

WOJSKOWA AKADEMIA TECHNICZNA

im. Jarosława Dąbrowskiego



ROZPRAWA DOKTORSKA

mgr inż. Olga Grzejszczak-Pączek

WYTRZYMAŁOŚCIOWA OCENA PARAMETRÓW KONSTRUKCYJNYCH WIRNIKA SPREŻARKI OSIOWEJ Z UWZGLĘDNIENIEM CZYNNIKÓW EKSPLOATACYJNYCH

Promotor

płk dr hab. inż. Adam Kozakiewicz, prof. WAT

Promotor pomocniczy

pplk dr inż. Robert Rogólski

Warszawa 2023

Spis treści

Wykaz ważniejszych oznaczeń	5
1. Wstęp	7
1.1. Materiały stosowane do wytwarzania elementów sprężarek	11
1.2. Współczynniki bezpieczeństwa	14
1.3. Czynniki eksploatacyjne wpływające na trwałość i niezawodność	17
1.4. Obliczenia analityczne podzespołów stopnia wirnikowego sprężarki.....	23
1.5. Metody numeryczne w analizie podzespołów sprężarek osiowych.....	29
1.6. Aktualny stan zagadnienia	35
1.7. Cel i zakres pracy	48
2. Model numeryczny stopnia sprężarki osiowej	51
2.1. Opracowanie geometrii stopnia wirnikowego sprężarki na potrzeby symulacji strukturalnych i przepływowych	51
2.2. Budowa modeli dyskretnych na potrzeby symulacji numerycznych.....	59
2.3. Warunki brzegowe i zagadnienie kontaktu	63
2.4. Stopień sprężarki o konstrukcji integralnej	68
3. Identyfikacja parametrów geometrycznych sprężarki pod kątem parametryzacji.....	75
3.1. Parametryzacja geometrii stopnia wirnikowego sprężarki	75
3.2. Analiza parametryczna z uwzględnieniem obciążeń od sił masowych	77
3.3. Analiza parametryczna z uwzględnieniem sprzężonej analizy przepływowo- strukturalnej.....	86
3.4. Wpływ współczynnika tarcia na wytrzymałość konstrukcji stopnia wirnikowego sprężarki	124
4. Ocena wpływu wybranych parametrów geometrycznych na własności wytrzymałościowe stopnia wirnikowego z uwzględnieniem interakcji płyn – struktura.....	127
4.1. Konstrukcja klasyczna stopnia wirnikowego sprężarki z połączeniem zamkowym	129
4.2. Stopień wirnikowy sprężarki o konstrukcji integralnej	141
4.3. Analiza wrażliwości w optymalizacji parametrycznej.....	148
5. Podsumowanie i wnioski.....	161
Literatura	167

(strona celowo pozostawiona pusta)

Wykaz ważniejszych oznaczeń

A	– pole przekroju
e	– element skończony
E	– moduł sprężystości wzdłużnej
F	– siła
g	– przyspieszenie ziemskie
h	– grubość
k_r	– naprężenia dopuszczalne
m	– liczba odcinków podziału łopatki
M	– moment
n	– współczynnik bezpieczeństwa, liczba stopni swobody całego modelu, prędkość obrotowa
N_1	– prędkość obrotowa wirnika niskiego ciśnienia
N_2	– prędkość obrotowa wirnika wysokiego ciśnienia
p	– naciski powierzchniowe
P	– parametr
r	– promień
R_K	– granica niebezpieczna
R_m	– wytrzymałość doraźna na rozciąganie
$R_{0,2}$	– umowna granica plastyczności
T	– temperatura, siła tarcia
u	– przemieszczenia
U	– energia potencjalna odkształcenia
W_z	– praca sił zewnętrznych
V	– energia potencjalna ciała sprężystego
α	– współczynnik rozszerzalności cieplnej
β	– kąt
Δl	– wydłużenie
ε, γ	– odkształcenia (liniowe, kątowe)
ν	– współczynnik Poissona
ρ	– gęstość
σ	– naprężenia normalne
σ_{dop}	– naprężenia dopuszczalne
σ_{zr}	– naprężenia zredukowane
σ_r	– naprężenia promieniowe
σ_θ	– naprężenia obwodowe

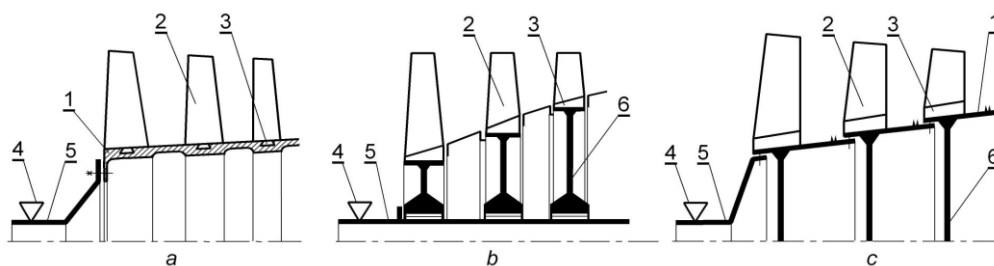
τ – naprężenia styczne
 μ – współczynnik tarcia
 ω – prędkość kątowna wirowania
 r, θ, z – współrzędne w układzie biegunowym
 x, y, z – współrzędne w układzie kartezjańskim
 $[D]$ – macierz stałych sprężystych
 $[k]_e$ – macierz sztywności elementu skończonego
 $[K]$ – macierz sztywności modelu
 $[N]$ – macierz funkcji kształtu
 $[R]$ – macierz operatorów różniczkowych
 $\{F\}$ – wektor sił węzłowych
 $\{\varepsilon\}$ – wektor składowych stanu odkształcenia
 $\{q\}$ – wektor przemieszczeń węzłowych modelu
 $\{q\}_e$ – wektor przemieszczeń węzłowych
 $\{u\}$ – wektor przemieszczeń translacyjnych

1. Wstęp

Sprężarka jest jednym z głównych zespołów silnika turbinowego i od jej efektywnej pracy zależą osiągi całego zespołu napędowego. Podzespół ten odpowiada za dostarczenie do komory spalania niezbędnej ilości powietrza przy jednoczesnym podniesieniu jego ciśnienia do wymaganej wartości i zapewnienie jednorodnego pola przepływu. Obecnie w dwuprzepływowych turbinowych silnikach odrzutowych stosuje się dwu lub trójwirnikowe sprężarki osiowe. Wyróżnia się wówczas sprężarkę niskiego i wysokiego ciśnienia, a w przypadku konstrukcji trójwirnikowych występuje dodatkowo sprężarka średniego ciśnienia (trójwirnikowe sprężarki charakterystyczne są dla silników firmy Rolls-Royce). W przypadku turbinowych silników odrzutowych o dużym stopniu podziału masowego natężenia przepływu powietrza, przed sprężarkami pracującymi w kanale wewnętrznym znajduje się dodatkowo jednostopniowy wentylator, który doprowadza powietrze o określonym natężeniu i ciśnieniu do kanału wewnętrznego (sprężarki) i zewnętrznego silnika [1]. Dokładne informacje dotyczące stosowanych rozwiązań konstrukcyjnych, projektowania i obliczeń parametrów gazodynamicznych sprężarek osiowych można znaleźć w pracach [1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10] oraz [11; 12].

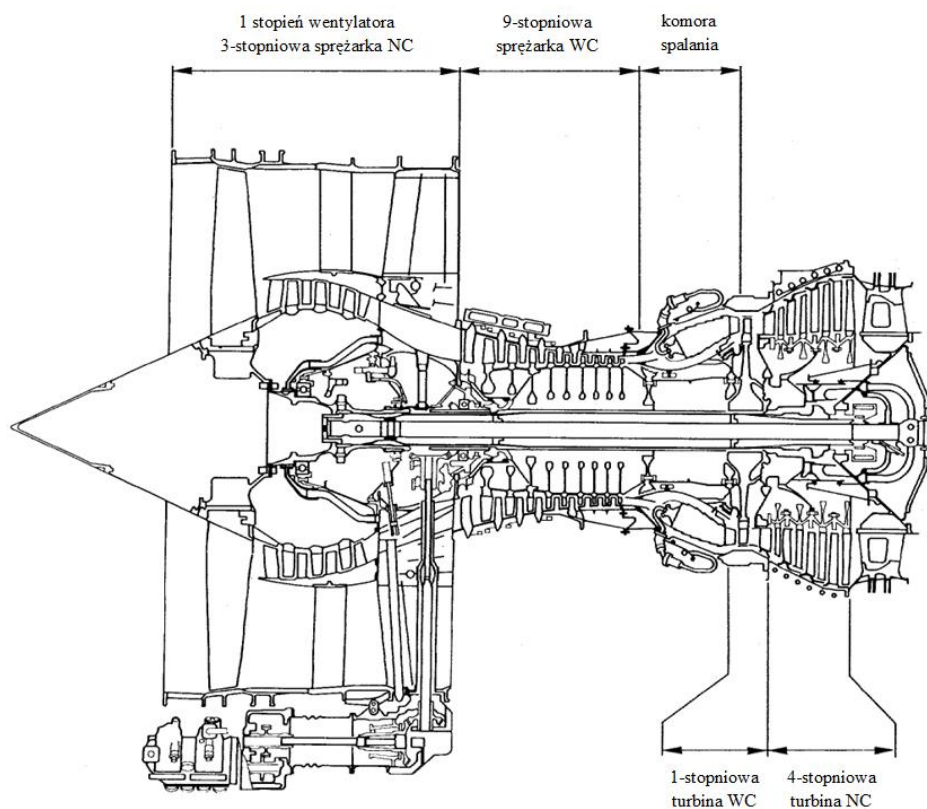
Współcześnie w lotniczych silnikach turbinowych dominują wielostopniowe sprężarki osiowe [1]. Wirnik sprężarki osiowej składa się wówczas z kilku lub kilkunastu stopni. Na każdy stopień składa się element nośny i osadzone w nim łopatki wirnikowe. Łopatki wytwarzane są najczęściej jako oddzielne elementy, co pozwala na ich swobodny montaż i demontaż w trakcie obsługi czy remontu.

Wyróżnia się trzy podstawowe układy konstrukcyjne elementów nośnych wirników sprężarek: bębnowy, tarczowy i bębnowo-tarczowy (rys. 1.1). Każdy z tych układów znajduje w dalszym ciągu zastosowanie w nowoczesnych turbinowych silnikach odrzutowych, zarówno o dużym, jak o małym stopniu podziału masowego natężenia przepływu, stosowanych odpowiednio w lotnictwie cywilnym i wojskowym.



