiem Kolei Wielkopolskich – fotografia własna.



Rys. 4.17 Wiadukt kolejowy w km 83,808 LK nr 272 – pomiar przemieszczenia pionowego szyny obciążonej dynamicznie pociągiem PolRegio – fotografia własna.

4.2.2. Obiekt inżynieryjny w km 88,882 linii kolejowej nr 272

Drugim miejscem badań był wiadukt kolejowy zlokalizowany w km 88,882 linii kolejowej nr 272 relacji Kluczbork – Poznań Główny. Parametry nawierzchni na dojeździe do obiektu to: szyna UIC 60, tor bezstykowy, podkłady betonowe ciężkie, przytwierdzenia typu SB8. podsypka tłuczniowa o grubości 30 cm. Nawierzchnia została zabudowana w roku 2006, a jej obecny stan ocenić należy jako dobry. Parametry nawierzchni na obiekcie to: szyna UIC 60, tor bezstykowy, mostownice typu II z drewna miękkiego oparte bezpośrednio na stalowych podłużnicach, przytwierdzenia typu K, odbojnice z szyn staroużytecznych. Nawierzchnia została zabudowana w roku 2016, a jej obecny stan ocenić należy jako dobry. Różna konstrukcja nawierzchni przed/za i na obiekcie powoduje występowanie skokowej zmiany sztywności nawierzchni przed i za obiektem.

Wiadukt został zmodernizowany w roku 2015. Przeszkodą jest linia kolejowa nr 14 relacji Łódź Kaliska – Tuplice. Kąt skrzyżowania dwóch linii kolejowych wynosi 22 stopnie. Jest to dwuprzęsłowy obiekt oparty na betonowych przyczółkach, o długości przeseł 21,25 m i 21,24 m w torze nr 1 oraz 21,21 m i 21,25 m w torze nr 2. Rozpiętość teoretyczna obiektu wynosi 2 x 20,70 m. Podpora pośrednia to dwuprzegubowy kozioł stalowy. Skrajnia pionowa pod obiektem wynosi 5,27 m. Ustrój nośny stanowi blachownica nitowana z jazdą wgłębną. Wysokość dźwigarów to 2,20 m. Dźwigary połączone są stalowymi poprzecznicami. Konstrukcja wzmocniona jest stężeniami hamownymi oraz wiatrownicami. Na obiekcie znajdują pomosty służbowe zabezpieczone balustrada wysokości 1,10 m. się dwa 0

Rys. 4.18 przedstawia widok nawierzchni bezpodsypkowej na obiekcie. Rys. 4.19 przedstawia widok nawierzchni przed obiektem. Rys. 4.20 przedstawia widok konstrukcji nośnej wiaduktu kolejowego.



Rys. 4.18 Nawierzchnia bezpodsypkowa na wiadukcie kolejowym w km 83,808 LK nr 272 – fotografia własna.



Rys. 4.19 Nawierzchnia przed wiaduktem kolejowym w km 83,808 LK nr 272 – fotografia własna.



Rys. 4.20 Wiaduk kolejowy w km 88,882 LK nr 272 – fotografia własna.

Wykonano pomiary przemieszczenia pionowego szyny obciążonej dynamicznie przejeżdżającym pojazdem szynowym w następujących punktach pomiarowych: 1) 3 m przed obiektem oraz 2) 23 m przed obiektem – w miejscu skokowej zmiany sztywności nawierzchni spowodowanej zmianą rodzaju podkładów z betonowych ciężkich na drewniane miękkie. Zdjęcia z przeprowadzonych badań przedstawiono na Rys. 4.21 i na Rys. 4.22.



Rys. 4.21 Wiadukt kolejowy w km 88,882 LK nr 272 – pomiar przemieszczenia pionowego szyny obciążonej dynamicznie pociągiem towarowym – fotografia własna.



Rys. 4.22 Wiadukt kolejowy w km 88,882 LK nr 272 – pomiar przemieszczenia pionowego szyny obciążonej dynamicznie pociągiem Kolei Wielkopolskich – fotografia własna.

Wyniki przeprowadzonych i opisanych powyżej pomiarów zostały zamieszczone w podrozdziale 5.2. Jednocześnie, porównano je z wynikami obliczeń otrzymanych z opracowanego modelu teoretycznego, opisanego w rozdziale trzecim.

# 5. ANALIZA NUMERYCZNA

Przeprowadzona analiza numeryczna miała trzy zasadnicze cele 1) określenie uwarunkowań numerycznych, takich jak: warunki zbieżności, dokładność obliczeń i określenie optymalnej długości toku szynowego przyjętej do obliczeń, 2) porównanie wyników obliczonych z wynikami pomierzonymi empirycznie oraz 3) analizę rozwiązań różnych typów konstrukcji stref przejściowych w kontekście potwierdzenia bądź zaprzeczenia tezy pracy.

W całym niniejszym rozdziale oznaczenia przyjęto zgodnie z tymi, które przedstawia Tabela (3.1).

## 5.1. Uwarunkowania numeryczne

Do analizy uwarunkowań numerycznych przyjęto jednorodną nawierzchnią podsypkową z szyną 60E1 na podkładach betonowych. Parametry tej nawierzchni zawiera Tabela (5.1).

Tabela (5.1)

Zestawienie parametrów nawierzchni przyjętej do analizy uwarunkowań numerycznych – opracowanie własne.

L.p.	Parametr	Wartość		
1	długość toku szynowego	L	10,00	[m]
2	długość nawierzchni pierwszego typu	L <sub>n1</sub>	10,00	[m]
3	liczba odcinków "∆x" na jakie został podzielony tok szynowy	n	200	[-]
4	numeryczny czas trwania analizy	T <sub>A</sub>	1,00	[s]
5	moduł sprężystości podłoża	k	45,00	[MPa]
6	współczynnik zmienności podparcia szyny	Z <sub>1</sub>	1,00	[-]
7	moduł sprężystości podłużnej stali szynowej	Е	210,00	[GPa]
8	geometryczny moment bezwładności przekroju poprzecznego szyny	J	3038,30	[cm <sup>4</sup> ]
9	współczynnik efektywnego usztywnienia szyny	n <sub>1</sub>	1,00	[-]
10	masa szyny odniesiona do jednostki długości	m <sub>s</sub>	60,21	$\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}}\right]$
11	współczynnik tłumienia nawierzchni kolejowej	с	22,60	$\left[\frac{\text{Ns}}{\text{m}^2}\right]$
12	współczynnik zmiany wartości tłumienia	n <sub>2</sub>	1,00	[-]

13	prędkość przejazdu pojazdu szynowego	v	60,00	$\left[\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\right]$
14	nacisk osi pojazdu szynowego	Р	160,00	[kN]
15	rozstaw osi pojazdu szynowego	R	3,00	[m]

### 5.1.1. Numeryczny czas trwania analizy

Istotne jest przyjęcie odpowiedniego numerycznego czasu trwania analizy "T<sub>A</sub>". Minimalna wartość numerycznego czasu trwania analizy musi uwzględniać długość toku szynowego przyjęto do analizy "L" oraz prędkość poruszania się obciążenia "v". Należy dobrać takie wartości, żeby każde z obciążeń zadziałało we wszystkich węzłach. Jednocześnie należy wziąć pod uwagę rozstaw osi "R". Wówczas numeryczny czas analizy zjawiska "T<sub>A</sub>" można opisać następującym warunkiem:

$$T_{A} \ge \frac{L+R}{v}$$
(5.1)

W dalszych rozważaniach przyjmowano wartość numerycznego czasu trwania analizy "T<sub>A</sub>" o wartości minimum o 20 % większej niż czas przejazdu obu osi obciążenia po całym analizowanym odcinku toku szynowego o długości "L".

## 5.1.2. Warunek zbieżności – krok czasowy

Ważną kwestią w przypadku stosowania metody różnic skończonych jest przyjęcie odpowiedniej gęstości podziału numerycznego czasu trwania analizy "T<sub>A</sub>" na chwile czasowe " $\Delta$ t", czyli kroku czasowego. Dla określonego w podpunkcie 3.3.10 czasu krytycznego zastosowano współczynnik zmniejszający czas krytyczny "m $_{\Delta t}$ ".

$$\Delta t = m_{\Delta t} \cdot \Delta t_{kr} \tag{5.2}$$

Przeprowadzono szereg obliczeń sprawdzających jak zmienia się dokładność wyników w zależności od wartości przyjętego współczynnika " $m_{\Delta t}$ ". Tabela (5.2) przedstawia otrzymane wyniki.

Tabela (5.2)

Dokładność wyników w	zależności od różnych	wartości kroku	czasowego "Δt"·	– opracowa-
nie własne.				

L.p.	Współczynnik zmniejszający czas krytyczny	Maksymalna obliczona wartość przemieszczenia pionowego szyny spowodowanego obciążeniem dynamicznym (węzeł środkowy)
—	$m_{\Delta t} [-]$	w <sub>max</sub> [mm]
1	1,00	8
2	0,99	œ
3	0,98	œ
4	0,97	œ
5	0,96	1,009
6	0,95	1,010
7	0,94	1,001
8	0,93	1,010
9	0,92	1,009
10	0,91	1,009
11	0,90	1,010
12	0,80	1,009

Zgodnie z warunkiem (3.90), wartość współczynnika " $m_{\Delta t}$ " powinna zawierać się w przedziale obustronnie otwartym (0 – 1), natomiast, jak pokazała przeprowadzona analiza zbieżności, dla wartości parametru  $m_{\Delta t} > 0,96$  otrzymano wyniki nieprawidłowe. Zauważono też, że dalsze zmniejszanie wartości współczynnika " $m_{\Delta t}$ " poniżej poziomu  $m_{\Delta t} = 0,96$  nie ma znaczącego wpływu na rezultaty obliczeń.

Do dalszych analiz przyjęto wartość współczynnika zmniejszającego czas krytyczny "m\_{\Delta t}" równą:

$$m_{\Delta t} = 0.95 \tag{5.3}$$

## 5.1.3. Warunek zbieżności – krok przestrzenny

Kolejną istotną kwestią, w przypadku stosowania metody różnic skończonych, jest przyjęcie odpowiedniej gęstości podziału długości toku szynowego przyjętej do obliczeń "L" na odcinki podziału " $\Delta x$ ", czyli kroku przestrzennego. Wraz ze zwiększaniem gęstości podziału uzyskiwane wyniki powinny dążyć do granicznej, poprawnej wartości.

Przeprowadzono szereg obliczeń sprawdzających w jaki sposób zmienia się dokładność wyników w zależności od wartości przyjętego kroku przestrzennego " $\Delta x$ ". Tabela (5.3) przedstawia otrzymane wyniki.

Tabela (5.3) Dokładność wyników w zależności od różnych wartości kroku przestrzennego " $\Delta x$ " – opracowanie własne.