Rysunek 1.1. Schematy konstrukcji wirników sprężarek osiowych: bębnowego (a), tarczowego (b) i bębnowo-tarczowego (c); 1 – bęben nośny, 2 – pióro łopatki, 3 – zamek łopatki, 4 – łożysko wirnika, 5 – czop wału, 6 – tarcza nośna [1]

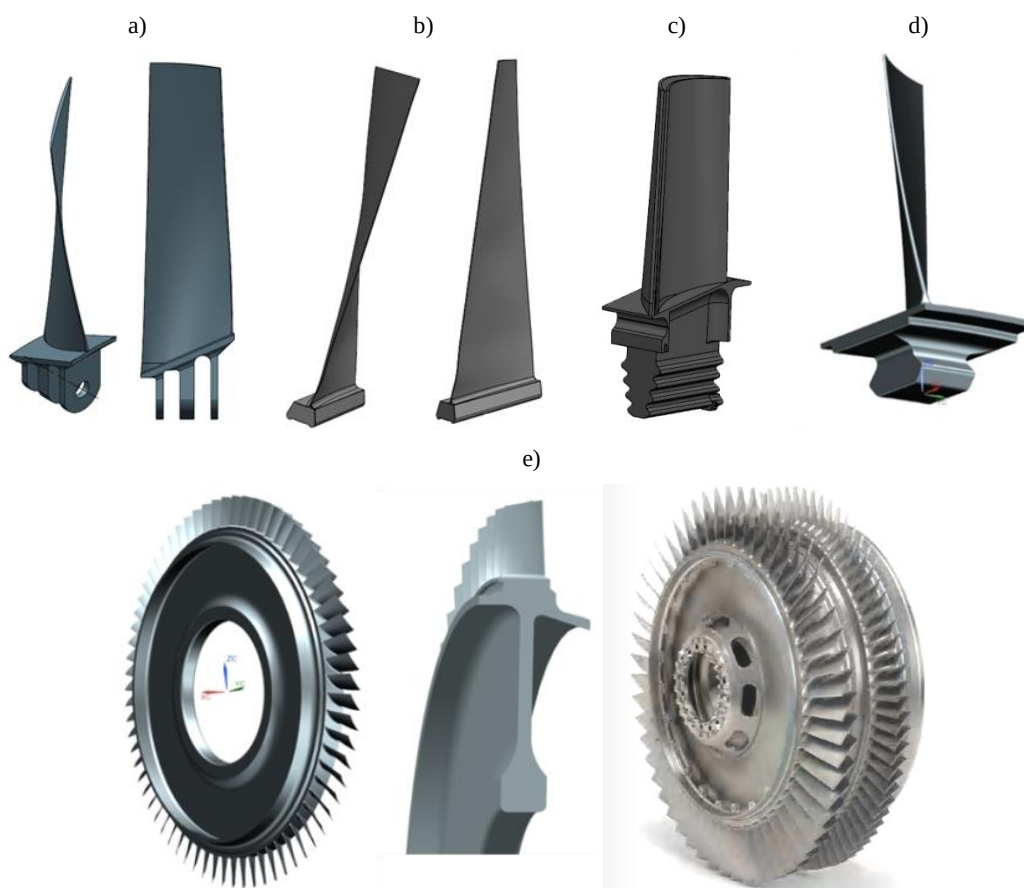
Przykładowo analizując konstrukcję silnika CFM 56, jednego z najpopularniejszych turbinowych silników odrzutowych o dużym stopniu podziału masowego natężenia przepływu powietrza, stosowanych w lotnictwie cywilnym (m.in. na samolotach typu Airbus A320 oraz Boeing 737), konstrukcja tarczowa jest zastosowana w wirniku wentylatora oraz w trzecim stopniu wirnika sprężarki wysokiego ciśnienia, bębnowa w sprężarce niskiego ciśnienia, natomiast bębnowo-tarczowa w sprężarce wysokiego ciśnienia (rys. 1.2). Podobny układ konstrukcyjny stosowany jest także w silnikach firmy General Electric GE90 oraz GENx, czy też w silniku Pratt & Whitney PW4000.



Rysunek 1.2. Schemat konstrukcji silnika CFM 56 [13]

Newralgicznym obszarem konstrukcji stopnia wirnikowego, pod względem wytrzymałościowym, jest mocowanie pióra łopatki wirnikowej do części wieńcowej tarczy. Do tego celu stosuje się połączenia typu klasycznego, z tzw. zamkiem oraz konstrukcje integralne typu BLISK (z ang. *Blade Integrated Disk*).

W przypadku konstrukcji klasycznych można wyróżnić kilka rodzajów zamków m.in. trapezowe, sworzniowe, wielotrapezowe (głównie w turbinach), prostokątne (rys.1.3). Łopatki wirnikowe mocowane są zwykle w specjalnie przygotowanych kanałach równolegle lub skośnie do osi obrotu wirnika lub w kanałach wytoczonych obwodowo. Najpopularniejszym typem połączenia stosowanego w wentylatorach i pierwszych stopniach wirnikowych sprężarek osiowych jest zamek trapezowy (zwany także „jaskółczym ogonem”) o przekroju zbliżonym do trapezu równoramiennego oraz w przypadku konstrukcji bębnowych lub bębnowo-tarczowych, zamek prostokątny lub trapezowy do mocowania obwodowego. Przykładowe rozwiązania konstrukcyjne stosowanych połączeń przedstawiono na rysunku 1.3.

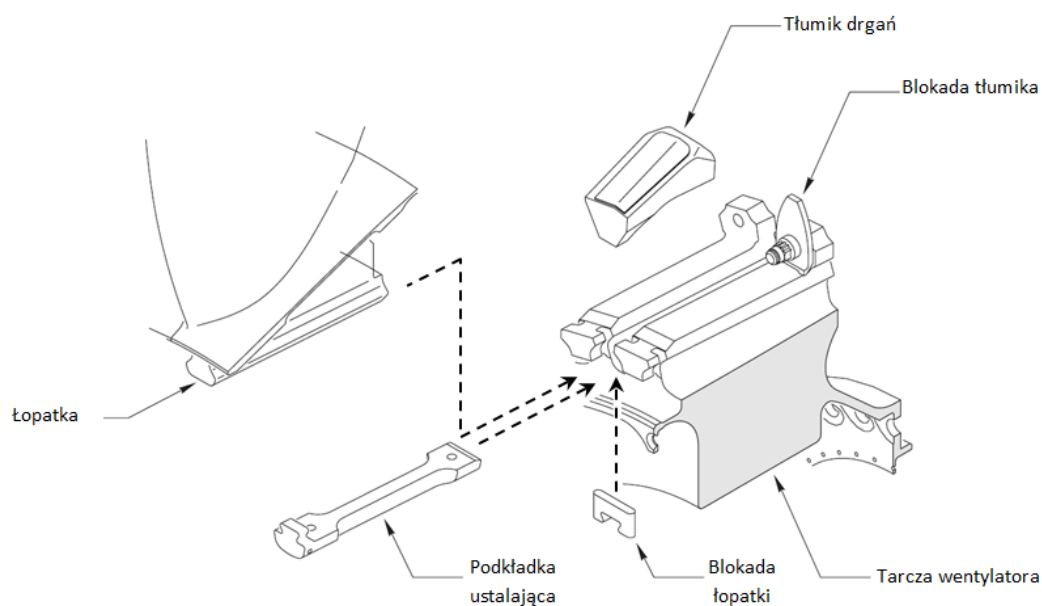


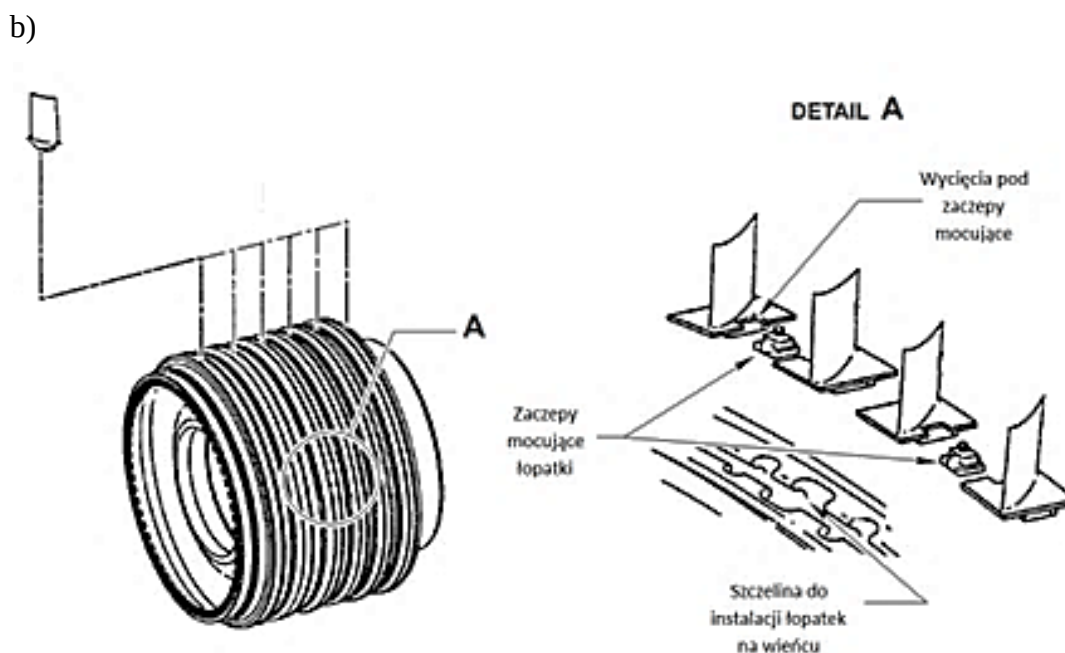
Rysunek 1.3. Połączenia stosowane w zespołach wirnikowych
a) sworzniowe b) trapezowe typu jaskółczy ogon c) wielotrapezowe d) trapezowe mocowane obwodowo
e) konstrukcja integralna BLISK [14]

Coraz bardziej popularne są także konstrukcje integralne, zwane BLISK lub IBRs (*Integral bladed rotors*). Jest to zaawansowana technologicznie konstrukcja wirnika, w której tarcza i łopatki są produkowane w postaci jednego elementu. Taka konfiguracja zmniejsza całkowitą długość i masę wirnika. Wirniki integralne są stosowane w sprężarkach niskiego i wysokiego ciśnienia do zastosowań wojskowych i cywilnych. Firma MTU produkuje takie komponenty do wszystkich typów dwuprzepływowych turbinywnych silników odrzutowych o dużym stopniu podziału masowego natężenia przepływu powietrza z przekładnią z rodziny PW1000G (np. w silniku PW1100G-JM, który stanowi napęd dla A320neo, piąty i szósty stopień sprężarki wysokiego ciśnienia jest konstrukcją integralną), do silnika PW6000 napędzającego A318 oraz do wojskowych EJ200 (Eurofighter) i TP400-D6 (A400M) [15]. Tego typu konstrukcja zastosowana jest także w sprężarce wysokiego ciśnienia silnika CFM LEAP-1A, stanowiącego napęd takich samolotów, jak: Boeing 737 MAX, Airbus A320Neo, Comac C919 oraz w silniku Trent XWB (Airbus A350).

Sposób mocowania łopatki w elemencie nośnym zależy od rodzaju konstrukcji wirnika. W konstrukcjach tarczowych i bębnowo-tarczowych, łopatki mocuje się w specjalnie zaprojektowanych gniazdach lub otworach, blokując je za pomocą kołków lub specjalnie zaprojektowanych zamków. W konstrukcjach bębnowych łopatki instaluje się obwodowo, przed wysunięciem z gniazda zabezpieczone są za pomocą zaczepów blokujących (rys. 1.4).

a)





Rysunek 1.4. Sposoby mocowania łopatek – a) wentylatora; b) w sprężarce wysokiego ciśnienia [13]

W konstrukcjach, typu BLISK, wyeliminowane jest połączenie zamkowe łopatki z tarczą (rysunek 1.3e). W wirnikach tego typu tarcza z łopatkami tworzy jeden element, co upraszcza konstrukcję i skutkuje znacznym obniżeniem masy zespołu wirującego. Do innych ważnych zalet tego rozwiązania można zaliczyć także eliminację przecieków powietrza przez szczeliny wokół zamka, a tym samym zwiększenie sprawności stopnia wirnikowego. Istotnym walorem eksploatacyjnym takiego rozwiązania jest też wykluczenie ewentualnych luzów montażowych.