L.p.	Liczba odcinków "Δx" na jakie został podzielony tok szynowy	Krok przestrzenny	Maksymalna obliczona wartość przemieszczenia pionowego szyny spowodowanego obciążeniem dynamicznym (węzeł środkowy)
—	n [—]	Δx [m]	w <sub>max</sub> [mm]
1	10	1,000	ω
2	11	0,909	9,75 * 10 <sup>300</sup>
3	12	0,833	4,03 * 10 <sup>287</sup>
4	14	0,714	1,62 * 10 <sup>237</sup>
5	17	0,588	8,73 * 10 <sup>93</sup>
6	20	0,500	0,987
7	25	0,400	0,895
8	33	0,303	1,020
9	50	0,200	1,132
10	100	0,100	1,179
11	111	0,090	1,360
12	125	0,080	1,019
13	143	0,070	1,022
14	167	0,060	1,059
15	200	0,050	1,010
16	250	0,040	1,011
17	333	0,030	1,024
18	400	0,025	1,014

Podobnie, jak w przypadku kroku czasowego, zwiększanie gęstości podziału kroku przestrzennego, od pewnego granicznego momentu nie ma znaczącego wpływu na rezultaty obliczeń. Do dalszych analiz przyjęto wartość kroku przestrzennego " $\Delta x$ " równą:

$$\Delta x = 0.05 \ [m]$$
 (5.4)

W celu lepszego zobrazowania istoty przyjęcia odpowiedniej wartości kroku przestrzennego na Rys. 5.1 oraz Rys. 5.2 zamieszczono obliczone wyniki przemieszczenia pionowego szyny spowodowanego obciążeniem dynamicznym w zależności od czasu dla  $\Delta x = 0,83$  m oraz dla  $\Delta x = 0,05$  m



Rys. 5.1 Zaburzone wyniki przemieszczenia pionowego szyny spowodowanego obciążeniem dynamicznym w zależności od czasu dla kroku przestrzennego  $\Delta x = 0.83$  [m] – opracowanie własne.



Rys. 5.2 Prawidłowe wyniki przemieszczenia pionowego szyny spowodowanego obciążeniem dynamicznym w zależności od czasu dla kroku przestrzennego  $\Delta x = 0.05 \text{ [m]} - \text{opracowanie}$ własne.

5.1.4. Dokładność obliczeń w zależności od położenia węzłów

W toku prowadzonych analiz zauważono, że obliczona wartość maksymalnego przemieszczenia pionowego szyny nie jest jednakowa we wszystkich węzłach modelu. Zjawisko to szczególnie dotyczy węzłów skrajnych i przy-skrajnych, co wynika z konieczności nadania warunków brzegowych, które przyjęto zgodnie z podpunktem 3.3.8. Przyjęcie swobodnego podparcia szyny na każdym z końców modelu powoduje, że wyniki w tych miejscach i w ich sąsiedztwie są nieprawidłowe. Algorytm zanim uzyska prawidłową dokładność potrzebuje wykonać pewną liczbę cykli obliczeń "startowych". Tę sytuację pokazano na Rys. 5.3, prezentującym zależność maksymalnego przemieszczenia pionowego szyny spowodowanego obciążeniem dynamicznym w zależności od położenia węzła w modelu.


Rys. 5.3 Zależność maksymalnego przemieszczenia pionowego szyny spowodowanego obciążeniem dynamicznym w zależności od położenia węzła w modelu – opracowanie własne.

Zauważono, że w około 15 % skrajnych węzłów występują wyniki nieprawidłowe. Fakt ten został uwzględniony w długościach toku szynowego przyjętych do dalszych analiz.

#### 5.1.5. Optymalna długość toku szynowego przyjęta do obliczeń

Kolejną istotną kwestią jest właściwe dobranie długości toku szynowego "L" do obliczeń numerycznych. W toku prowadzonych analiz zauważono, że pojedyncza oś pojazdu szynowego oddziałuje na 10 – 11 kolejnych podkładów kolejowych – czyli około 6 m. Fakt ten zilustrowano na Rys. 5.4.

Taki wniosek potwierdzają również dane odnalezione w literaturze przedmiotu, między innymi: [13], [28], [52], [55], [56].

Zgodnie z poprzednim podpunktem oraz z uwagi na powyższe wnioski dotyczące zasięgu oddziaływania obciążenia, do dalszej analizy przyjęto długość toku szynowego równą L = 10 m dla odcinka z jednorodnym rodzajem nawierzchni oraz L = 16 m dla odcinka składającego się z nawierzchni podsypkowej oraz bezpodsypkowej. Wartość kroku przestrzennego, zgodnie z podpunktem 5.1.3, przyjęto w każdym przypadku jako  $\Delta x = 0,05$  m. Zauważono, że dla większych długości toku szynowego i dla zróżnicowanego typu nawierzchni (podsypkowa i bezpodsypkowa) przy zachowaniu należytej gęstości podziału kroku czasowego " $\Delta$ t" układ traci zbieżność. Z tego powodu, w tych przypadkach, konieczne było zmniejszenie wartości kroku czasowego. Po zastosowaniu współczynnika zmniejszającego czas krytyczny " $m_{\Delta t}$ " na poziomie 0,70 – 0,80 ponownie otrzymywano prawidłowe wyniki.





#### 5.1.6. Wpływ warunków początkowych

Zgodnie z podpunktem 3.3.9, odpowiednio przed rozpoczęciem działania obciążenia w danym węźle "i", dla tego węzła nadano warunek początkowy. Jest to fikcyjne, początkowe przemieszczenie o pomijalnie małej wartości. Wartość ta wynika z wyprowadzonych wcześniej zależności (3.72) – (3.84). Zabieg ten nie ma wpływu na wynik, a jedynie umożliwia rozpoczęcie obliczeń przy zastosowaniu metody różnic skończonych, zgodnie ze schematem obliczeń przedstawionym na Rys. 3.9. Poniżej, na Rys. 5.5, przedstawiono zależność maksymalnego przemieszczenia pionowego szyny spowodowanego samym nadaniem warunku początkowego, w zależności od położenia węzła w modelu. W symulacji nie uwzględniono obciążenia dynamicznego od pojazdu szynowego.



Rys. 5.5 Zależność maksymalnego przemieszczenia pionowego szyny spowodowanego samym nadaniem warunku początkowego w zależności od położenia węzła w modelu. Bez obciążenia dynamicznego od pojazdu szynowego – opracowanie własne.

Uzyskano maksymalne wartości przemieszczenia na poziomie 0,01% w porównaniu do otrzymanych przy uwzględnieniu obciążenia. Wyniki potwierdzają postawioną wcześniej tezę, że nadanie warunków początkowych nie ma żadnego wpływu na obliczane wartości, jest jednak konieczne ze względu na istotę przyjętej metody matematycznej.

#### 5.2. Porównanie wyników analizy numerycznej z wynikami doświadczalnymi

W niniejszym podrozdziale zamieszczone zostały wyniki pomiarów in-situ opisanych szczegółowo w podrozdziale 4.2. Parametry nawierzchni każdego z punktów pomiarowych zostały odwzorowane w stworzonym modelu, celem weryfikacji poprawności otrzymywanych wyników. Porównano przemieszczenia pionowe danego punktu szyny spowodowane obciążeniem dynamicznym w zależności od czasu. Prędkości przejazdów pociągów ustalono na podstawie częstotliwości występowania maksymalnych przemieszczeń na zapisanych wynikach pomiarów i zaokrąglono do pełnych dziesiątek. Dane pojazdów szynowych przyjęto na podstawie: [76], [80], [85], [88]. Użyte parametry zostały zawarte w Tabelach (5.4 – 5.8), a wyniki zmierzone i obliczone zestawiono na kolejnych wykresach na Rys. 5.6 – Rys. 5.10.

# 5.2.1. Wyniki pomiarów w poszczególnych punktach pomiarowych

# Punkt pomiarowy nr 1

# Tabela (5.4)

Parametry nawierzchni – pierwszy punkt pomiarowy – opracowanie własne.						
Obiekt inżynieryjny w km 83,808 LK nr 272.						
	Nawierzchnia przed i na obiekcie: jednolita podsypkowa.					
	Punkt pomiarowy usytuowany 2 m przed początkiem wiaduktu kolejowego.					
	Obciążenie – pociąg pośpieszny PKP INTERCITY – lokomo	tywa	EP07 — 30	1.		
L.p.	Parametr		Warte	ość		
1	długość toku szynowego	L	16,00	[m]		
2	długość nawierzchni pierwszego typu	$L_{n_1}$	8,00	[m]		
3	liczba odcinków "∆x" na jakie został podzielony tok szynowy	n	320	[-]		
4	numeryczny czas trwania analizy	T <sub>A</sub>	1,35	[s]		
5	moduł sprężystości podłoża	k <sub>1</sub>	45,00	[MPa]		
5		k <sub>2</sub>	70,00	[MPa]		
6	6 współczynnik zmienności podparcia szyny		1,00	[-]		
			1,56	[-]		
7	moduł sprężystości podłużnej stali szynowej	Е	210,00	[GPa]		
8	geometryczny moment bezwładności przekroju poprzecznego szyny	J	3038,30	[cm <sup>4</sup> ]		
9	współczynnik efektywnego usztywnienia szyny	n <sub>1</sub>	1,00	[-]		
10	masa szyny odniesiona do jednostki długości	m <sub>s</sub>	60,21	$\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}}\right]$		
11	współczynnik tłumienia nawierzchni kolejowej	С	22,60	$\left[\frac{\text{Ns}}{\text{m}^2}\right]$		
12	współczynnik zmiany wartości tłumienia	n <sub>2</sub>	1,00	[-]		
13	prędkość przejazdu pojazdu szynowego*	v	60,00	$\left[\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\right]$		
14	nacisk osi pojazdu szynowego	Р	196,00	[kN]		
15	rozstaw osi pojazdu szynowego	R	3,05	[m]		

\* Na około 600 m przed punktem pomiarowym nastąpiło zatrzymanie składu pociągu w oczekiwaniu na sygnał zezwalający na jazdę – stąd niższa, od standardowej, prędkość przejazdu w miejscu pomiaru.



Rys. 5.6 Przemieszczenie pionowe spowodowane obciążeniem dynamicznym w zależności od czasu – punkt pomiarowy nr 1 – porównanie wyników pomiarów z wynikami obliczonymi – opracowanie własne.

Punkt pomiarowy nr 2

Tabela (5.5)

Parametry nawierzchni - drugi punkt pomiarowy - opracowanie własne.

Obiekt inżynieryjny w km 83,808 LK nr 272.

Nawierzchnia przed i na obiekcie: jednolita podsypkowa.

Punkt pomiarowy usytuowany 10 m przed początkiem wiaduktu kolejowego.