Więcej informacji na temat konstrukcji i wymienionych rodzajów połączeń stosowanych w zespołach wirnikowych znajduje się m.in. w pracach [1; 2; 3; 4; 16; 17].

1.1. Materiały stosowane do wytwarzania elementów sprężarek

Elementy zespołów wirnikowych wytwarza się z materiałów o dużej wytrzymałości. Sprężarki wysokiego ciśnienia mają często konstrukcję kombinowaną, co oznacza, że można w nich wyróżnić pojedyncze stopnie tarczowe oraz elementy tarczowo-bębnowe. W konstrukcjach tarczowych i tarczowo-bębnowych instalowanych na pierwszych stopniach sprężarki wysokiego ciśnienia, stosuje się materiały lekkie i wysokowytrzymałe, jak stopy tytanu. Na ostatnie stopnie stosuje się żaroodporne i żarowytrzymałe stopy na osnowie niklu, co wynika z warunków ich pracy, głównie temperatury.

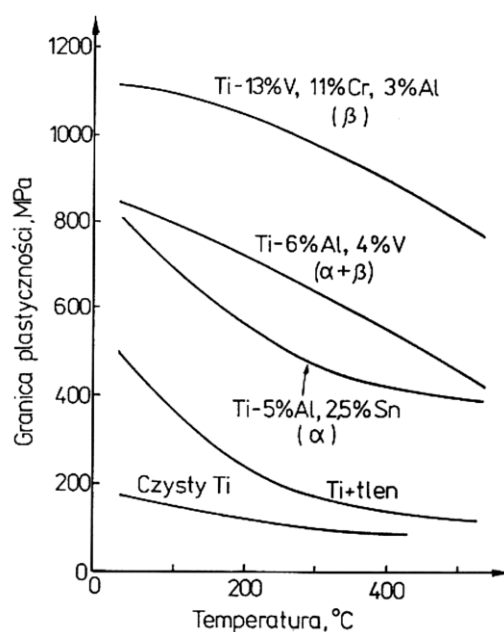
Stopy tytanu

Stopy tytanu wprowadzono do produkcji lotniczej po II wojnie światowej. Tytan, ze względu na stosunkowo niską gęstość ($\rho = 4,5 \text{ g/cm}^3$), dobre właściwości wytrzymałościowe ($R_m = 350\div 500 \text{ MPa}$), dużą odporność na korozję, wysoką wytrzymałość zmęczeniową, małą czułość na działanie karbu, dostateczną podatność technologiczną [18] oraz możliwość pracy w podwyższonej temperaturze (do 350°C), znajduje szerokie zastosowanie w całym przemyśle lotniczym [1; 18]. Wybrane właściwości stopów tytanu przedstawiono w tabeli 1.1. Na rysunku 1.5 przedstawiono natomiast zależność granicy plastyczności tytanu i jego stopów od temperatury.

Głównym obszarem zastosowania tytanu są turbinowe silniki odrzutowe. Silniki produkowane i wprowadzane na rynek na początku lat 50. XX wieku przez firmy Pratt & Whitney w USA i Rolls-Royce w Anglii już zawierały stopy tytanu. Od tego czasu ich użycie i obszar stosowania w silnikach turbinowych stale rośnie, aktualnie stanowią nawet ponad 30% masy silników turbinowych [19; 20].

Tabela 1.1. Wybrane właściwości mechaniczne stopów tytanu [21]

Oznaczenie	Moduł Younga E GPa	Umowna granica plastyczności $R_{0,2}$ MPa	Wytrzymałość na rozciąganie R_m MPa
Ti-6Al-4V	114	830	900
Ti-6Al-2Sn-4Zr-6Mo	114	862	930
Ti-5Al-2Sn-2Zr-4Cr-4Mo	114	1055	1125
Ti-6Al-2Sn-4Zr-2Mo-0.1Si	114	896	965
Ti-8Al-1Mo-1V	120	937	910



Rysunek 1.5. Zależność granicy plastyczności tytanu i jego stopów od temperatury [18]

W budowie zespołów wirnikowych stopy tytanu wykorzystuje się do produkcji łopatek i tarcz sprężarek [1; 2; 18; 19; 21; 22; 23]. Stopy m.in. Ti-6Al-4V, Ti-8Al-1Mo-1V, Ti-5Al-2Sn-2Zr-4Cr-4Mo (Ti-17) stosuje się na łopatki wentylatorów i sprężarek niskiego ciśnienia, natomiast na tarcze i bębny nośne stosuje się m.in. stop Ti-6Al-2Sn-4Zr-2Mo z dodatkiem krzemu Ti-6Al-2Sn-4Zr-2Mo-0.1Si, wykazujący lepszą odporność na działanie wysokich temperatur do około 500°C [22; 24; 25].

Stopy na osnowie niklu

Ograniczenia temperaturowe dla stopów tytanu, wymuszają stosowanie żaroodpornych i żarowytrzymałych materiałów na elementy ostatnich stopni sprężarek wysokiego ciśnienia, w których temperatura pracy może dochodzić nawet do 1000 K. Obecnie wykorzystuje się stopy na bazie niklu, które obok stopów kobaltu i tytanu stanowią blisko 50% masy silnika [26; 27]. Superstopy na osnowie niklu, umacniane fazą γ , z uwagi na ich wyjątkową kombinację znacznej wytrzymałości mechanicznej przy wysokich temperaturach, wytrzymałości na pełzanie i odporności na utlenianie, znalazły powszechne zastosowanie przy wytwarzaniu silników lotniczych i nowoczesnych turbin gazowych w energetyce [28]. Stopy na bazie niklu są najważniejszą klasą nadstopów pod względem wytrzymałości i odporności na temperaturę. Wykazują wiele wyjątkowych właściwości mechanicznych, takich jak: ciągliwość w niskich temperaturach, wytrzymałość w wysokich temperaturach i wyjątkowa żaroodporność w wielu różnych środowiskach [29]. Popularnymi typami nadstopów na bazie niklu są Inconel 600 i Inconel 718.

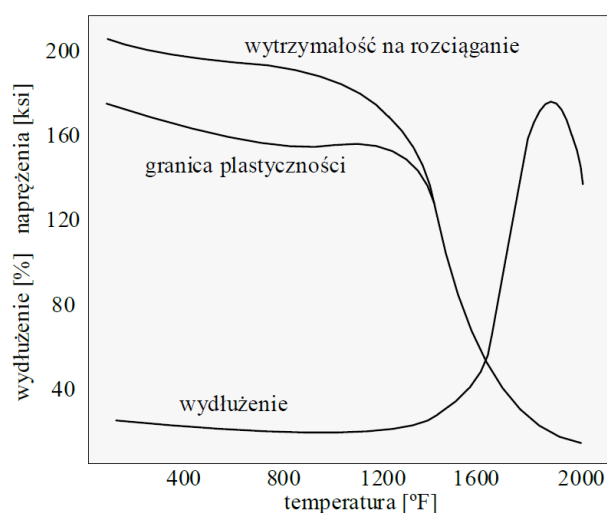
Inconel 600 jest stopem o wytrzymałości na rozciąganie 650 MPa, granicą plastyczności 310 MPa, modułem Younga 207 GPa i temperaturą topnienia od 1355°C do 1413°C [29]. Ma dużą wytrzymałość i wyjątkową odporność na utlenianie w wysokich temperaturach, ale mniejszą odpornością na korozję niż austenityczne stale nierdzewne [29; 30].

Inconel 718 to nadstop utwardzany wydzieleniowo o wytrzymałości na rozciąganie 1240 MPa (180 ksi), granicy plastyczności 1035 MPa (150 ksi), module Younga 210 GPa (30,6 ksi) i temperaturze topnienia 1260÷1336°C [29]. Żarowytrzymałość stopu Inconel 718 utrzymuje się do temperatury około 650°C i jest uzależniona od wcześniejszej obróbki cieplnej [26]. Własności wytrzymałościowe oraz fizyczne stopu

przedstawiono w tabeli 1.2. Przebieg zmian wybranych parametrów wytrzymałościowych w funkcji temperatury przedstawiono natomiast na rys. 1.6

Tabela 1.2. Własności stopu Inconel 718 [31]

Temperatura °C	Granica plastyczności R_e MPa	Wytrzymałość na rozciąganie R_m MPa	Moduł Younga E 10^5 MPa	Liczba Poissona ν	Współczynnik rozszerzalności termicznej $\alpha \times 10^{-5}$ [1/°C]
21	1035	1275	2,01	0,28	1,21
93	1004	1237	1,97	0,28	1,27
316	963	1186	1,86	0,27	1,38
538	921	1135	1,72	0,27	1,43
760	549	625	1,52	0,29	1,56
982	-	-	1,21	0,35	1,86



Rysunek 1.6. Właściwości stopu Inconel 718 wyżarzzonego (1800°F/1h) oraz starzonego (1325°F/8h) w postaci pręta walcowanego [26]

W budowie zespołów wirnikowych, superstopy na osnowie niklu, np. Inconel 625, Inconel 718, wykorzystuje się do produkcji elementów turbin oraz ostatnich stopni sprężarek wysokiego ciśnienia.

1.2. Współczynniki bezpieczeństwa

Stan niebezpieczny to stan, w którym zachodzą jakościowe zmiany własności materiału najczęściej rozumiane, jako pojawienie się lokalnego odkształcenia trwałego (uplastycznienie) lub pęknięcia (dekohezja) w dowolnym punkcie ciała. Miarą osiągnięcia stanu niebezpiecznego jest wyężenie. Przyjmuje się, że wyężenie zależne jest wyłącznie od składowych stanu naprężenia oraz własności mechanicznych materiału (stałych materiałowych), takich jak: granica plastyczności na rozciąganie R_e , wytrzyma-

łość na rozciąganie R_m i ściskanie R_c , a także na ścinanie R_s oraz stałych sprężystych. W przypadku, gdy w punkcie panuje jednoosiowy stan naprężenia, miarą wyężenia jest naprężenie normalne σ , a jej wartością w stanie niebezpiecznym – granica niebezpieczna R_K , którą można wyznaczyć doświadczalnie podczas próby rozciągania i ściskania. Dla przestrzennego stanu naprężenia, gdzie nieskończenie wiele stanów naprężenia może spowodować stan zniszczenia, należy posłużyć się hipotezami wyężeniowymi. Hipotezy wyężeniowe pozwalają określić, co decyduje o zniszczeniu materiału w danym punkcie ciała, niezależnie od tego, jaki rodzaj stanu naprężenia w nim występuje. Ze względu na brak jednoznacznej uzasadnionej fizycznie miary wyężenia, powstało wiele hipotez, które ze względu na postulowaną miarę wyężenia bardzo ogólnie można podzielić na: naprężeniowe, odkształceniowe i energetyczne [32].

W obszarze materiałów sprężysto-plastycznych zastosowanie znajdują dwie ważne hipotezy: *hipoteza energii odkształcenia postaciowego*, sformułowana niezależnie przez trzech autorów: Hubera (1904 r.), Misesa (1913 r.) i Hencky’ego (1924 r.) oraz *hipoteza maksymalnych naprężeń stycznych*, przedstawiona przez Coulomba (1776 r.), Trescę (1872 r.) i Guesta (1900 r.). W hipotezach tych wytrzymałość na rozciąganie określana dla naprężeń zredukowanych jest jednoznaczna z granicą plastyczności.