### Obciążenie - pociąg osobowy Kolei Wielkopolskich - EN57.

L.p.	. Parametr		Wartość	
1	długość toku szynowego	L	10,00	[m]
2	długość nawierzchni pierwszego typu	$L_{n_1}$	10,00	[m]
3	liczba odcinków "∆x" na jakie został podzielony tok szynowy	n	200	[-]
4	numeryczny czas trwania analizy	T <sub>A</sub>	1,00	[s]

5	moduł sprężystości podłoża	k	45,00	[MPa]
6	współczynnik zmienności podparcia szyny	$\mathbf{z}_1$	1,00	[—]
7	moduł sprężystości podłużnej stali szynowej	E	210,00	[GPa]
8	geometryczny moment bezwładności przekroju poprzecznego szyny		3038,30	[cm <sup>4</sup> ]
9	współczynnik efektywnego usztywnienia szyny	n <sub>1</sub>	1,00	[-]
10	masa szyny odniesiona do jednostki długości	m <sub>s</sub>	60,21	$\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}}\right]$
11	współczynnik tłumienia nawierzchni kolejowej		22,60	$\left[\frac{\mathrm{Ns}}{\mathrm{m}^2}\right]$
12	współczynnik zmiany wartości tłumienia	n <sub>2</sub>	1,00	[—]
13	prędkość przejazdu pojazdu szynowego	v	90,00	$\left[\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\right]$
14	nacisk osi pojazdu szynowego	Р	160,00	[kN]
15	rozstaw osi pojazdu szynowego	R	2,70	[m]



Rys. 5.7 Przemieszczenie pionowe spowodowane obciążeniem dynamicznym w zależności od czasu – punkt pomiarowy nr 2 – porównanie wyników pomiarów z wynikami obliczonymi – opracowanie własne.

## Tabela (5.6)

Parametry nawierzchni – trzeci punkt pomiarowy – opracowanie własne.

Obiekt inżynieryjny w km 83,808 LK nr 272.

Nawierzchnia przed i na obiekcie: jednolita podsypkowa.

Punkt pomiarowy usytuowany <u>10 m przed początkiem wiaduktu kolejowego.</u>

Obciążenie – pociąg osobowy POLREGIO – EN57.

L.p.	Parametr		Wartość	
1	długość toku szynowego	L	10,00	[m]
2	długość nawierzchni pierwszego typu $L_{n_1}$		10,00	[m]
3	liczba odcinków "∆x" na jakie został podzielony tok szynowy n		200	[-]
4	numeryczny czas trwania analizy	T <sub>A</sub>	1,00	[s]
5	moduł sprężystości podłoża	moduł sprężystości podłoża k		[MPa]
6	współczynnik zmienności podparcia szyny	z <sub>1</sub>	1,00	[-]
7	moduł sprężystości podłużnej stali szynowej	E	210,00	[GPa]
8	geometryczny moment bezwładności przekroju poprzecznego szyny J		3038,30	[cm <sup>4</sup> ]
9	współczynnik efektywnego usztywnienia szyny	n <sub>1</sub>	1,00	[-]
10	masa szyny odniesiona do jednostki długości	ms	60,21	$\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}}\right]$
11	współczynnik tłumienia nawierzchni kolejowej	С	22,60	$\left[\frac{\text{Ns}}{\text{m}^2}\right]$
12	współczynnik zmiany wartości tłumienia	n <sub>2</sub>	1,00	[—]
13	prędkość przejazdu pojazdu szynowego	v	100,00	$\left[\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\right]$
14	nacisk osi pojazdu szynowego	Р	160,00	[kN]
15	rozstaw osi pojazdu szynowego	R	2,70	[m]



Rys. 5.8 Przemieszczenie pionowe spowodowane obciążeniem dynamicznym w zależności od czasu – punkt pomiarowy nr 3 – porównanie wyników pomiarów z wynikami obliczonymi – opracowanie własne.

## Punkt pomiarowy nr 4

### Tabela (5.7)

Parametry nawierzchni - czwarty punkt pomiarowy - opracowanie własne.

### Obiekt inżynieryjny w km 88,882 LK nr 272.

Nawierzchnia <u>przed</u> obiektem: <u>podsypkowa,</u> <u>na</u> obiekcie: bezpodsypkowa.

Punkt pomiarowy usytuowany 3 m przed początkiem wiaduktu kolejowego.

## Obciążenie – pociąg towarowy – lokomotywa 130 013-6.

L.p.	Parametr		Wartość	
1	długość toku szynowego	L	16,00	[m]
2	długość nawierzchni pierwszego typu	$L_{n_{1}}$	8,00	[m]
3	liczba odcinków "∆x" na jakie został podzielony tok szynowy	n	400	[-]
4	numeryczny czas trwania analizy	T <sub>A</sub>	2,80	[s]
F	moduł sprężystości podłoża	k <sub>1</sub>	45,00	[MPa]
5		k <sub>2</sub>	99,00	[MPa]

6	/1 1 . / . 1 .	z <sub>1</sub>	1,00	[-]
	wspołczynnik zmienności podparcia szyny	Z <sub>2</sub>	2,20	[-]
7	moduł sprężystości podłużnej stali szynowej		210,00	[GPa]
8	geometryczny moment bezwładności przekroju poprzecznego szyny		3038,30	[cm <sup>4</sup> ]
9	współczynnik efektywnego usztywnienia szyny	n <sub>1</sub>	1,30	[-]
10	masa szyny odniesiona do jednostki długości	ms	60,21	$\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}}\right]$
11	współczynnik tłumienia nawierzchni kolejowej		22,60	$\left[\frac{\text{Ns}}{\text{m}^2}\right]$
12	współczynnik zmiany wartości tłumienia	n <sub>2</sub>	0,85	[-]
13	prędkość przejazdu pojazdu szynowego	v	30,00	$\left[\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\right]$
14	nacisk osi pojazdu szynowego	Р	202,00	[kN]
15	rozstaw osi pojazdu szynowego	R	3,33	[m]



Rys. 5.9 Przemieszczenie pionowe spowodowane obciążeniem dynamicznym w zależności od czasu – punkt pomiarowy nr 4 – porównanie wyników pomiarów z wynikami obliczonymi – opracowanie własne.

Tabela (5.8)

Parametry nawierzchni – piąty punkt pomiarowy – opracowanie własne.

Obiekt inżynieryjny w km 88,882 LK nr 272.

Nawierzchnia <u>przed</u> punktem pomiarowym: <u>podsypkowa (podkłady drewniane)</u>, za: podsypkowa (podkłady betonowe).

Punkt pomiarowy usytuowany 23 m przed początkiem wiaduktu kolejowego.

Obciążenie – pociąg osobowy Kolei Wielkopolskich – EN57.

			1	
L.p.	Parametr			ość
1	długość toku szynowego	L	16,00	[m]
2	długość nawierzchni pierwszego typu	L <sub>n1</sub>	8,00	[m]
3	liczba odcinków "∆x" na jakie został podzielony tok szynowy		320	[-]
4	numeryczny czas trwania analizy	T <sub>A</sub>	0,70	[s]
5	5 moduł sprężystości podłoża		25,00	[MPa]
5			46,00	[MPa]
	współczynnik zmienności podparcia szyny	z <sub>1</sub>	1,00	[-]
6		z <sub>2</sub>	1,84	[—]
7	moduł sprężystości podłużnej stali szynowej		210,00	[GPa]
8	geometryczny moment bezwładności przekroju poprzecznego szyny		3038,30	[cm <sup>4</sup> ]
9	współczynnik efektywnego usztywnienia szyny	n <sub>1</sub>	1,30	[-]
10	masa szyny odniesiona do jednostki długości	m <sub>s</sub>	60,21	$\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}}\right]$
11	współczynnik tłumienia nawierzchni kolejowej	с	22,60	$\left[\frac{\text{Ns}}{\text{m}^2}\right]$
12	współczynnik zmiany wartości tłumienia	n <sub>2</sub>	1,00	[-]
13	prędkość przejazdu pojazdu szynowego	v	120,00	$\left[\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\right]$
14	nacisk osi pojazdu szynowego P		160,00	[kN]
15	rozstaw osi pojazdu szynowego	R	2,70	[m]





5.2.2. Podsumowanie

Zestawienie wartości maksymalnych przemieszczenia pionowego szyny, otrzymanych w pomiarach in-situ z wynikami obliczonymi przedstawia Tabela (5.9).

### Tabela (5.9)

Zestawienie wyników otrzymanych w pomiarach in-situ z wynikami obliczonymi za pomocą opracowanego algorytmu wykorzystującego metodę różnic skończonych – opracowanie własne.

	Maksymalna wartość przemieszczenia pionowego szyny spowodowanego obciążeniem dynamicznym w zależności od czasu.					
L.p.	Punkt pomiarowy	Wartość pomiaru [mm]	Wartość obliczeń [mm]	Różnica		
1	nawierzchnia jednolita podsypkowa	1,256	1,232	-1,9%		
2	nawierzchnia jednolita podsypkowa	0,968	1,002	+3,5%		
3	nawierzchnia jednolita podsypkowa	0,998	0,982	-1,6%		
4	nawierzchnia przed obiektem podsypkowa, na obiekcie bezpodsypkowa	1,393	1,398	+0,4%		
5	nawierzchnia przed punktem pomiarowym podsypkowa (podkłady drewniane), za podsypkowa (podkłady betonowe)	1,317	1,302	-1,1%		

Uzyskano różnice pomiędzy wynikami na poziomie do 3,5 %. Zaobserwowano zadowalającą zbieżność rezultatów otrzymanych w pomiarach in-situ z wynikami obliczonymi za pomocą opracowanego algorytmu wykorzystującego metodę różnic skończonych. Charaktery wykresów są we wszystkich przypadkach tożsame. Zauważono, że krzywa odwzorowująca zmierzone przemieszczenia pionowe toku szynowego ma charakter bardziej nieregularny, natomiast krzywa obliczeniowa jest wygładzona i dużo bardziej symetryczna. W przypadku obliczeń dla niskich prędkości, rzędu 30 km/h (punk pomiarowy nr 4) zauważono większe zagęszczenie wyników spowodowane koniecznością przyjęcia dłuższego czasu analizy i gęstszego kroku czasowego. W przypadku pomiarów dla wysokich prędkości, rzędu powyżej 100 km/h (punkt pomiarowy 5) zauważono nakładanie się przemieszczeń wywołanych sąsiednimi osiami. Zjawisko to jest spowodowane stosunkowo niewielkim rozstawem osi w wózku pojazdu szynowego oraz krótkim czasem mijającym pomiędzy kolejnymi obciążeniami. Kwestia ta, nie wpłynęła jednak na zanotowaną maksymalną wartość przemieszczenia pionowego szyny.

Należy jednocześnie wskazać czynniki, które mogą mieć bezpośredni wpływ na wyniki pomiarów i obliczeń. Na dokładność przeprowadzonych pomiarów decydujący wpływ ma przyjęcie właściwych parametrów pracy skanera laserowego, takich jak: długość oraz częstotliwość naświetlania. Znaczenie ma także zamocowanie urządzenia, w taki sposób by pozostawało w niezmiennej pozycji przez cały czas trwania pomiarów. W kontekście dokładności obliczeń duże znaczenie mają parametry komputera użytego do analiz. Im są one lepsze tym w większym stopniu możliwe jest przyjęcie gęstszego podziału modelu na węzły i chwile czasowe, co bezpośrednio przekłada się na dokładność obliczeń. Dodatkowo, istotne jest przyjęcie odpowiednich wartości liczbowych danych i parametrów wejściowych dotyczących nawierzchni kolejowej. O ile w przypadku takich atrybutów jak masa szyny, moduł sprężystości podłużnej stali szynowej czy geometryczny moment bezwładności przekroju poprzecznego szyny, dobranie właściwych wartości nie budzi wątpliwości, o tyle w przypadku modułu sprężystości podłoża czy współczynnika tłumienia drgań przyjęcie właściwych wartości jest dużo trudniejsze. W przypadku niniejszej pracy posłużono się wartościami teoretycznymi określonymi na podstawie analizy literatury przedmiotu, co jednak znalazło potwierdzenie w dużej zbieżności wyników obliczeń i pomiarów.