Hipoteza Hubera – Misesa – Hencky’ego, nazywana często hipotezą energetyczną jako miarę wyężenia przyjmuje energię sprężystą właściwą odkształcenia postaciowego. Energia ta dla przypadku ogólnego Φ_f oraz jednoosiowego stanu naprężenia $\Phi_{f'}$, wynosi odpowiednio:

$$\Phi_f = \frac{1+\nu}{6E} \left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2) \right] \quad (1.1)$$

$$\Phi_{f'} = \frac{1+\nu}{6E} \cdot 2\sigma_{zr}^2 \quad (1.2)$$

Jeżeli $\Phi_f = \Phi_{f'}$, to rozważane stany naprężenia powodują jednakowe wyężenie, co umożliwia wyznaczenie naprężeń zredukowanych σ_{zr} :

$$\sigma_{zr} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2)} \leq R_K \quad (1.3)$$

Przy zastosowaniu składowych ogólnych formułę można zapisać:

$$\sigma_{zr} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \leq R_K \quad (1.4)$$

Hipoteza Coulomba – Tresci – Guesta zakłada, że o wyężeniu materiału w danym punkcie ciała decyduje maksymalna bezwzględna wartość ekstremalnych naprężeń stycznych, niezależnie od rodzaju stanu naprężenia [32]. Dla przypadku ogólnego i jedno-

osiowego stanu naprężenia, maksymalne naprężenie styczne τ_{max} i τ'_{max} wynosi odpowiednio:

$$\tau_{max} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{1}{2}(\sigma_{max} - \sigma_{min}) \quad (1.5)$$

$$\tau'_{max} = \frac{1}{2}\sigma_{zr} \quad (1.6)$$

W przypadku gdy $\tau_{max} = \tau'_{max}$ zależność na naprężenia zredukowane przyjmuje postać:

$$\sigma_{zr} = \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_{max} - \sigma_{min} \quad (1.7)$$

Do oceny wytężenia całego ciała stosuje się zasadę najsłabszego ogniwa, a mianowicie o wytężeniu ciała decyduje ten jego punkt, w którym naprężenie zredukowane jest największe. Kryterium wytrzymałości przyjmuje wówczas postać:

$$\sigma_{zr} \leq \sigma_{dop} \quad (1.8)$$

Dla warunku początku plastyczności $\sigma_{dop} = \frac{R_e}{n}$, a dla warunku zniszczenia $\sigma_{dop} = \frac{R_m}{n}$, gdzie σ_{dop} to naprężenia dopuszczalne, a n to współczynnik bezpieczeństwa.

W przypadku tarcz wirnikowych stosowanych w silnikach lotniczych wytężenie materiału wyznacza się według hipotezy energii potencjalnej odkształcenia postaciowego [16].

Wartości współczynników bezpieczeństwa elementów stopnia wirnikowego, tj. łopatek i elementów nośnych, są wypracowanymi wynikami działań optymalizacyjnych dopuszczalnej wartości naprężeń w elemencie, jego temperatury na najczęstszych zakresach pracy silnika, liczby przewidywanych akceleracji i deceleracji oraz wymagań użytkownika, odnośnie międzyremontowej liczby godzin pracy i bezpieczeństwa wypracowania określonej liczby cykli zmęzeniowych [1].

W sprężarkach silników lotniczych minimalne wartości współczynników bezpieczeństwa mieszczą się w przedziale 1,5 ... 2,5 w odniesieniu do granicy odkształceń sprężystych materiałów. Najmniejsze wartości współczynników bezpieczeństwa występują u podstawy piór łopatek wentylatorów i sprężarek. Większe współczynniki bezpieczeństwa stosuje się natomiast w łopatkach wentylatorów i wlotowych stopni sprężarek, ze względu na zagrożenie zderzenia z ptakami i innymi ciałami obcymi zassanymi do silnika [1; 2; 16]. W przypadku turbin współczesnych silników lotniczych współczynniki bezpieczeństwa zależą od wytrzymałości na pełzanie użytego materiału i rzadko przekraczają wartość 2÷2,5 względem tego rodzaju wytrzymałości [1; 16].

1.3. Czynniki eksploatacyjne wpływające na trwałość i niezawodność

Współczesne zespoły sprężarkowe turbinowych silników odrzutowych są układami, które muszą zachować wysoki poziom trwałości i niezawodności w trakcie całego okresu eksploatacji silnika. Miarą niezawodności, w tym przypadku, jest czas pracy takiego podzespołu bez żadnych uszkodzeń w zadanym przez producenta okresie trwałości, przy zachowaniu prawidłowych zasad eksploatacji. Jednakże podzespoły sprężarki osiowej, ze względu, choćby na usytuowanie komponentu w konstrukcji, są bardzo podatne na defekty i uszkodzenia eksploatacyjne. Uszkodzenia takie mogą wynikać z nieprawidłowo wykonanych napraw, czy też czynników zewnętrznych, m.in. zderzenia z bryłkami lodu, ptakami lub ciałami obcymi (FOD¹) zassanymi przez wlot z powierzchni pasa startowego lub drogi kołowania [33; 34; 35].

Do innych czynników eksploatacyjnych, mających wpływ na trwałość i niezawodność komponentów sprężarki lub całego silnika, można zaliczyć:

- intensywność eksploatacji (np. na maksymalnych, przelotowych i minimalnych zakresach prędkości obrotowych silnika, czy też eksploatacja na samolotach latających na krótkich, średnich lub długich dystansach);
- warunki eksploatacji (warunki klimatyczne: temperatura i wilgotność otoczenia, a także eksploatacja silnika w warunkach dużego zapylenia).

W nowoczesnych silnikach turbinowych, podczas pracy na maksymalnych zakresach pracy, występują największe obciążenia podzespołów, stąd też wskazane jest, żeby czas pracy na tych zakresach był jak najkrótszy. W przypadku dwuprzepływowych silników turbinowych silników odrzutowych o dużym stopniu podziału masowego natężenia przepływu powietrza, stosowanych w lotnictwie pasażerskim, istotne znaczenie ma także stosunek liczby godzin przepracowanych przez silnik do liczby zużytych w tym czasie cykli [1]. Korzystne jest, gdy na jeden cykl przypada możliwie największa liczba godzin pracy silnika, co umożliwi realizację najdłuższego odcinka czasu pracy na zakresie przelotowym, czyli w warunkach stosunkowo niewielkich i równomiernych obciążeń podzespołów silnika. Przykładowo zespół sprężarki wysokiego ciśnienia silnika CFM56 o konstrukcji nośnej tarczowo-bębnowej ma podany przez producenta okres niezawodnej pracy wynoszący 20 tys. cykli. W przypadku wykonania w ciągu roku 500 lotów długodystansowych (trwających średnio 9 godzin), spędza on w powietrzu 4,5 tys.

¹ Skrót od angielskiego wyrażenia Foreign Object Damage.

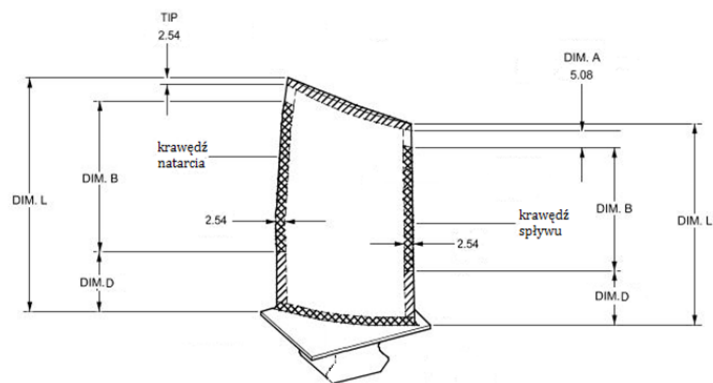
godzin, wypracowując w tym czasie 500 cykli, czyli teoretycznie może być eksploatowany przez około 40 lat [1]. Czas eksploatacji tego silnika ulega jednak znacznemu skróceniu w przypadku użytkowania silnika na średnich i krótkich dystansach. Wpływ ma także naturalne zużywanie się podzespołów silnika i uszkodzenia występujące podczas eksploatacji.

Do najczęstszych uszkodzeń eksploatacyjnych elementów sprężarki można zaliczyć: zarysowania powodujące pękanie materiału, wgniecenia, wyrwania i ubytki materiału spowodowane pękaniem powierzchni, zagniecenia i zniekształcenia powierzchni, zmieniające początkowy kształt lub obrys elementu, powstające przy zbyt dużych naprężeniach itp. (rys. 1.7).



Rysunek 1.7. Przykładowe uszkodzenia łopatek sprężarki lotniczych silników turbinowych

Producenci silników, na potrzeby przeprowadzania regularnych przeglądów zespołu wirnikowego, definiują w instrukcjach obsługowych dokładnie, jakie rodzaje i rozmiary uszkodzeń są dopuszczalne w różnych obszarach oraz podają możliwości i sposoby ich ewentualnych napraw. W przypadku zespołów sprężarkowych, składających się najczęściej z kilku stopni połączonych ze sobą, zakresy przeglądów i rozmiary uszkodzeń charakteryzowane są indywidualnie dla każdego stopnia. Przykładowe obszary podlegające inspekcji i wymiary dopuszczalnych uszkodzeń pióra łopatki sprężarki wysokiego ciśnienia przedstawiono na rysunku 1.8. Najmniejszymi uszkodzeniami kwalifikującymi element do wymiany są uszkodzenia na krawędzi natarcia lub spływu. Uszkodzenia typu wyszczerbienia czy ubytki materiału nie mogą sięgać na głębokość większą niż 1 mm, wgniecenia natomiast 1,5 mm.



Lokalizacja	Rodzaj uszkodzenia	Max. dopuszczalny rozmiar
DIM. A	zarysowania, pęknięcia	7,6 [mm]
	wyszczerbienia, wgniecenia,	6,4 [mm]
	erozja, ubytki materiału	7,6 x 7,6 [mm]
DIM. B	Rozerwania	niedopuszczalne
	wyszczerbienia, erozja, ubytki materiału	od 0,8 do 1 [mm]
	Wgniecenia	1,0 x 1,5 [mm]
DIM. D	Rozerwania	niedopuszczalne
	wyszczerbienia, wgniecenia, ubytki materiału	7,6 [mm]
TIP	zwinięcie, zagięcie	25% cięciwy

Rysunek 1.8. Strefy łopaty podlegające inspekcji i wymiary dopuszczalnych uszkodzeń [13], [33]

Podczas eksploatacji lotniczych silników turbinowych obserwuje się także wiele przypadków uszkodzeń elementów wirujących wynikających ze zużycia zmęczeniowego. Uszkodzenia tego rodzaju są bardzo niebezpieczne i bezpośrednio zagrażają bezpieczeństwu lotu. Uszkodzenia zmęczeniowe tarcz nośnych i wirników bębnowych (rys. 1.9) są, poza uszkodzeniami łopatek i wałów, stosunkowo częstą przyczyną awarii silników lotniczych.