## 5.3. Analiza rozwiązań różnych typów konstrukcji stref przejściowych

W niniejszym podrozdziale przeanalizowano wpływ dynamicznego oddziaływania pojazdu szynowego na nawierzchnię kolejową w obrębie stref przejściowych przed i za obiektem inżynieryjnym w zależności od jej konstrukcji. Przyjęte parametry obliczeniowe zostały zawarte w poniższych tabelach. Tabela (5.10) zawiera parametry pojazdu szynowego przyjęte do analizy. Tabela (5.11) zawiera parametry szyny przyjęte do obliczeń.

### Tabela (5.10)

Parametry pojazdu szynowego przyjęte do analizy wpływu dynamicznego oddziaływania pojazdu szynowego na nawierzchnię w obrębie stref przejściowych przed i za obiektem inżynieryjnym – opracowanie własne.

L.p.	Parametr		Wartość		
1	nacisk osi	Р	190,00	[kN]	
2	rozstaw osi	R	3,00	[m]	
3	prędkość przejazdu	v	80,00	$\left[\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}\right]$	

## Tabela (5.11)

Parametry szyn przyjęte do analizy wpływu dynamicznego oddziaływania pojazdu szynowego na nawierzchnię w obrębie stref przejściowych przed i za obiektem inżynieryjnym – opracowanie własne.

L.p.	Parametr		Wartość		
		Е	210,00	[GPa]	
1	szyna 60E1	J	3038,30	[cm <sup>4</sup> ]	
		m <sub>s</sub>	60,21	$\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}}\right]$	

## 5.3.1. Skokowa zmiana parametrów konstrukcji

Jako punkt wyjścia przyjęto połączenie nawierzchni podsypkowej i bezpodsypkowej, gdzie następuje skokowa zmiana parametrów konstrukcji. Przyjęto nawierzchnię podsypkową z podkładami betonowymi i dobrym podtorzem oraz nawierzchnię bezpodsypkową w systemie szyny w otulinie typu ERS. Tabela (5.12) prezentuje przyjęte do obliczeń parametry konstrukcji wraz z zastosowanymi współczynnikami.

Tabela (5.12)

Parametry konstrukcji przyjęte do obliczeń – skokowa zmiana parametrów konstrukcji – opracowanie własne.

L.p.	Parametr		v	Vartość
1	moduł sprężystości podłoża (nawierzchnia podsypkowa)	k <sub>1</sub>	45,00	[MPa]
2	moduł sprężystości podłoża (nawierzchnia bezpodsypkowa)	k <sub>2</sub>	99,00	[MPa]
3	współczynnik zmienności podparcia szyny (nawierzchnia bezpodsypkowa)	z <sub>1</sub>	2,20	[-]
4	współczynnik efektywnego usztywnienia szyny (nawierzchnia bezpodsypkowa)	n <sub>1</sub>	1,50	[-]
5	współczynnik tłumienia nawierzchni kolejowej (nawierzchnia podsypkowa)	с	22,60	[-]
6	współczynnik zmiany wartości tłumienia (nawierzchnia bezpodsypkowa)	n <sub>2</sub>	0,85	[-]

Otrzymane wyniki przedstawiono na poniższych wykresach. Na Rys. 5.11 zamieszczono zależność maksymalnego przemieszczenia pionowego szyny spowodowanego obciążeniem dynamicznym w zależności od położenia węzła w modelu w przypadku skokowej zmiany parametrów konstrukcji. Na Rys. 5.12 zamieszczono zależność przemieszczenia pionowego szyny spowodowanego obciążeniem dynamicznym w zależności od czasu w przypadku skokowej zmiany parametrów konstrukcji dla węzłów znajdujących się: 1) w obrębie strefy przejściowej, 2) w miejscu skokowej zmiany parametrów konstrukcji oraz 3) na obiekcie inżynieryjnym.

Wyraźnie widać, że w obrębie strefy przejściowej oddziaływania dynamiczne na nawierzchnię są zdecydowanie większe i słabną gwałtownie przy zmianie typu konstrukcji.



Rys. 5.11 Zależność maksymalnego przemieszczenia pionowego szyny spowodowanego obciążeniem dynamicznym w zależności od położenia węzła w modelu w przypadku skokowej zmiany parametrów konstrukcji – opracowanie własne.



Rys. 5.12 Przemieszczenie pionowe spowodowane obciążeniem dynamicznym w zależności od czasu w przypadku skokowej zmiany parametrów konstrukcji dla trzech różnych węzłów:
1) węzeł na strefie przejściowej (nawierzchnia podsypkowa), 2) węzeł w miejscu skokowej zmiany parametrów konstrukcji (połączenie nawierzchni oraz 3) węzeł na obiekcie inżynieryjnym (nawierzchnia bezpodsypkowa) – opracowanie własne.

#### 5.3.2. Wzmocnienie stref przejściowych

Dla porównania z powyższymi wynikami przeanalizowano rozwiązanie, w którym strefa przejściowa przed obiektem inżynieryjnym została wzmocniona, co odzwierciedlono w postaci 50% wyższej wartości modułu sprężystości podłoża. Parametry konstrukcji przyjęte do obliczeń w tym przypadku przedstawia Tabela (5.13).

Tabela (5.13)

Parametry konstrukcji przyjęte do obliczeń - wzmocnienie stref przejściowych -	- opracowanie
własne.	

L.p.	Parametr		Wartość		
1	moduł sprężystości podłoża (nawierzchnia podsypkowa)	k <sub>1</sub>	67,50	[MPa]	
2	moduł sprężystości podłoża (nawierzchnia bezpodsypkowa)	k <sub>2</sub>	99,00	[MPa]	
3	współczynnik zmienności podparcia szyny (nawierzchnia bezpodsypkowa)	z <sub>1</sub>	1,47	[-]	
4	współczynnik efektywnego usztywnienia szyny (nawierzchnia bezpodsypkowa)	n <sub>1</sub>	1,50	[-]	
5	współczynnik tłumienia nawierzchni kolejowej (nawierzchnia podsypkowa)	С	22,60	[-]	
6	współczynnik zmiany wartości tłumienia (nawierzchnia bezpodsypkowa)	n <sub>2</sub>	0,85	[-]	

Otrzymane wyniki przedstawiono na poniższych wykresach. Na Rys. 5.13 zamieszczono zależność maksymalnego przemieszczenia pionowego szyny spowodowanego obciążeniem dynamicznym w zależności od położenia węzła w modelu w przypadku wzmocnienia stref przejściowych. Na Rys. 5.14 zamieszczono zależność przemieszczenia pionowego szyny spowodowanego obciążeniem dynamicznym w zależności od czasu w przypadku wzmocnienia stref przejściowych dla węzłów znajdujących się: 1) w obrębie strefy przejściowej, 2) w miejscu zmiany parametrów konstrukcji oraz 3) na obiekcie inżynieryjnym.

W przypadku wzmocnienia strefy przejściowej zauważono mniejsze różnice w oddziaływaniach dynamicznych na nawierzchnię w badanych punktach.



Rys. 5.13 Zależność maksymalnego przemieszczenia pionowego szyny spowodowanego obciążeniem dynamicznym w zależności od położenia węzła w modelu w przypadku wzmocnienia stref przejściowych – opracowanie własne.



Rys. 5.14 Przemieszczenie pionowe spowodowane obciążeniem dynamicznym w zależności od czasu w przypadku wzmocnienia stref przejściowych dla trzech różnych węzłów: 1) węzeł na strefie przejściowej (nawierzchnia podsypkowa), 2) węzeł w miejscu zmiany parametrów konstrukcji (połączenie nawierzchni) oraz 3) węzeł na obiekcie inżynieryjnym (nawierzchnia bezpodsypkowa) – opracowanie własne.

#### 5.3.3. Stopniowa zmiana sprężystości podparcia szyny

W niniejszym podpunkcie, zgodnie z postawioną we wstępie tezą, przeanalizowano wpływ stopniowej zmiany sprężystości podparcia szyny w obrębie strefy przejściowej na wielkość dynamicznego oddziaływania pojazdu szynowego na nawierzchnię. Przyjęto, że moduł sprężystości podparcia wzrasta równomiernie co jeden metr na długości  $L_{n1} = 10$  m przed obiektem od wartości charakterystycznej dla nawierzchni podsypkowej  $k_{1.0} = 45$  MPa do wartości charakterystycznej dla nawierzchni bezpodsypkowej  $k_{2.0} = 99$  MPa. Parametry konstrukcji przyjęte do obliczeń w tym przypadku przedstawia Tabela (5.14).

Tabela (5.14)

]	Parame	etry konstrukcji	przyjęte do	obliczeń –	stopniowa	zmiana	sprężysto	ości podp	oarcia s	zyny
_	– opra	cowanie własne	e.							
1										

L.p.	Parametr		Wartość		
1		k <sub>1.0</sub>	45,00	[MPa]	
2		k <sub>1.1</sub>	51,00	[MPa]	
3		k <sub>1.2</sub>	57,00	[MPa]	
4	moduł spreżystości podłoża	k <sub>1.3</sub>	63,00	[MPa]	
5	(nawierzchnia podsynkowa)	k <sub>1.4</sub>	69,00	[MPa]	
6	(nuwieizeninu pousypkowa)	k <sub>1.5</sub>	75,00	[MPa]	
7		k <sub>1.6</sub>	81,00	[MPa]	
8		k <sub>1.7</sub>	87,00	[MPa]	
9		k <sub>1.8</sub>	93,00	[MPa]	
10	moduł sprężystości podłoża (nawierzchnia bezpodsypkowa)	k <sub>2.0</sub>	99,00	[MPa]	
11		Z <sub>1.1</sub>	1,13	[-]	
12		Z <sub>1.2</sub>	1,27	[-]	
13		Z <sub>1.3</sub>	1,40	[-]	
14	współczynnik zmienności podparcia szyny	Z <sub>1.4</sub>	1,53	[-]	
15	(nawierzchnia podsypkowa)	z <sub>1.5</sub>	1,67	[-]	
16		Z <sub>1.6</sub>	1,80	[-]	
17		Z <sub>1.7</sub>	1,93	[-]	
18		Z <sub>1.8</sub>	2,07	[-]	

19	współczynnik zmienności podparcia szyny (nawierzchnia bezpodsypkowa)	z <sub>2.0</sub>	2,20	[-]
20	współczynnik efektywnego usztywnienia szyny (nawierzchnia bezpodsypkowa)	n <sub>1</sub>	1,50	[-]
21	współczynnik tłumienia nawierzchni kolejowej (nawierzchnia podsypkowa)	С	22,60	$\left[\frac{\mathrm{Ns}}{\mathrm{m}^2}\right]$
22	współczynnik zmiany wartości tłumienia (nawierzchnia bezpodsypkowa)	n <sub>2</sub>	0,85	[-]

Otrzymane wyniki przedstawiono na Rys. 5.15, na którym zamieszczono zależność maksymalnego przemieszczenia pionowego szyny spowodowanego obciążeniem dynamicznym w zależności od położenia węzła w modelu w przypadku stopniowej zmiany sprężystości podparcia szyny w obrębie strefy przejściowej.

W tym przypadku zauważono stopniowy i łagodny spadek wielkości oddziaływań dynamicznych na nawierzchnię w kolejnych fragmentach modelu.



Rys. 5.15 Zależność maksymalnego przemieszczenia pionowego szyny spowodowanego obciążeniem dynamicznym w zależności od położenia węzła w modelu w przypadku stopniowej zmiany sprężystości podparcia szyny w obrębie strefy przejściowej – opracowanie własne.

#### 5.3.4. Analiza końcowa

W powyższym podpunkcie przedstawiono wyniki przemieszczenia pionowego szyny spowodowanego obciążeniem dynamicznym jedynie dla strefy przejściowej przed obiektem inżynieryjnym, natomiast w toku przeprowadzonych analiz zauważono, że wyniki dla strefy przejściowej za obiektem są identyczne co do wartości z zachowaniem symetrii względem punktu styku dwóch rodzajów nawierzchni (podsypkowej oraz bezpodsypkowej). Z tego powodu zaprezentowano jedynie pierwszą grupę wyników jako reprezentatywną próbę całej przeprowadzonej analizy.

W celu porównania wpływu wzmocnienia stref przejściowych oraz stopniowej zmiany sprężystości podparcia szyny na zmniejszenie wielkości oddziaływań dynamicznych na nawierzchnię kolejową obliczone wyniki zestawiono tabelarycznie. Tabela (5.15) zawiera maksymalne wartości przemieszczenia pionowego szyny w newralgicznych punktach w obrębie miejsca zmiany rodzaju nawierzchni (z podsypkowej na bezpodsypkowa) czyli: 1) tuż przed punktem zmiany oraz 2) tuż za punktem zmiany.

Tabela (5.15)

Porównanie trzech wariantów konstrukcji nawierzchni kolejowej w obrębie strefy przed obiektem inżynieryjnym – opracowanie własne.

dyr	dynamicznym w zależności od konstrukcji nawierzchni kolejowej w obrębie strefy przed obiektem inżynieryjnym.							
L.p.	Lokalizacja (względem miejsca zmiany rodzaju na- wierzchni z podsypkowej na bezpodsypkową)	Wariant 5.3.1. Skokowa zmiana parametrów konstrukcji [mm]	Wariant 5.3.2. Wzmocnienie stref przejściowych [mm]	Wariant 5.3.3. Stopniowa zmiana sprężystości podparcia szyny [mm]				
1	PRZED	1,201	0,925	0,804				
2	ZA	0,638	0,622	0,630				
3	RÓŻNICA	0,563	0,303	0,174				
4	%	47	33	22				

Malanna in mantació ano micro principal a server ano manago abaintaniam

Dzięki wzmocnieniu stref przejściowych osiągnięto zmniejszenie wielkości oddziaływań dynamicznych na nawierzchnię kolejową w obrębie miejsca zmiany rodzaju nawierzchni przed obiektem inżynieryjnym o 14 %.

Dzięki zastosowaniu stopniowej zmiany sprężystości podparcia szyny osiągnięto zmniejszenie oddziaływań dynamicznych na nawierzchnię kolejową w obrębie miejsca zmiany rodzaju nawierzchni przed obiektem inżynieryjnym o 25 %.

Postawiona we wstępie pracy teza została udowodniona – stopniowa zmiana sprężystości podparcia szyny w obrębie stref przejściowych obiektu inżynieryjnego zmniejsza negatywny wpływ dynamicznego oddziaływania pojazdu szynowego na nawierzchnię kolejową, a takie rozwiązanie jest lepsze w porównaniu do skokowej zmiany sprężystości podparcia.

#### 6. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

W pracy przeprowadzono analizę dynamicznego oddziaływania pojazdu szynowego na różne rozwiązania konstrukcji nawierzchni kolejowej ze szczególnym uwzględnieniem zjawiska efektu progowego w obrębie stref przejściowych obiektu inżynieryjnego. Zidentyfikowano problem występowania miejscowo zmiennej sztywności nawierzchni kolejowej, co w konsekwencji prowadzi do przyśpieszonej degradacji konstrukcji i konieczności ponoszenia zwiększonych nakładów na utrzymanie infrastruktury w należytym stanie.

Na podstawie rozważań analitycznych i numerycznych stworzono model obliczeniowy, dzięki któremu możliwe jest określenie wpływu zróżnicowanego podparcia szyny na odpowiedź dynamiczną całej konstrukcji. Punktem wyjścia do rozważań była belka Bernoulliego-Eulera znajdująca się na sprężystym podłożu Winklera. Uwzględniono dynamiczne obciążenie spowodowane przejazdem wieloosiowego pojazdu szynowego oraz zróżnicowane właściwości tłumienia drgań różnych typów nawierzchni. W konsekwencji uzyskano równanie różniczkowe czwartego rzędu. Zostało ono rozwiązane metodą różnic skończonych. Do numerycznego rozwiązania zagadnienia opracowano skrypt w języku MATLAB.

W celu weryfikacji i walidacji stworzonego algorytmu przeprowadzono badania in-situ przemieszczenia pionowego szyny kolejowej obciążonej dynamicznie. W tym celu wykorzystano technologię skaningu laserowego.

Z wykonanej pracy badawczo-teoretycznej sformułowano trzy grupy wniosków dotyczących: 1) metody różnic skończonych 2) technologii skaningu laserowego oraz 3) wpływu stopniowej zmiany sprężystości podparcia szyny na dynamiczne oddziaływanie pojazdu szynowego na nawierzchnię. Zostały one przedstawione poniżej.

1) Potwierdzono skuteczność metody różnic skończonych w kontekście rozwiązywania skomplikowanych, wieloparametrowych równań różniczkowych. Wykorzystany algorytm po-zwolił na precyzyjne określenie wpływu parametrów techniczno-eksploatacyjnych na wielkość oddziaływań dynamicznych pojazdu szynowego na nawierzchnię kolejową. Szczegółowo przedstawiono zastosowane zależności matematyczne oraz numeryczne, co może przełożyć się na popularyzację tego typu rozwiązań w obliczeniach technicznych i ich szersze zastosowanie, również w zagadnieniach wykraczających poza tematykę kolejową. Jednocześnie należy podkreślić, że opracowanie algorytmu z wykorzystaniem metody różnic skończonych nie wiąże się z koniecznością stosowania skomplikowanego oraz drogiego oprogramowania komputerowego.

2) Wyniki uzyskane przy zastosowaniu technologii skaningu laserowego cechuje duża dokładność. Jako najistotniejsze w prawidłowym przeprowadzeniu pomiarów zidentyfikowano precyzyjne zamocowanie urządzenia pomiarowego, w taki sposób by pozostawało ono w niezmiennej pozycji przez cały czas trwania pomiarów, a także przyjęcie właściwych parametrów pracy skanera laserowego jak: długość naświetlania oraz częstotliwość wykonywania pomiarów. Obawę może budzić kwestia możliwości wykonywania pomiarów dla dużych prędkości przejazdu pociągów - maksymalna prędkość przejazdu pojazdu szynowego przy której wykonano pomiary w niniejszej pracy wynosiła 120 km/h. Jednakże, w świetle uzyskanych wyników pozytywnie oceniono przydatność zastosowanej metody w kontekście pomiarów przemieszczeń nawierzchni kolejowej. Z całą pewnością technologia ta może być zastosowana również w innych obszarach, w których wymagana jest wysoka precyzja i dokładność. Jednocześnie, należy zaznaczyć, że w toku przeprowadzonych pomiarów przemieszczeń nawierzchni kolejowej spowodowanych obciążeniem dynamicznym dodatkowo wykonano pomiary stanu poszczególnych elementów nawierzchni. Zagadnienie to nie było przedmiotem analiz niniejszej pracy, natomiast należy wskazać dużą przydatność skaningu laserowego również w zakresie oceny, wykrywania i identyfikacji wad powierzchniowych szyn, podkładów oraz przytwierdzeń.

3) Postawiona we wstępie pracy teza została udowodniona – stopniowa zmiana sprężystości podparcia szyny w obrębie stref przejściowych obiektu inżynieryjnego zmniejsza negatywny wpływ dynamicznego oddziaływania pojazdu szynowego na nawierzchnię kolejową, a takie rozwiązanie jest lepsze w porównaniu do skokowej zmiany sprężystości podparcia.

Dzięki wzmocnieniu stref przejściowych osiągnięto zmniejszenie negatywnych skutków oddziaływań dynamicznych na nawierzchnię kolejową w obrębie miejsca zmiany rodzaju nawierzchni przed obiektem inżynieryjnym o 14 %.

Dzięki zastosowaniu stopniowej zmiany sprężystości podparcia szyny osiągnięto zmniejszenie negatywnych skutków oddziaływań dynamicznych na nawierzchnię kolejową w obrębie miejsca zmiany rodzaju nawierzchni przed obiektem inżynieryjnym o 25 %.

Zwiększanie sprężystości podparcia szyny w obrębie stref przejściowych przed i za obiektem można uzyskać poprzez zmniejszenie rozstawu podkładów, lepsze zagęszczenie warstwy podsypki lub wzmocnienie górnych warstw podtorza, a także poprzez pokrycie torowiska jedną lub większą ilością warstw z płyt przejściowych [50], [59].

Należy jednak zaznaczyć, że zmniejszenie wielkości oddziaływania dynamicznego pojazdu szynowego na nawierzchnię nie eliminuje całkowicie zjawiska efektu progowego, a jedynie niweluje jego negatywny wpływ na trwałość konstrukcji w strefach, w których zmienia się rodzaj nawierzchni [52].

Skutkami efektu progowego, obok deformacji pionowych szyny, mogą być również inne zjawiska towarzyszące temu efektowi, które mogą prowadzić do wzrostu wichrowatości toru oraz nierównomiernego zużywania się szyn i uszkodzeń przytwierdzeń na obu rodzajach nawierzchni. Mogą tworzyć się luki pod podkładami, co zagraża stateczności konstrukcji. Efekt progowy ma negatywny wpływ nie tylko na nawierzchnię kolejową, ale także na obiekt, który jest narażony na nadmierne obciążenia i drgania.

Biorąc pod uwagę powyższe wnioski, obszary narażone na występowanie efektu progowego powinny być objęte szczególnym nadzorem zarówno pod względem bieżących czynności diagnostycznych jak i planowanych prac utrzymaniowych.

W dalszych pracach badawczych należałoby, oprócz wielkości przemieszczeń spowodowanych oddziaływaniem dynamicznym pojazdu szynowego na nawierzchnię kolejową w obrębie stref przejściowych, określić także wpływ tych oddziaływań na trwałość elementów nawierzchni takich jak szyny podkłady i przytwierdzenia. Z całą pewnością cenne byłoby określenie trwałości zmęczeniowej tych elementów w strefach występowania zjawiska efektu progowego i porównanie jej z nominalną trwałością zmęczeniową dla elementów zabudowanych poza granicami stref przejściowych. Dodatkowo, warto byłoby zidentyfikować procesy zachodzące w podtorzu kolejowym, czyli skutki efektu progowego określane jako "głębokie". Zrealizowanie powyższych prac pozwoliłoby na uzyskanie pełniejszej wiedzy o wpływie efektu progowego na stan nawierzchni kolejowej oraz mogłoby być pomocne w efektywniejszym planowaniu prac utrzymaniowych w obrębie stref przejściowych przed i za obiektami inżynieryjnymi.