Rysunek 1.9. Pęknięcie zmęczeniowe wirnika sprężarki niskiego ciśnienia w rejonie wieńca [36]

Główną przyczyną rozrywania się wirnika (tarczy nośnej lub bębna) jest niedostateczna wytrzymałość zespołu wirującego. Wynikać ona może, m.in. z [16]:

- przekroczenia określonych warunków rozruchu silnika;
- zastosowania niewłaściwego materiału lub obróbki cieplnej tarczy;
- doboru nieprawidłowego profilu tarczy;
- pęknięć powierzchniowych i w głębi materiału wywołanych przeróbką plastyczną;
- uszkodzeń struktury materiału;
- zbyt wysokich naprężeń spowodowanych chwilowymi przekroczeniami dopuszczalnych poziomów obciążeń eksploatacyjnych.

Przykładem może być awaria samolotu Boeing 767–323 z 28 października 2016 r., gdy rozerwanie się tarczy II stopnia turbiny wysokiego ciśnienia spowodowało pożar samolotu podczas startu (rys. 1.10).

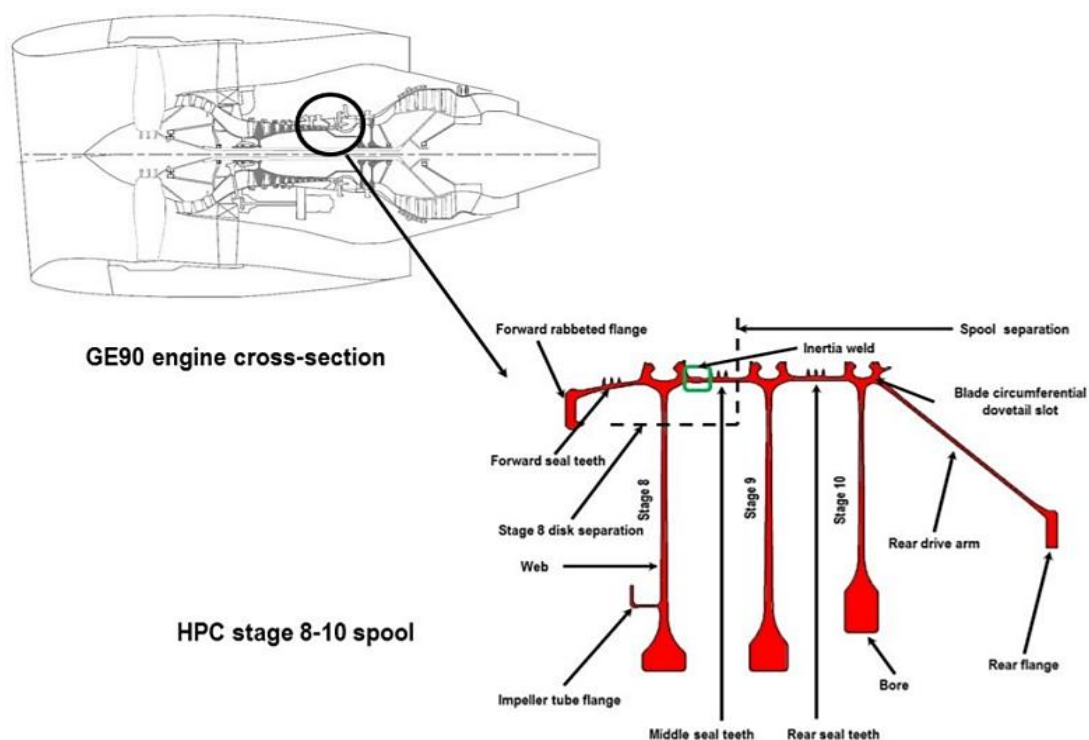


Rysunek 1.10. Tarcza wirnika turbiny wysokiego ciśnienia rozerwana wskutek zmęczenia materiału wynikającego z wady materiałowej) [37]

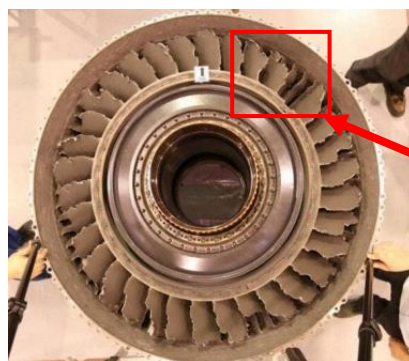
Podobny incydent z udziałem Boeinga 777 miał miejsce w 2015 r. Tarcza sprężarki wysokiego ciśnienia silnika GE90 uległa uszkodzeniu, pęknięcie zmęczeniowe pojawiło się w rejonie wieńca tarczy (rys. 1.11 – obszar inicjacji pęknięcia jest zaznaczony zieloną ramką).

Zjawisko pękania łopatek wirnikowych jest zjawiskiem stosunkowo często występującym w trakcie eksploatacji silników turbinowych (rys. 1.12). Duża część awarii sprężarek turbinowych silników lotniczych jest spowodowana właśnie uszkodzeniami łopatek oraz ich niedostateczną wytrzymałością w warunkach obciążeń stałych i zmiennych [38]. Obrocki i in. [39] podają, że pęknięcia zmęczeniowe są przyczyną nawet ok. 70÷80%

awarii silników. Analiza procesu inicjacji i propagacji tych pęknięć potwierdziła, że ich główną przyczyną są trudne warunki pracy łopatek.



Rysunek 1.11. Przekrój silnika GE90 z lokalizacjami separacji bębna sprężarki wysokiego ciśnienia – stopnie 8–10 [40]



Miejsce po łopacie, której pióro uległo złamaniu i uszkodziło pozostałe łopatki na stopniu sprężarki.

Rysunek 1.12. Pęknięcie zmęczeniowe łopatki pierwszego stopnia sprężarki średniego ciśnienia silnika Trent 1000 [41]

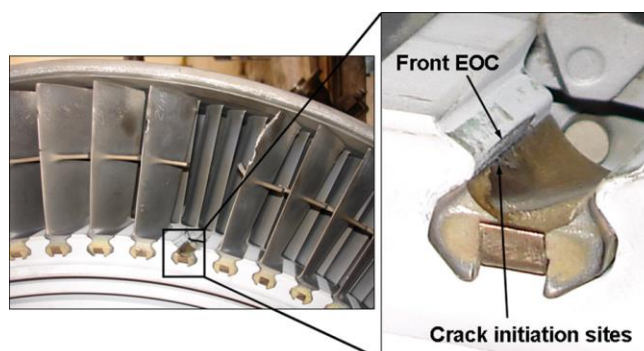
Elementy sprężarki, w tym właśnie pióra łopatek pierwszych stopni, są bardzo narażone na uszkodzenia w wyniku zderzenia z ciałami obcymi. Zasysane kamienie, grad czy lód powodują uszkodzenia na powierzchni łopatek, wgniecenia i deformacje skutkujące kumulacją wysokich naprężeń w okolicy wierzchołka karbu, co powoduje osłabienie konstrukcji i znaczące zmniejszenie jej żywotności (rys. 1.13). W pracy [42] autorzy

przeanalizowali wpływ pojawiających się naprężeń wstępnych, występujących w okolicy wierzchołka karbu na trwałość zmęczeniową łopatki. Analizowana była łopatka sprężarki silnika PZL-10W wykonana ze stopu EI-961. W efekcie przeprowadzonych analiz autorzy stwierdzili, że spiętrzenia naprężeń pojawiające się w miejscach uszkodzeń po zderzeniach z twardymi obiektami znacząco wpływają na trwałość zmęczeniową łopatki, co spowodowane jest m.in. umocnieniem materiału oraz działaniem naprężeń ściskających w obszarze wierzchołka karbu.



Rysunek 1.13. Uszkodzenia 6 stopnia sprężarki wysokiego ciśnienia silnika V2533 (z lewej: wieniec wirnikowy, z prawej: wieniec kierownic) [41]

Przyczyną pęknięć zmęczeniowych łopatek może być także korozja międzykrystaliczna i tzw. fretting. Wżery korozyjne powstałe w wyniku eksploatacji silnika turbinowego, np. w środowisku morskim, tworzą lokalne miejsca spiętrzenia naprężeń, czego skutkiem może być urwanie łopatki i w konsekwencji zniszczenie zespołu napędowego [43]. Fretting natomiast występuje w zamkach stanowiących mocowanie łopatek do tarcz nośnych wirników (rys. 1.14). Powoduje on zużywanie i niszczenie warstwy wierzchniej, które zależy przede wszystkim od wielkości naprężeń kontaktowych występujących na powierzchniach współpracujących ze sobą [44; 45].



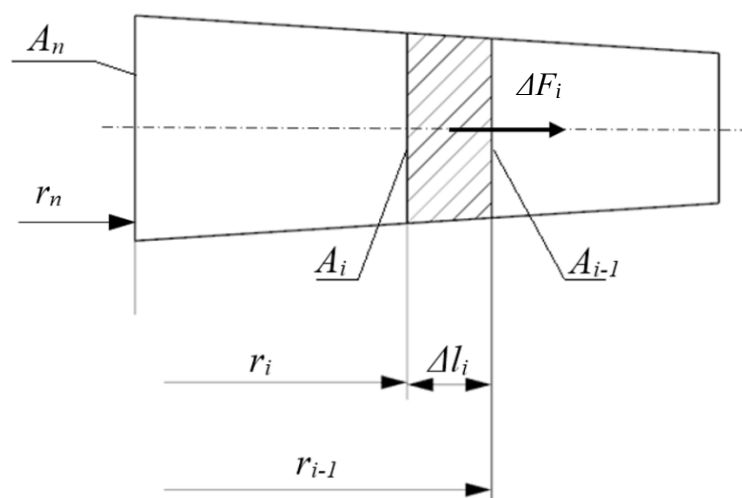
Rysunek 1.14. Fretting na krawędzi kontaktowej zainicjował pęknięcie łopatki I stopnia sprężarki wysokiego ciśnienia w rejonie zamka [45]

1.4. Obliczenia analityczne podzespołów stopnia wirnikowego sprężarki

Obliczeniom wytrzymałościowym w stopniu wirnikowym podlegają, zarówno łopatki wirnikowe, jak i elementy nośne. Łopatki wirnikowe w konstrukcjach klasycznych, składają się zasadniczo z dwóch części: części roboczej zwanej piórem, mającej w przekroju kształt profilu aerodynamicznego oraz zamka [1]. Część robocza łopatki ma na ogół zmienne, co do wielkości i kształtu, pole przekroju wzdłuż długości pióra oraz ze względów przepływowych, często ma także zmienny kąt natarcia profili tworzących pióro.

Obliczenia wytrzymałościowe piór łopatek obejmują przypadki rozciągania i zginania od sił aerodynamicznych wywoływanych przez przepływający czynnik roboczy oraz rozciąganie i zginanie od sił odśrodkowych. W przypadku skręcania, obliczenia często pomija się, ze względu na stosunkowo małe naprężenia styczne. Dodatkowo, w przypadku sprężarek o dużych sprężach, przyrost temperatury powietrza w sprężarce może wynosić około 400 K, a przy bardzo dużych prędkościach lotu nawet 1000 K. Jednak, ze względu na stosowane współcześnie materiały, np. stopy niklu, wpływ temperatury na wytrzymałość łopatek niejednokrotnie można pominąć [1; 2; 16].

Do wyznaczenia rozkładu naprężeń w łopatce, o dowolnie zmiennym przekroju poprzecznym wzdłuż długości wykorzystać można metodę analityczną podziału części roboczej łopatki na liczbę n odcinków, gdzie dla kolejnych pól przekrojów elementu o długości Δl_i , na początku oblicza się wartości sił odśrodkowych (rys. 1.15) [16].