# 7. SPIS TABEL

Tabela (1.1)Zestawienie parametrów nawierzchni bezpodsypkowych – opracowanie własnena podstawie literatury [16], [30], [31], [32], [33], [60], [64]
Tabela (1.2) Parametry gruntu na podtorze w zależności od dopuszczalnych prędkości      pociągów [50]
Tabela (1.3)Zalety oraz wady nawierzchni podsypkowej oraz bezpodsypkowej.Opracowanie własne na podstawie literatury [37], [40]
Tabela (2.1) Porównanie właściwości stali R260 i R350 HT [36] 46
Tabela (2.2) Parametry najpopularniejszych typów szyn – opracowanie własne na podstawie [62] 47
Tabela (2.3) Moduły sprężystości dla różnych rodzajów nawierzchni kolejowej – opracowanie własne
Tabela (2.4) Parametry techniczne podwozia wybranych modeli lokomotyw. Opracowanie własne      na podstawie literatury [29], [77]
Tabela (2.5) Układ podwozia wagonów towarowych stosowanych na liniach kolejowych zarządzanych przez PKP Polskie Linie Kolejowe S.A
Tabela (2.6) Układ podwozia wagonów pasażerskich stosowanych na liniach kolejowych zarządzanych przez PKP Polskie Linie Kolejowe S.A
Tabela (3.1) Zestawienie parametrów wejściowych do algorytmu obliczającego przemieszczenie
pionowe toku szynowego spowodowane obciążeniem dynamicznym – opracowanie własne 68
Tabela (5.1) Zestawienie parametrów nawierzchni przyjętej do analizy uwarunkowań numerycznych –      opracowanie własne.      103
Tabela (5.2) Dokładność wyników w zależności od różnych wartości kroku czasowego "Δt" – opracowanie własne
Tabela (5.3) Dokładność wyników w zależności od różnych wartości kroku przestrzennego "Δx" – opracowanie własne
Tabela (5.4) Parametry nawierzchni – pierwszy punkt pomiarowy – opracowanie własne 112
Tabela (5.5) Parametry nawierzchni – drugi punkt pomiarowy – opracowanie własne 113

<b>T</b> 1 1 /		<b>D</b>		1	• •			1	115
Tabela (	561	) Parametry	nawierze	chni – frz	eci niinkt	nomiarowy -	– opracowanie v	vłasne	115
I uoolu (	,	, i arainea y	110 10120		oor panne	pommarony	opraco maine v	· 1000110	115

Tabela (5.7) Parametry nawierzchni - czwarty punkt pomiarowy - opracowanie własne. ..... 116

Tabela (5.8) Parametry nawierzchni – piąty punkt pomiarowy – opracowanie własne. ..... 118

Tabela (5.12) Parametry konstrukcji przyjęte do obliczeń – skokowa zmiana parametrów konstru	kcji –
opracowanie własne	122

## 8. SPIS RYSUNKÓW

Rys. 1.1 Przejście z nawierzchni podsypkowej do bezpodsypkowej jako przyczyna efektu progowego -
opracownie własne na podstawie [33] 14
Rys. 1.2 Przykład klasycznej nawierzchni kolejowej – fotografia własna 15
Rys. 1.3 Nawierzchnia podsypkowa – elementy – opracowanie własne 16
Rys. 1.4 Szyna 60E1 – przekrój geometryczny [48] 17
Rys. 1.5 Różnice w przekrojach poprzecznych kilku wybranych szyn [16] 17
Rys. 1.6 Pęknięcia szyny typu head-check [63] 18
Rys. 1.7 Uszkodzenie szyny typu squat [36] 18
Rys. 1.8 Uszkodzenie szyny typu belgrospis [18] 18
Rys. 1.9 Nieizolowane złącze podparte [16] 19
Rys. 1.10 Izolowane złącze wiszące klejono-sprężone [16] 19
Rys. 1.11 Zgrzewanie szyn łukiem elektrycznym – fotografia własna 20
Rys. 1.12 Złącze spawane [16]
Rys. 1.13 Prawidłowy kształt pryzmy podsypki w torze bezstykowym [39] 20
Rys. 1.14 Tor na drewnianych podkładach z przytwierdzeniami typu K [82] 21
Rys. 1.15 Tor na betonowych podkładach monoblokowych z przytwierdzeniami typu Nabla – fotografia
własna
Rys. 1.16 Strunobetonowy podkład PS-94 [78]
Rys. 1.17 Schematyczny plan podkładu Bi-blokowego U-41 dla francuskiego TGV [16]
Rys. 1.18 Podkład a) betonowy dwublokowy, b) betonowy jednolity monoblokowy [16] 23
Rys. 1.19 Opórka SN produkcji Vossloh [16] 24
Rys. 1.20 Podwójny żelbetowy podkład typu BBS [32] 24
Rys. 1.21 Stalowe podkłady typu Ypsilon [83] 24

Rys. 1.22 Układnie podkładów polimerowych [87]	24
Rys. 1.23 Przytwierdzenie typu K – fot. własna	25
Rys. 1.24 Przytwierdzenie SKL12 – fot. własna.	25
Rys. 1.25 Przytwierdzenie SB3 [89]	25
Rys. 1.26 Przytwierdzenie Vossloh [78]	26
Rys. 1.27 Przytwierdzenie Nabla [75].	26
Rys. 1.28 Przytwierdzenie Pandrol Fastclip [40]	26
Rys. 1.29 Przekrój nawierzchni podsypkowej zbrojonej kompozytem BGT [6]	27
Rys. 1.30 Warstwa tłucznia powierzchniowo stabilizowana pianą poliuretanową w okienkach n podkładami [74]	niędzy 28
Rys. 1.31 Elastyczne podkładki pod podkładami strunobetonowymi [25]	28
Rys. 1.32 Maty stabilizujące położenie ziaren kruszywa na linii dużych prędkości w Japonii [74	]28
Rys. 1.33 Sposób wymiarowania konstrukcji nawierzchni bezpodsypkowych [63]	30
Rys. 1.34 Podział systemów nawierzchni bezpodsypkowych – opracowanie własne	30
Rys. 1.35 Rozwiązanie konstrukcji nawierzchni bezpodsypkowej z płyt prefabrykowanyc Bogl [4]	h typu 31
Rys. 1.36 Szynowa podpora blokowa EBS [33].	32
Rys. 1.37 Typowy przekrój poprzeczny systemu RHEDA 2000 [32]	33
Rys. 1.38 Przekrój poprzeczny nawierzchni w technologii GETRAC [60]	34
Rys. 1.39 Przekrój poprzeczny nawierzchni w systemie ERS [33]	35
Rys. 1.40 Kanał szynowy nawierzchni w systemie ERS [33]	35
Rys. 1.41 Nawierzchnia typu Bogl [16].	38
Rys. 1.42 Nawierzchnia typu OBB – PORR w tunelu [16]	38
Rys. 1.43 Nawierzchnia typu RHEDA 2000 [32]	38

Rys. 1.44 Nawierzchnia typu GETRAC [60].	. 38
Rys. 1.45 Nawierzchnia typu EBS [86]	. 38
Rys. 1.46 Nawierzchnia typu ERS [33].	. 38
Rys. 1.47 Przekrój poprzeczny – podtorze na linii kolejowej przeznaczonej do prędkości 350 km z nawierzchnią podsypkową [50]	n/h . 40
Rys. 2.1 Analizowane warunki techniczno-eksploatacyjne wpływające na konstrukcję nawierze kolejowej – opracowanie własne	chni . 44
Rys. 2.2 Schematyczny przekrój poprzeczny szyny kolejowej [62].	. 46
Rys. 2.3 Schemat sprężystego podparcia szyny – opracowanie własne na podstawie [22]	. 48
Rys. 3.1 Model pojazdu szynowego [54]	. 54
Rys. 3.2 Model nawierzchni kolejowej [54].	. 55
Rys. 3.3 Model toku szynowego – opracowanie własne	. 56
Rys. 3.4 Siły wewnętrzne na odcinku dx – opracowanie własne	. 56
Rys. 3.5 Schemat odkształcenia belki pod wpływem przyłożonego obciążenia – opracowa własne.	anie . 58
Rys. 3.6 Rozkład naprężeń i sił wewnętrznych w przekroju prostokątnym – opracowanie własne	. 60
Rys. 3.7 Budowa ilorazów różnicowych w oparciu o funkcję kwadratową [8]	. 65
Rys. 3.8 Przyjęta numeracja węzłów – opracowanie własne.	. 74
Rys. 3.9 Różnicowa siatka czasowo-przestrzenna – opracowanie własne na podstawie [8]	. 79
Rys. 3.10 Schemat blokowy algorytmu – opracowanie własne.	. 87
Rys. 4.1 Przykład kolejowej chmury punktów uzyskanej metodą skaningu laserowego [7]	. 89
Rys. 4.2 Pomiar szerokości międzytorza metodą skaningu laserowego [7]	. 89
Rys. 4.3 Pomiar wysokości toków szynowych metodą skaningu laserowego [7]	. 89
Rys. 4.4 Zestaw pomiarowy – fotografia własna.	. 90
Rys. 4.5 Oprogramowanie scanCONTROL Configuration Tools [34]	. 91 137

Rys. 4.6 Stanowisko pomiarowe – wiadukt kolejowy – km 83,808 LK nr 272 – fotografia własna92
Rys. 4.7 Stanowisko pomiarowe – wiadukt kolejowy – km 83,808 LK nr 272 – fotografia własna 92
Rys. 4.8 Stanowisko pomiarowe przed wiaduktem kolejowym w km 88,882 LK nr 272 – fotografia własna
Rys. 4.9 Stanowisko pomiarowe przed wiaduktem kolejowym w km 88,882 LK nr 272 – fotografia własna
Rys. 4.10 Stanowisko pomiarowe – skokowa zmiana sztywności nawierzchni – dojazd do wiaduktu kolejowego w km 88,882 LK nr 272 – fotografia własna
Rys. 4.11 Stanowisko pomiarowe – skokowa zmiana sztywności nawierzchni – dojazd do wiaduktu kolejowego w km 88,882 LK nr 272 – fotografia własna
Rys. 4.12 Linia kolejowa nr 272 relacji Kluczbork – Poznań Główny – opracowanie własne
Rys. 4.13 Nawierzchnia na wiadukcie kolejowym w km 83,808 LK nr 272 – fotografia własna 97
Rys. 4.14 Wiaduk kolejowy w km 83,808 LK nr 272 – fotografia własna
Rys. 4.15 Wiadukt kolejowy w km 83,808 LK nr 272 – pomiar przemieszczenia pionowego szyny obciążonej dynamicznie pociągiem PKP Intercity – fotografia własna
Rys. 4.16 Wiadukt kolejowy w km 83,808 LK nr 272 – pomiar przemieszczenia pionowego szyny obciążonej dynamicznie pociągiem Kolei Wielkopolskich – fotografia własna
Rys. 4.17 Wiadukt kolejowy w km 83,808 LK nr 272 – pomiar przemieszczenia pionowego szyny obciążonej dynamicznie pociągiem PolRegio – fotografia własna
Rys. 4.18 Nawierzchnia bezpodsypkowa na wiadukcie kolejowym w km 83,808 LK nr 272 – fotografia własna
Rys. 4.19 Nawierzchnia przed wiaduktem kolejowym w km 83,808 LK nr 272 – fotografia własna
Rys. 4.20 Wiaduk kolejowy w km 88,882 LK nr 272 – fotografia własna 101
Rys. 4.21 Wiadukt kolejowy w km 88,882 LK nr 272 – pomiar przemieszczenia pionowego szyny obciążonej dynamicznie pociągiem towarowym – fotografia własna