Rysunek 1.15. Element łopatki z wydzielonym odcinkiem obliczeniowym o długości Δl_i

Siła odśrodkowa działająca na element Δl_i jest równa:

$$\Delta F_i = \rho A_i' \omega^2 r_i' \Delta l_i, \quad (1.9)$$

gdzie: ρ – gęstość materiału, ω – prędkość kątowna wirowania, $A_i' = \frac{1}{2}(A_i + A_{i-1})$ – średnie pola przekrojów, $r_i' = \frac{1}{2}(r_{i-1} + r_i)$ – średnie odległości między elementami.

Siła odśrodkowa działająca w przekroju A_n wynosi:

$$F_n = \rho \omega^2 \sum_{i=0}^n A_i' r_i' \Delta l_i \quad (1.10)$$

Po uwzględnieniu powyższych związków wyrażenie na siłę odśrodkową F_n przyjmie postać:

$$F_n = \frac{1}{4} \rho \omega^2 \sum_{i=0}^n (A_i + A_{i-1})(r_{i-1}^2 - r_i^2) \quad (1.11)$$

Naprężenia w przekroju odległym o r_n od osi obrotu wynoszą:

$$\sigma_{rn} = \frac{F_n}{A_n} \quad (1.12)$$

Wydłużenie sprężyste elementu o długości Δl_i jest równe:

$$\Delta(\Delta l_i) = \frac{\sigma_{ri} + \sigma_{ri-1}}{2E_i} \Delta l_i \quad (1.13)$$

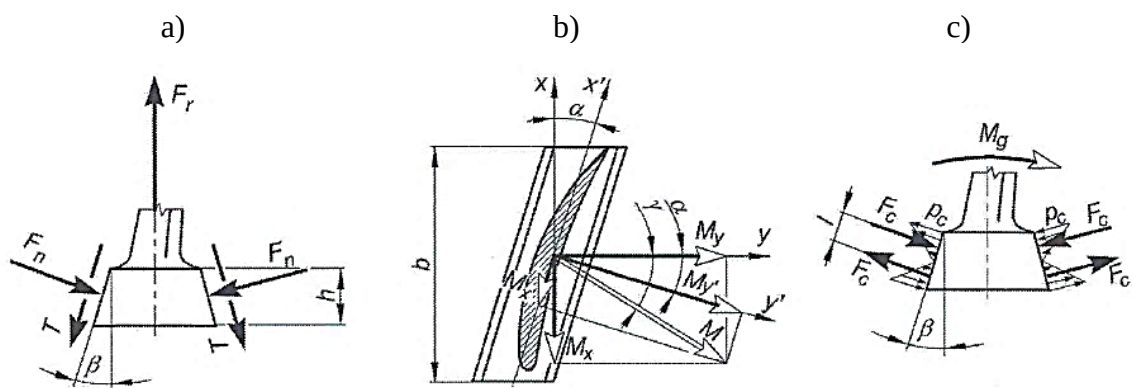
Wydłużenie całkowite wynosi zaś:

$$\Delta l = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^m (\sigma_{ri} + \sigma_{ri-1}) \frac{\Delta l_i}{E_i}, \quad (1.14)$$

gdzie m to liczba odcinków podziału łopatki.

Na wartości naprężeń rozciągających w łopatkach wirnikowych istotny wpływ mają siły odśrodkowe. Wartości naprężeń są zmienne wzdłuż pióra łopatki, a ich maksymalne wartości mogą występować u podstawy pióra łopatki, w obszarze przejścia między piórem a zamkiem łopatki.

Zamki, stosowane w klasycznych konstrukcjach sprężarek osiowych służą, do mocowania łopatki w elemencie nośnym wirnika i są to głównie zamki trapezowe. Zamki te mają przekrój zbliżony do trapezu równoramiennego i są mocowane w wycięciach wykonanych równolegle bądź skośnie do osi obrotu wirnika lub wytoczonych obwodowo. Główne obciążenia zamka stanowią siły odśrodkowe działające na masę części łopatki znajdującej się powyżej zamka (powodują one rozciąganie zamka i docisk powierzchni współpracujących zamka i wieńca elementu nośnego) oraz siły aerodynamiczne działające na pióro łopatki, powodujące zginanie i skręcanie zamka (rys. 1.16) [1]. Obliczenia wytrzymałościowe zamka obejmują wyznaczanie wartości nacisków powierzchniowych, naprężeń normalnych od rozciągania i zginania oraz naprężeń stycznych.



Rysunek 1.16. Siły (a), momenty (b) i naciski powierzchniowe (c) działające na zamek trapezowy mocowany skośnie do osi obrotu [1]

Na powierzchniach bocznych zamka trapezowego, w wyniku działania na łopatkę siły odśrodkowej, występują siły normalne F_n i siły tarcia T (rys. 1.16a), które można wyrazić zależnościami (1.15) i (1.16):

$$F_n = \frac{F_r}{2(\sin\beta + \mu\cos\beta)}, \quad (1.15)$$

$$T = \mu F_n, \quad (1.16)$$

gdzie F_r jest całkowitą siłą odśrodkową działającą na łopatkę, a μ jest współczynnikiem tarcia, przyjmowanym w granicach $0,15 \div 0,2$ [1; 16].

Naciski powierzchniowe na styku zamka i wcięcia w elemencie nośnym wynoszą:

$$p_n = \frac{F_n \cos\beta}{bh} \quad (1.17)$$

Na zamek działają dodatkowo momenty gnące od sił odśrodkowych i aerodynamicznych, których wektory skierowane są odpowiednio wzdłuż osi x i y (rys. 1.16b). Wywołują one moment wypadkowy określony zależnością:

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} \quad (1.18)$$

Moment ten, po rzutowaniu na oś y' prostopadłą do osi podłużnej zamka (rys. 1.17), wywołuje dodatkowe naciski między powierzchniami styku. Wyznaczyć je można, przy założeniu, że zmieniają się liniowo, z zależności:

$$p_c = \frac{3M_{y'} \cos^2\beta}{bh^2} \quad (1.19)$$

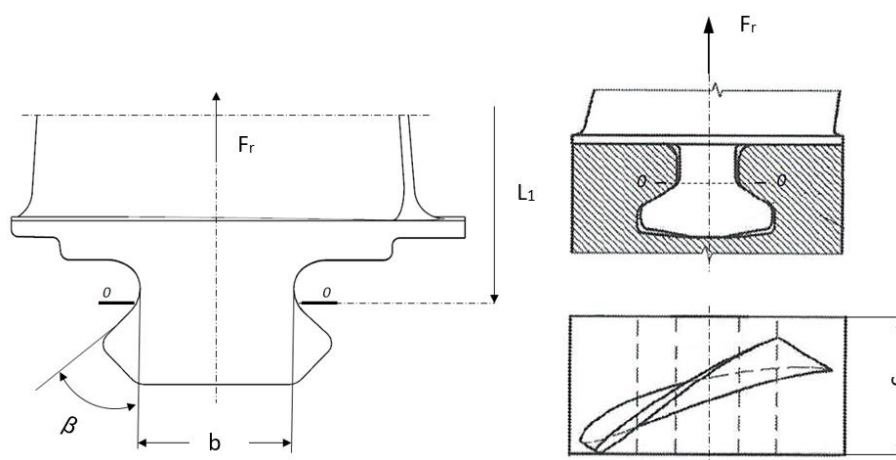
Sumaryczne naciski powierzchniowe, uwzględniając zależności (1.17) i (1.19), wynoszą:

$$p = \frac{\cos\beta}{bh} \left(F_n + \frac{3M_{y'} \cos\beta}{h} \right) \quad (1.20)$$

W przypadku zamków trapezowych mocowanych obwodowo (rys. 1.3d), największa siła rozciągająca działa w przekroju 0-0 (rys. 1.17). Maksymalne naprężenia rozciągające w tym przekroju wynoszą wówczas:

$$\sigma_r = \frac{F_r}{bc}, \quad (1.21)$$

gdzie F_r jest siłą odśrodkową pochodzącą od masy części łopatki znajdującej się powyżej rozpatrywanego przekroju. Naciski między powierzchniami zamka a powierzchniami wcięcia elemencie nośnym oblicza się analogicznie, jak w przedstawionym powyżej sposobie obliczeń zamka trapezowego.



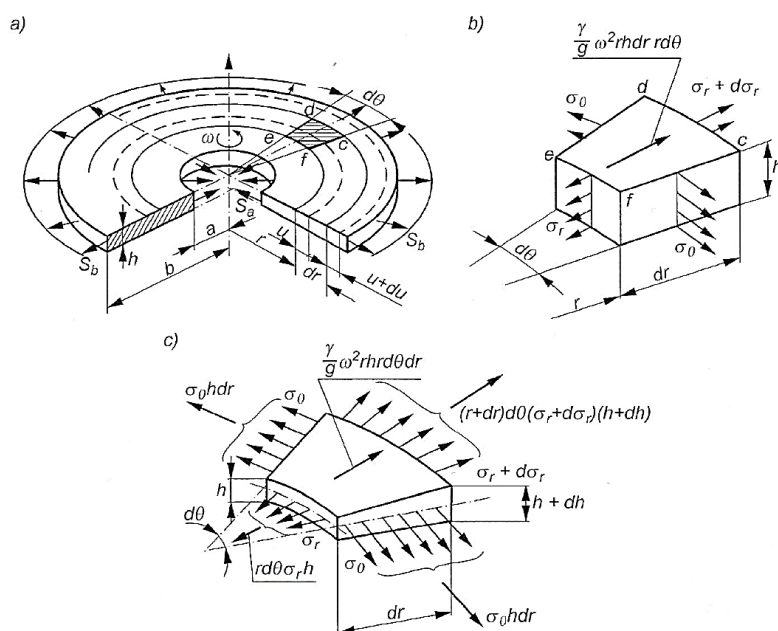
Rysunek 1.17. Schemat zamka trapezowego mocowanego obwodowo

Tarcze nośne są jednym z najważniejszych podzespołów maszyn wirnikowych. Pełnią rolę głównego elementu wytrzymałościowego, który przejmuje siły pochodzące od wirujących łopatek. Podstawowymi obciążeniami zewnętrznymi uwzględnianymi przy projektowaniu i obliczaniu tarcz maszyn wirnikowych są: własne siły masowe od wirowania, siły masowe od łopatek rozmieszczonych na obwodzie oraz obciążenia cieplne wynikające ze zmiennej wzdłuż promienia temperatury (uwzględniane głównie w turbinach). Wymienione rodzaje obciążeń są osiowosymetryczne, bądź do takich zbliżone, i tak rozłożone, że (podczas pracy silnika na zakresie ustalonym) powodują równomierny, bądź bliski równomiernemu, rozkład naprężeń wzdłuż grubości. Obciążenia od naporu czynnika gazowego na łopatki i boczne powierzchnie tarczy, powodujące zginanie tarczy oraz nierównomierny rozkład temperatury wzdłuż grubości, są niewielkie i mogą zostać pominięte w analizie [16; 46].