Rys. 5.3 Zależność maksymalnego przemieszczenia pionowego szyny spowodowanego obciążeniem dynamicznym w zależności od położenia węzła w modelu – opracowanie własne...... 109

### 9. **BIBLIOGRAFIA**

### LITERATURA

- [1] Aerospace, Mechanical and Mechatronic Engineering. Mechanics of Solids Chapter 8 Displacement of Beams. University of Sydney, 2009.
- [2] Aprobata techniczna AT/09-2010-0094-01, System szyny w otulinie, System ERS.
- [3] Ataman, M. Analiza drgań nawierzchni i podtorza pod wpływem obciążeń ruchomych z dużymi prędkościami. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2019.
- [4] Bałuch, H. Budownictwo komunikacyjne. Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa, 2001.
- [5] Basiewicz, T., Towpik, K. oraz Gołaszewski, A. Nawierzchnia kolejowa z kompozytem tłuczniowym. Prace naukowe Politechniki Warszawskiej, 2010.
- [6] Basiewicz, T., Towpik, K., Gołaszewski, A. oraz Kukulski, J. Nawierzchnia kolejowa z kompozytem tłuczniowym. Problemy kolejnictwa, zeszyt 161, 2013.
- [7] Bazarnik, M. Możliwości aplikacyjne techniki skanowania laserowego 3D w kontekście modernizacji linii kolejowych. Zeszyty Naukowo-Techniczne Stowarzyszenia Inżynierów i Techników Komunikacji Rzeczypospolitej Polskiej, Kraków, 2017.
- [8] Cichoń, C., Cecot, W., Krok, J. oraz Pluciński, P. Metody komputerowe w liniowej mechanice konstrukcji. Politechnika Krakowska, 2009.
- [9] Cichosz J., oraz Szatkowski, A. Metody numeryczne. Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, 2010.
- [10] Czyczuła, W. Tor bezstykowy. Politechnika Krakowska, 2002.
- [11] Czyczuła, W. Infrastruktura kolei dużych prędkości w technicznych specyfikacjach interoperacyjności (TSI). Technika Transportu Szynowego, 2005.
- [12] Dobra, D., Dziadkiewicz, L. oraz Jambrożek, S. Drgania prętów prostych o ciągłym rozkładzie masy. AlmaMater, Poznań, 2003.
- [13] Droździel, J. oraz Sowiński, B. Method of track vertical stiffness estimation based on eperiment. The archives of transport, 2010.
- [14] Fitchtenholz, G. Rachunek różniczkowy i całkowy. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 1999.
- [15] Gorlewski, B. Kolej dużych prędkości. Uwarunkowania ekonomiczne. Oficyna Wydawnicza – Szkoła Główna handlowa, Warszawa, 2012.

- [16] Grulkowski, S., Kędra, Z., Koc, W. oraz Nowakowski, M. Drogi szynowe. Wydawnictwo politechniki Gdańskiej, 2013.
- [17] Halliday, D., Resnick, R. oraz Walker, J. Podstawy fizyki, tom 2. Wydawnictwo naukowe PWN, Warszawa, 2008.
- [18] Heyder, R. Nowy katalog UIC uszkodzeń. The new UIC Catalogue of rail defects, 2000.
- [19] Indraratna, B., Nimbalkar, S., Anantanasakul, P., Rujikiatkamjorn, C. oraz T. Neville, T. Performance monitoring of rail tracks stabilized by geosynthetics and shock mats. Geotechnical Special Publication, University of Wolloongong, 2013.
- [20] Kaewunruen, S., Lewandrowski, T. oraz Chamniprasart, K. Nonlinear modeling and analysis of moving train loads on interspersed railway tracks. Computational Methods in Structural Dynamics and Earthquake Engineering, 2017.
- [21] Kaewunruen, S., Lewandrowski, T. oraz Chamniprasart, K. Dynamic responses of interspersed railway tracks to moving train loads. International Journal of Structural Stability and Dynamics, 2018.
- [22] Kerr, A. The determination of the track modulus k for the standard track analysis. Department of Civil and Environmental Engineering University of Delaware, Newark, 2002.
- [23] Kincaid, D. oraz Cheney, W. Numerical Analysis. Mathematics of Scientific Computing. University of Texas, 2002.
- [24] Kukulski, J. Badania symulacyjne rozwiązań konstrukcyjnych wzmacniających nawierzchnię kolejową. Prace Naukowe Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 2016.
- [25] Lakusic, S. Ahac, A. oraz Haladin, I. Experimental investigation of railway track with under sleeper pads. 10th Slovenian Road and Transportation Congress, 2010.
- [26] Lewandrowski, T. Sposoby wzmocnienia klasycznej nawierzchni kolejowej. Poliforum, Warszawa, 2019.
- [27] Lewandrowski, T., Idczak, W. oraz Muzolf, P. Przybliżone modelowanie układu "pojazd szynowy-nawierzchnia-podłoże". Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa, 2017.
- [28] Lundqvist, A. oraz Dahlberg, T. Load impet on railway track due to unsupported sleepers. Department of Mechanical Engineering, University of Linkoping, 2005.
- [29] Marciniak, J. Lokomotywy elektryczne dużych mocy u progu XXI wieku. Czasopismo Logistyka, Szczyrk, 2014.
- [30] Materiały firmy Max Bogl Group, FFB Slab Track Bogl.
- [31] Materiały firmy PORR, Nawierzchnie bezpodsypkowe system prefabrykowanych płyt nośnych "OBB-PORR.

- [32] Materiały firmy Rail.one GmbH, Rheda 2000Ballastless Track System.
- [33] Materiały firmy Tines sp. z o o.
- [34] Materiały firmy WObit.
- [35] Mielnik, R. Symulacyjne badanie uszkodzeń zawieszenia pojazdu szynowego. Politechnika Warszawska, 2011.
- [36] Migdal, M. Zarządzanie szynami z wadami typu squat. Zeszyty Naukowo-Techniczne Stowarzyszenia Inżynierów i Techników Komunikacji Rzeczypospolitej Polskiej, Warszawa, 2018.
- [37] Nowosińska, A. Problemy wyboru konstrukcji nawierzchni analiza metodą ANKOT. Problemy kolejnictwa, zeszyt 155, 2012.
- [38] Oczykowski, A. Badania i rozwój przytwierdzenia sprężystego SB. Problemy kolejnictwa, zeszyt 150, 2010.
- [39] PKP Polskie Linie Kolejowe S.A. Instrukcja ID-1. Warunki techniczne utrzymania nawierzchni na liniach kolejowych. Warszawa, 2005.
- [40] PKP Polskie Linie Kolejowe S.A. Studium wykonalności dla budowy linii kolejowej dużych prędkości Warszawa – Łódź – Poznań/Wrocław. Warszawa, 2011.
- [41] PKP Polskie Linie Kolejowe S.A. Wykaz maksymalnych nacisków osi. Warszawa, 2015.
- [42] PKP Polskie Linie Kolejowe S.A. Instrukcja ID-3. Warunki techniczne utrzymania podtorza kolejowego. Warszawa, 2019.
- [43] PKP Polskie Linie Kolejowe S.A. Instrukcja ID-12. Wykaz linii kolejowych. Warszawa, 2019.
- [44] PN-EN-13450. Kruszywa na podsypkę kolejową.
- [45] PN-EN-13481. Kolejnictwo Tor Wymagania eksploatacyjne dla systemów przytwierdzeń.
- [46] Powrie, W. oraz Le Pen., L. A guide to track stiffness. Cross Industry Track Stiffness Working Group, 2016.
- [47] Raczyński, J. Nowy rekord świata pociągu TGV 578,8 km/h. Technika Transportu Szynowego, 2007.
- [48] Sancewicz, S. Nawierzchnia kolejowa. Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa, 2010.
- [49] Selig, E. oraz Dingqing, L. Track modulus: its meaning and factors influencing it. Transportation Research Record, 1994.

- [50] Skrzyński, E. Podtorze kolejowe na liniach dużych prędkości. Problemy kolejnictwa, zeszyt 161, 2013.
- [51] Sobaś, M. Ekwiwalentna stożkowatość styku koło-szyna i jej znaczenie we współczesnej analizie własności dynamicznych pojazdu szynowego. Pojazdy Szynowe, 2005.
- [52] Sołkowski, J. Zarys analizy efektu progowego przy łączeniu nawierzchni podsypkowych z innymi typami nawierzchni. Technika Transportu Szynowego, 2009.
- [53] Sołkowski, J. Efekt progowy w nawierzchniach szynowych. Politechnika Krakowska, 2013.
- [54] Sołkowski, J. Problemy modelowania tzw. "tłumienia dodanego" nawierzchni szynowych w świetle norm europejskich. Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, 2017.
- [55] Sołkowski, J. oraz Kudła, D. Analiza niejednorodności mechanicznych nawierzchni i podtorza w obrębie obiektu mostowego. Zeszyty Naukowo-Techniczne Stowarzyszenia Inżynierów i Techników Komunikacji Rzeczypospolitej Polskiej, Kraków, 2016.
- [56] Sołkowski, J. oraz Kudła, D. Wykonawstwo stref przejściowych do obiektów mostowych i aspekty modelowania numerycznego oddziaływania pojazd-nawierzchnia-podtorze. Zeszyty Naukowo-Techniczne Stowarzyszenia Inżynierów i Techników Komunikacji Rzeczypospolitej Polskiej, Kraków, 2013.
- [57] Starczewski, Z. Drgania mechaniczne. Politechnika Warszawska, 2010.
- [58] Strach, M. oraz Piekarz, M. Nowoczesne urządzenia w pomiarach dróg kolejowych. Problemy kolejnictwa, zeszyt 148, 2009.
- [59] Surowiecki, A., Duchaczek, A. oraz Saska, P. Bezpieczeństwo techniczne toru kolejowego w szczególnych warunkach eksploatacji. Czasopismo Logistyka, Wrocław, 2015.
- [60] Sybilski, D. Nawierzchnia Kolejowa z warstwami asfaltowymi. Problemy kolejnictwa, zeszyt 156, 2012.
- [61] Szafrański, M. Wpływ sposobu odwzorowania pojazdu szynowego na odpowiedź dynamiczną przęsła mostowego. Infrastruktura Transportu Szynowego, Gdańsk, 2019.
- [62] TATA STEEL. Rail technical guide. Londyn, 2014.
- [63] Towpik, K. Linie kolejowe dużych prędkości. Problemy kolejnictwa, zeszyt 151, 2010.
- [64] Towpik, K. Koleje dużych prędkości. Infrastruktura drogi kolejowej. Politechnika Warszawska, 2012.
- [65] Towpik, K. Utrzymanie nawierzchni na liniach dużych prędkości jako element ryzyka w procesie eksploatacji. Technika Transportu Szynowego, 2013.
- [66] Uzarski, D. Railroad track design. University of Illinois, 2009.
- [67] Vostroukhov, A. oraz Metrikine, A. Periodically supported beam on a visco-elastic layer as a model for dynamic analysis of a high-speed railway track. International Journal of Solid and Structures, 2003.
- [68] Wasiuk, R., Szadkowski, A., Mahrburg, A. oraz Szadkowska, Ż. Mobilne skanowanie laserowe obiektów liniowych. Drogownictwo, 2011.
- [69] Wężyk, P. Wprowadzenie do technologii skaningu laserowego w leśnictwie. Polskie Towarzystwo Informacji Przestrzennej, Kraków, 2006.
- [70] Witt, S. The Influence of Under Sleeper Pads on Railway Track Dynamics. Department of Mechanical Engineering, University of Linkoping, 2008.
- [71] Wolny, S. oraz Siemieniec, A. Wytrzymałość materiałów część I. Akademia Górniczo Hutnicza, Kraków, 2002.
- [72] Yang, Y., Yau, J., Yao, Z. oraz Wu, Y. Vehicle-bridge interaction dynamics: with applications to high-speed railways. Civil engineering knowledge base, 2004.
- [73] Zakłady Naprawcze Taboru Kolejowego. Wózki 25An i 25ANa. Poznań, 1994.
- [74] Zwolski, J. Railways Track Elements. Politechnika Wrocławska, 2013.