Szczegółowy i przejrzysty opis analitycznych metod obliczeniowych tarcz wirnikowych o stałej i zmiennej grubości umożliwiających wyznaczenie naprężeń

i odkształceń przedstawiony jest w pracach: J. Lipki pt. *Wytrzymałość maszyn wirnikowych* (1967) i Z. Dźygadła i in. pt. *Zespoły wirnikowe silników turbinowych* (1982). Metodykę wyznaczania naprężeń promieniowych, obwodowych i zredukowanych dla tarcz nośnych opisano w [16; 46]. Metodyka ta pozwala wyznaczyć najważniejsze zależności dla tarczy o zmiennej i stałej grubości, nienagrzanej i nagrzanej nierównomiernie.

Wirująca tarcza wirnikowa o dowolnie zmiennej wzdłuż promienia grubości, obciążona osiowosymetrycznie ze zmiennym wzdłuż promienia rozkładem temperatury, rozpatrywana w układzie współrzędnych biegunowych r, θ, z może być traktowana jako ustrój pozostający w płaskim stanie naprężenia [46]. Wszystkie naprężenia, odkształcenia i przemieszczenia są funkcjami promienia tarczy r . Dodatkowo, osiowa symetria i obciążenia powodują, że składowe naprężeń $\sigma_z = \tau_{rz} = \tau_{\theta z} = \tau_{r\theta} = 0$, a σ_r i σ_θ są naprężeniami głównymi (rys. 1.18).



Rysunek 1.18. Tarcza wirnikowa o stałej i zmiennej grubości [46]

Związki między przemieszczeniem a odkształceniem, dla każdego zagadnienia osiowosymetrycznego mają postać:

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{u}{r}. \quad (1.22)$$

Równanie równowagi myślowo wyciętego elementu tarczy (rys. 1.18) można opisać zależnością:

$$\frac{d(\sigma_r r)}{dr} - \sigma_\theta + \rho \omega^2 r^2 = 0, \quad (1.23)$$

gdzie $\rho = \frac{\gamma}{g}$ – gęstość, ω – prędkość kątowna wirowania.

Po uwzględnieniu zależności (1.15) w prawie Hooke’a dla płaskiego stanu naprężenia, σ_r i σ_θ przyjmują postać:

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{du}{dr} + \nu \frac{u}{r} \right), \quad (1.24a)$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{u}{r} + \nu \frac{du}{dr} \right), \quad (1.24b)$$

Po wstawieniu (1.24) do równania (1.23) otrzymuje się równanie różniczkowe zwyczajne drugiego rzędu (1.25). Po dwukrotnym całkowaniu uzyskuje się zależność na przemieszczenia promieniowe w funkcji promienia tarczy r (1.26).

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} + \frac{1-\nu^2}{E} \rho \omega^2 r^2 = 0 \quad (1.25)$$

$$u = C_1 r + \frac{C_2}{r} - \frac{1-\nu^2}{8E} \rho \omega^2 r^3 \quad (1.26)$$

Wielkości $C_1[-]$ i $C_2[m^2]$ to stałe całkowania, które określone są na podstawie warunków brzegowych, wynikających ze sposobu zamocowania i zadanego obciążenia. Wstawienie warunków brzegowych do równania (1.26) pozwala w rezultacie na określenie kolejno: przemieszczeń (1.26), odkształceń (1.22) i naprężeń (1.24). Następnie, w dowolnym miejscu tarczy można wyznaczyć wartość naprężeń zredukowanych według hipotezy Hubera – Misesa – Hencky’ego (HMH) z poniższej zależności:

$$\sigma_{zrHMH} = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_\theta^2 - \sigma_r \sigma_\theta}, \quad (1.27)$$

i sprawdzić warunek wytrzymałości:

$$(\sigma_{zrHMH})_{max} \leq k_r, \quad (1.28),$$

gdzie: σ_r – naprężenia promieniowe, σ_u – naprężenia obwodowe, k_r – naprężenia dopuszczalne.

W przypadku tarcz o zmiennej grubości, nierównomiernie nagranych wzdłuż promienia, wzór rozszerzony jest o dodatkowy człon związany z temperaturą:

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\nu^2} \left[\frac{du}{dr} + \nu \frac{u}{r} - (1-\nu)\alpha T \right], \quad (1.29a)$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{1-\nu^2} \left[\frac{u}{r} + \nu \frac{du}{dr} - (1-\nu)\alpha T \right], \quad (1.29b)$$

gdzie T jest przyrostem temperatury: $T = T_r - T_0$, a α – współczynnikiem rozszerzalności cieplnej, który ze względu na założoną izentropowość cieplną materiału, jest stały i niezależny od kierunku wydłużenia cieplnego.

Równanie różniczkowe (1.25) po uwzględnieniu zależności (1.29) przyjmuje natomiast postać:

$$\begin{aligned} \frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} \left[r \left(\frac{1}{h} \frac{dh}{dr} + \frac{1}{E} \frac{dE}{dr} \right) + 1 \right] - \frac{u}{r^2} \left[1 - \nu r \left(\frac{1}{h} \frac{dh}{dr} + \frac{1}{E} \frac{dE}{dr} \right) \right] = \\ = - \frac{1-\nu^2}{E} \rho \omega^2 r + (1+\nu)(\alpha T) \left[\frac{1}{h} \frac{dh}{dr} + \frac{1}{E} \frac{dE}{dr} + \frac{1}{\alpha T} \frac{d(\alpha T)}{dr} \right], \end{aligned} \quad (1.30)$$

Równanie (1.30) jest rozwiązywalne analitycznie tylko dla kilku przypadków szczególnych, m.in. tarcz stopniowych, tarcz nieogranych o grubości zmiennej: liniowo, eksponentalnie i hiperbolicznie oraz tarcz o stałej grubości słabo nagranych. Przykładem tej ostatniej może być tarcza sprężarki osiowej, dla której przyjęto, że zmiany temperatury wzdłuż promienia są na tyle niewielkie, że nie wpływają na stałe materiałowe, co oznacza, że α , h , E są stałe w ich całym obszarze. Równanie (1.30) upraszcza się wówczas do postaci:

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} = - \frac{1-\nu^2}{E} \rho \omega^2 r + (1+\nu) \alpha \frac{dT}{dr}, \quad (1.31)$$

a rozwiązaniem jest:

$$u = C_1 r + \frac{C_2}{r} - \frac{1-\nu^2}{8E} \rho \omega^2 r^3 + \frac{1+\nu}{r} \alpha \int T r dr, \quad (1.32)$$

gdzie T jest znaną funkcją r , a C_1 i C_2 określa się z warunków na brzegu tarczy i na obwodzie zewnętrznym.

W przypadkach, w których nie można uzyskać ścisłego rozwiązania, stosowane są metody przybliżone, takie jak, np. metoda różnic skończonych i tarcz stopniowych (dawniej), obecnie metoda elementów skończonych (MES).

1.5. Metody numeryczne w analizie podzespołów sprężarek osiowych

Zdecydowana większość zagadnień wytrzymałościowych ma bardzo złożoną strukturę opisu matematycznego, co utrudnia, a nawet uniemożliwia, prowadzenie ich analizy z wykorzystaniem metod analitycznych. Zastosowanie znajdują tu metody numeryczne. Nie istnieje jednak uniwersalna metoda numeryczna, więc każdy przypadek obliczeniowy należy rozpatrywać indywidualnie.

Obecnie do najpopularniejszych metod zalicza się: metodę elementów skończonych (MES) [47; 48], metodę elementów brzegowych (MEB) [49; 50] oraz metodę objętości skończonych (MOS) [51; 52], przy czym ta ostatnia jest alternatywą dla metody MES dla mechaniki płynów. Elementem wspólnym wymienionych metod jest poszukiwanie wartości niewiadomych funkcji w dyskretnym zbiorze punktów zwanych

węzłami. Różni je natomiast wielkość dyskretyzowanego obszaru oraz rodzaj generowanych macierzy sztywności.

Ze względu na łatwość implementacji i szeroki wachlarz problemów, dla których uzyskuje się akceptowalne wyniki, to głównie MES stał się podstawowym narzędziem w numerycznej analizie złożonych problemów strukturalnych. Metoda ta jest obecnie zaimplementowana w wielu dostępnych oprogramowaniach komercyjnych, m.in. ANSYS, MSC Software, ABAQUS i in., które poprzez łatwą integrację z niezależnymi pakietami komputerowego wspomaganie i projektowania (CAD), pomagają w automatyzacji całego procesu projektowania [53].

Metoda elementów skończonych (MES), powstała w latach 50. XX wieku, opiera się na podziale analizowanego obszaru na małe podobszary nazywane elementami skończonymi. W zasadzie od początku lat 80., metoda ta jest szeroko wykorzystywana w praktyce inżynierskiej przy analizie m.in. pól naprężeń, odkształceń i przemieszczeń, pól elektrycznych, magnetycznych, termicznych, a także pól sprzężonych [46].

Metoda elementów skończonych może mieć reprezentację przemieszczeniową, gdy poszukiwane są wielkości geometryczne lub naprężeniową, w przypadku niewiadomych statycznych. Dla przypadku niewiadomych obu typów, mówi się o reprezentacji hybrydowej. Ponadto, MES może występować w różnych ujęciach, m.in. ujęciu energetycznym albo wariacyjnym, gdzie podstawowe równania wynikają wówczas z zasady minimum funkcjonału lub ujęciu bazującym na zasadzie prac wirtualnych [54].

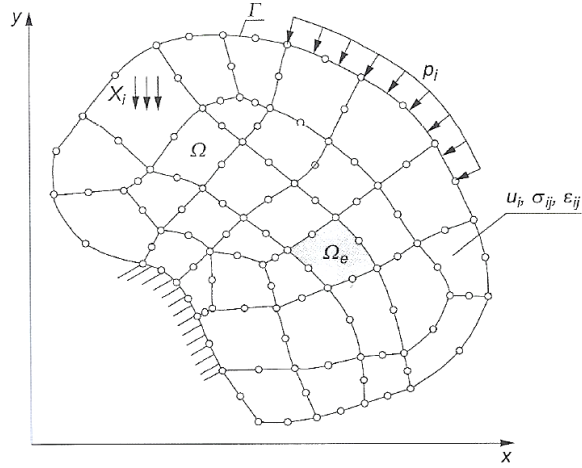
Poniżej przytoczono najważniejsze uogólnione sformułowania i zależności metody elementów skończonych dla zagadnień sprężystych, mających swoje zastosowanie w statycznej analizie elementów i zespołów maszyn wirnikowych, zaczerpnięte z pozycji literaturowych [46; 55].

Całkowita energia potencjalna ciała sprężystego określana jest zależnością:

$$V = U - W_z = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} d\Omega - \int_{\Omega} X_i u_i d\Omega - \int_{\Gamma} p_i u_i d\Gamma, \quad (1.33)$$

gdzie (rys. 1.19): Ω – obszar zajmowany przez ciało, Γ – brzeg obszaru, σ_{ij} – tensor stanu naprężenia, ε_{ij} – tensor stanu odkształcenia, u_i – pole przemieszczeń, p_i – obciążenie brzegowe, X_i – siły objętościowe.

W równaniu (1.33) pierwszy człon przedstawia energię potencjalną odkształcenia sprężystego ciała U , a drugi natomiast pracę sił zewnętrznych W_z .



Rysunek 1.19. Podział dwuwymiarowego obszaru analizy na elementy skończone [46]

Związek pomiędzy stanem odkształcenia a polem przemieszczeń można wyrazić zależnością:

$$\{\varepsilon(x, y, z)\} = [\mathbf{R}]\{u(x, y, z)\}, \quad (1.34)$$

gdzie: $\{\varepsilon\}$ – wektor składowych stanu odkształcenia, $\{u\}$ – wektor przemieszczeń, $[\mathbf{R}]$ – macierz operatorów różniczkowych.