### ŹRÓDŁA INTERNETOWE

- [75] www.alexrailroad.com
- [76] www.archeo.kolej.pl
- [77] www.bluefish.foxnet.pl
- [78] www.drogizelazne.org
- [79] www.kolej.eu07.pl
- [80] www.koleje-wielkopolskie.com.pl
- [81] www.kolej.krb.com.pl
- [82] www.kurierkolejowy.eu
- [83] www.kw.rail.pl
- [84] www.poland.arcelormittal.com
- [85] www.polregio.pl
- [86] www.rynekinfrastruktury.pl
- [87] www.sekisui.de
- [88] www.sni.edu.pl
- [89] www.wps-sa.com.pl

# 10. Załączniki

- 1. Obliczenia modułu sprężystości nawierzchni.
- 2. Skrypt algorytmu w programie MATLAB.
- 3. Płyta CD.

# 10.1. Załącznik nr 1

## Obliczenia modułu sprężystości podłoża dla różnych rodzajów nawierzchni kolejowej.

Nawierzchnia podsypkowa podkłady betonowe – dobre podtorze.			
L.p.	Warstwa	Moduł sprężystości [MPa]	
1	podkładka podszynowa	100	
2	podkład	31000	
3	podsypka	300	
4	podtorze	120	
-	moduł sprężystości nawierzchni	46,1	

Nawierzchnia podsypkowa podkłady drewniane – słabe podtorze.			
L.p.	Warstwa	Moduł sprężystości [MPa]	
1	podkładka podszynowa	100	
2	podkład	10000	
3	podsypka	200	
4	podtorze	40	
-	moduł sprężystości nawierzchni	24.9	

Nawierzchnia podsypkowa podkłady betonowe – obiekt inżynieryjny.			
L.p.	Warstwa	Moduł sprężystości [MPa]	
1	podkładka podszynowa	90	
2	podkład	31000	
3	podsypka	300	
4	obiekt inżynieryjny	28500	
-	moduł sprężystości nawierzchni	68.9	

Nawierzchnia bezpodsypkowa.			
L.p.	Warstwa	Moduł sprężystości [MPa]	
1	podkładka podszynowa	100	
2	podkład	31000	
3	płyta betonowa	34000	
4	warstwa stabilizowana hydraulicznie	10000	
-	moduł sprężystości nawierzchni	98,4	

Nawierzchnia bezpodsypkowa – obiekt inżynieryjny.			
L.P.	Warstwa	Moduł sprężystości [MPa]	
1	podkładka podszynowa	100	
2	podkład	31000	
3	płyta betonowa	34000	
4	obiekt inżynieryjny	28500	
-	moduł sprężystości nawierzchni	99.0	

#### 10.2. Załącznik nr 2

#### Skrypt algorytmu w programie MATLAB.

```
% ALGORYTM OBLICZAJĄCY PRZEMIESZCZENIE PIONOWE TOKU SZYNO-
WEGO OBCIĄŻONEGO POJAZDEM SZYNOWYM PORUSZAJĄCYM SIĘ RUCHEM
JEDNOSTAJNYM
8 _____
                _____
clear all
format long
clc
۹ -----
% WPROWADZENIE DANYCH
   % długość toku szynowego, który poddany jest anali-
zie [m]
       L = 10;
   % długość na jakiej zabudowany jest pierwszy typ na-
wierzchni [m]
       Ln1 = 10;
   % liczba odcinków na jakie został podzielony tok szynowy
       n = 200;
   % numeryczny czas trwania analizy [s]
       TA = 1.0;
   % moduł sprężystości podłoża [MPa]
       k = 45;
   % moduł sprężystości podłużnej stali szynowej [GPa]
       E = 210;
   % geometryczny moment bezwładności przekroju poprzecz-
neqo szyny [cm^4]
       J = 3038.30;
   % masa szyny odniesiona do jednostki długości [kg/m]
       ms = 60.21;
   % współczynnik tłumienia nawierzchni kolejowej [MNs/m]
       c = 22.6;
   % prędkość przejazdu pojazdu szynowego [km/h]
       v = 80;
   % nacisk osi pojazdu szynowego [kN]
       P = 190;
   % rozstaw sił [m]
      R = 3.00;
∞
% SPROWADZENIE JEDNOSTEK DO JEDNOSTEK PODSTAWOWYCH UKŁADU
SI
   k = k*10^{6};
   E = E * 10^{9};
   J = J * 10^{-8};
   c = c*10^{6};
```

```
v = v/3.6;
   P = P*10^{3};
oc _____
% OBLICZENIE OBCIĄŻENIA PRZYPADAJĄCEGO NA KOŁO
  P = P/2;
§ _____
% OBLICZENIE KROKU PRZESTRZENNEGO
  dx = L/n;
8 -----
% OBLICZENIE KROKU CZASOWEGO
   % współczynnik zmniejszający krok czasowy
  mdt = 0.95;
% _____
                _____
% w poniższym wzorze uwzględniono mnożnik 1.5 z uwagi
na możliwość przyjęcia współczynnika efektywnego usztywnie-
nia szyny
8 -----
   dtkr = (2*(dx)^{2}/pi())*(ms/(1.5*E*J))^{(0.5)};
   dt = mdt*dtkr;
۶ -----
% OKREŚLENIE POŁOŻENIA OBCIĄŻENIA
   % czas w jakim obciążenie pokona całą długość odcinka dx
      Tp = dx/v;
   % liczba chwil czasowych w jakich obciążenie oddziałuje
na pojedynczy węzeł
     f1 = floor(Tp/dt);
   % liczba chwil czasowych jakie mijają pomiędzy obcią-
żeniami tego samego węzła przez pierwszą i drugą oś
     f2 = floor(R/v/dt);
8 -----
% ROZWIĄZANIE
oc _____
% BUDOWA SIATKI RÓŻNICOWO-PRZESTRZENNEJ
   % wymiar poziomy
     npoz = n+3;
   % wymiar pionowy
      mpion = ceil (TA/dt) + 2;
   % A1 - macierz tworząca różnicową siatkę czasowo-prze-
strzenną – oś nr 1
      A1 = zeros(mpion + f2, npoz);
   % A2 - macierz tworząca różnicową siatkę czasowo-prze-
strzenną – oś nr 2
      A2 = zeros(mpion + f2, npoz);
   % Awp - macierz, w której do odpowiednich chwil czaso-
wych przypisany jest warunek początkowy
     Awp = zeros(mpion , npoz);
   % procent węzłów znajdujących się nad pierwszym typem
nawierzchni
      ill = floor((Ln1/L) * (n+1));
```

```
% i - zmienna odpowiadająca za wymiar poziomy macierzy
   % j - zmienna odpowiadająca za wymiar pionowy
∞
for j = 3 : mpion
   for i = 3 : n+1
       % współczynnik zmienności podparcia szyny
           if i <= ill
               z1 = 1.00;
           else
               z1 = 1.00;
           end
       % współczynnik efektywnego usztywnienia szyny
           if i <= il1
               n1 = 1.00;
           else
               n1 = 1.00;
           end
       % współczynnik zmiany wartości tłumienia
           if i <= il1</pre>
               n2 = 1.00;
           else
               n2 = 1.00;
           end
2 -
       % współczynnik występowania obciążenia oraz tłumie-
nia
          if j >= (3+f1*(i-3)) && j<(3+f1*(i-2))
               H = 1;
          else
               H = 0;
          end
                      _____
       % nadanie warunku początkowego
          wp = (P*dt*dt) / (2*dx*(ms+n2*c*dt));
          A1(1,3) = wp;
          A2(1,3) = wp;
          if j == (3+f2*(i-3))
               Awp(j-2,i) = wp;
          end
                     ------
       % obliczenie stałych
          P1 = P/dx;
          S1 = ms + (1.5 * n2 * H * c * dt);
          S2 = ms + (0.5 * n2 * H * c * dt);
          S3 = -2*(ms+n2*H*c*dt);
          S4 = -n1*E*J/dx^{4};
```

```
A1(j,i) = Awp(j,i) + (1/S1) * (dt*dt*(S4*A1(j-1,i-2)))
+(-4*S4)*A1(j-1,i-1)+(6*S4-z1*k)*A1(j-1,i)+(-4*S4)*A1(j-1,
i+1)+S4*A1(j-1,i+2)+H*P1)-S2*A1(j-2,i)-S3*A1(j-1,i));
      A2(j+f2,i) = A1(j,i);
   end
          _____
8 ____
      % warunek brzegowy
        A1(j,1) = -A1(j,3);
        A1(j, n+3) = -A1(j, n+1);
        A2(j,1) = -A2(j,3);
        A2(j,n+3) = -A2(j,n+1);
end
8 _____
                    _____
8 ROZWIĄZANIE SUMARYCZNE DLA DWÓCH OSI
∞
   % Asum - macierz z rozwiązaniem sumarycznym dla obciążeń
nr 1 i 2
    Asum = zeros(mpion + f2, npoz);
    Asum = A1 + A2;
% KONIEC ALGORYTMU
```

## 10.3. Załącznik nr 3

## Płyta CD.

Wykonane oprogramowanie zamieszczono na załączonej płycie CD w pliku pod nazwą Model.m. Na płycie znajduje się również tekst niniejszej pracy w formacie pdf.