W przypadku trójwymiarowym:

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix}, \quad \{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix}, \quad [\mathbf{R}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix}, \quad \{u\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \quad (1.35)$$

Natomiast w przypadku dwuwymiarowym:

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}, \quad \{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}, \quad [\mathbf{R}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix}, \quad \{u\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} \quad (1.36)$$

Związek między stanem naprężenia a stanem odkształcenia wyraża prawo Hooke'a, które zapisane w postaci macierzowej przyjmuje postać:

$$\{\sigma\} = [\mathbf{D}]\{\varepsilon\}, \quad (1.37)$$

gdzie $[\mathbf{D}]$ jest macierzą stałych sprężystych (materiałowych) i dla stanu trójwymiarowego można ją zapisać w postaci:

$$[D] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (1.38)$$

Dla płaskiego stanu naprężenia ($\sigma_z = 0, \tau_{yz} = 0, \tau_{zx} = 0$) upraszcza się ona do postaci:

$$[D] = \frac{E}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}, \quad (1.39)$$

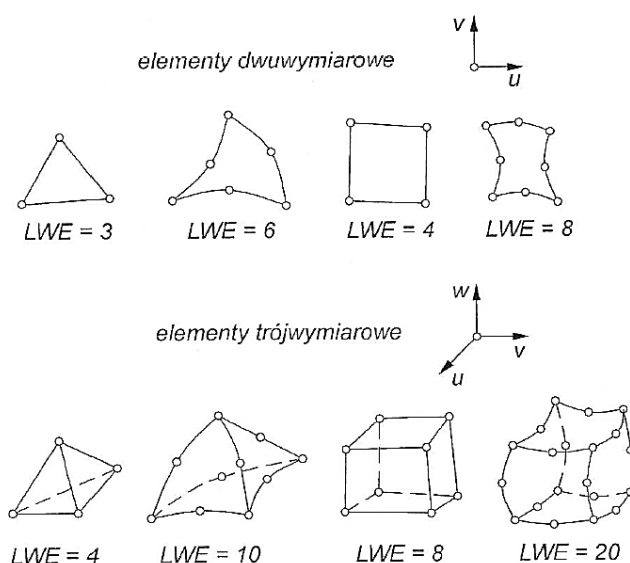
a dla płaskiego stanu odkształcenia ($\varepsilon_z = 0, \gamma_{yz} = 0, \gamma_{zx} = 0$) przyjmuje formę:

$$[D] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix}, \quad (1.40)$$

W metodzie elementów skończonych pole przemieszczeń jest aproksymowane za pomocą zbioru funkcji ciągłych określonych w skończonej liczbie podobszarów Ω_i , na jakie dzielony jest analizowany obszar Ω (rys. 1.19):

$$\Omega = \cup_{i=1}^{LE} \Omega_i, \quad \Omega_i \cap \Omega_j = 0; \quad i \neq j \quad (1.41)$$

Element skończony zależnie od potrzeb może przyjmować różne kształty i zawierać różne liczby węzłów (rys. 1.20).



Rysunek 1.20. Wybrane elementy skończone dla zagadnień dwu- i trójwymiarowych [46]
(LWE – liczba węzłów elementu)

Kształt elementu określony jest przez węzły i odpowiednie funkcje interpolacyjne. Elementy, które na krawędziach mają więcej niż dwa węzły, dają możliwość lepszego odwzorowania krzywoliniowego brzegu ciała i dokładniejszej aproksymacji (wielomianem wyższego rzędu) pola przemieszczeń wewnątrz elementu, co pozwala na uzyskanie dokładniejszych rozwiązań. Dla porównania, w przypadku węzłów tylko na końcach, składowe wektora przemieszczenia zmieniają się wzdłuż krawędzi liniowo, a odkształcenia i naprężenia pozostają stałe, natomiast dla 3 węzłów na krawędzi, składowe wektora przemieszczenia są już funkcjami kwadratowymi, a odkształcenia i naprężenia funkcjami liniowymi [56].

Poszukiwane pola przemieszczeń wewnątrz elementu skończonego opisywane są za pomocą znanych funkcji kształtu i wartości przemieszczeń w węzłach elementu:

$$\{u\} = [N(x, y, z)]\{q\}_e, \quad (1.42)$$

gdzie $\{q\}_e$ jest wektorem przemieszczeń węzłowych, a $[N]$ macierzą funkcji kształtu.

Funkcje kształtu występujące w macierzy $[N]$ są zazwyczaj wielomianami definiowanymi w lokalnych układach współrzędnych, związanych z węzłami elementu. Dyskretyzacja obszaru i założone funkcje kształtu umożliwiają określenie przemieszczeń, stanu odkształcenia i stanu naprężenia w każdym elemencie, jako funkcji współrzędnych x, y, z i przemieszczeń węzłowych $\{q\}_e$:

$$\{u\} = [N]\{q\}_e, \quad (1.43)$$

$$\{\varepsilon\} = [R]\{u\} = [R][N]\{q\}_e = [B]\{q\}_e, \quad (1.44)$$

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} = [D][B]\{q\}_e \quad (1.45)$$

Energię sprężystą zgromadzoną w elemencie skończonym można zatem wyznaczyć z następującej zależności:

$$U_e = \frac{1}{2} \int_{\Omega_e} [\varepsilon]\{\sigma\} d\Omega_e \quad (1.46)$$

Po uwzględnieniu zależności (1.43–1.44) i po przekształceniach przyjmuje ona postać:

$$U_e = \frac{1}{2} \int_{\Omega_e} [q]_e [B]^T [D] [B] \{q\}_e d\Omega_e, \quad (1.47)$$

$$U_e = \frac{1}{2} [q]_e [k]_e \{q\}_e, \quad (1.48)$$

gdzie macierz $[k]_e$ jest macierzą sztywności elementu skończonego, który można zapisać jako:

$$[k]_e = \int_{\Omega_e} [B]^T [D] [B] d\Omega_e = \int_{\Omega_e} [B^*] d\Omega_e \quad (1.49)$$

Macierz sztywności jest symetryczną macierzą kwadratową o wymiarze odpowiadającym liczbie stopni swobody elementu. Wartości współczynników k_{ij} macierzy sztywności zależą od:

- liczby i położenia węzłów,
- funkcji kształtu,
- własności materiałowych.

Energia odkształcenia sprężystego może być obliczona jako suma energii odkształcenia dla poszczególnych elementów. Można ją przedstawić jako funkcję przemieszczeń węzłowych całego ciała:

$$U = \frac{1}{2} \underset{1 \times n}{[q]} \underset{n \times n}{[K]} \underset{n \times 1}{\{q\}}, \quad (1.50)$$

gdzie n to liczba stopni swobody całego modelu, macierz $[K]$ jest macierzą sztywności modelu, a wektor $\{q\}$ jest wektorem przemieszczeń węzłowych modelu.

Model dyskretny MES wymaga ponadto zastąpienia wszystkich obciążeń ciągłych (powierzchniowych, objętościowych) przez równoważne siły węzłowe, które wynikają z porównania pracy tych obciążeń na dowolnych przemieszczeniach dopuszczalnych z pracą zastępczych sił węzłowych na odpowiednich przemieszczeniach węzłowych. Otrzymuje się wówczas tak zwane kinematyczne równoważne siły węzłowe dla każdego elementu. Przyjmując, że praca dla obciążeń objętościowych $[X] = [X_1, X_2, X_3]$ w obszarze elementu jest równa:

$$W_{ze}^x = \int_{\Omega_e} [X] \{u\} d\Omega_e = \int_{\Omega_e} [X] [N] \{q\}_e d\Omega_e = [F^x]_e \{q\}_e \quad (1.51)$$

to wektor sił węzłowych dla obciążeń X_i wynosi:

$$[F^x]_e = \int_{\Omega_e} [X] [N] d\Omega_e \quad (1.52)$$

W przypadku równoważnych sił węzłowych od obciążeń powierzchniowych, praca w obszarze elementu będzie równa:

$$W_{ze}^p = \int_{\Gamma_e^p} [p] \{u\} d\Gamma_e^p = \int_{\Gamma_e^p} [p] [N] \{q\}_e d\Gamma_e^p = [F^p]_e \{q\}_e, \quad (1.53)$$

a wektor sił wynosi:

$$[F^p]_e = \int_{\Gamma_e^p} [p] [N] d\Gamma_e^p \quad (1.54)$$

W powyższych zależnościach Γ_e^p to fragment brzegu elementu, który jest częścią analizowanego obszaru z obciążeniem p .

Po uwzględnieniu globalnego wektora sił węzłowych $\{F\}$, którego wymiar odpowiada liczbie stopni swobody modelu n oraz zależności na energię odkształcenia sprężystego (1.50), wzór (1.33) przyjmie postać:

$$V = U - W_z = \frac{1}{2} \underset{1 \times n}{[q]} \underset{n \times n}{[K]} \underset{n \times 1}{\{q\}} - \underset{1 \times n}{[q]} \underset{n \times 1}{\{F\}}, \quad (1.55)$$

gdzie $[K]$ jest globalną macierzą sztywności modelu.

Warunek minimum całkowitej energii potencjalnej prowadzi do układu równań:

$$[K]\{q\} = \{F\} \quad (1.56)$$

Macierz $[K]$ jest macierzą pasmową. Po rozwiązaniu układu równań (1.56) otrzymuje się wartości przemieszczeń węzłowych $\{q\}$. Za pomocą znanych wartości węzłowych i określonych funkcji kształtu $[N(x, y, z)]$ wyznacza się wartości odkształceń i naprężeń w konstrukcji.

1.6. Aktualny stan zagadnienia

Analiza strukturalna oparta na metodzie elementów skończonych, z początkiem lat 70. XX wieku, stała się jedną z głównych metod do przybliżonego określania charakterystyk wytrzymałościowych i dynamicznych elementów zespołów wirnikowych turbinowych silników odrzutowych [57; 58; 59]. Były to także początki stosowania MES w optymalizacji konstrukcji [60; 61] stopni wirnikowych sprężarek i turbin.

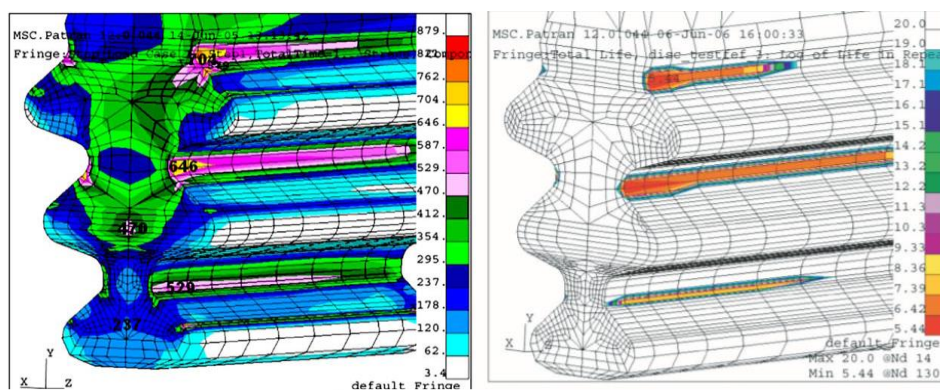
Obecnie metody numeryczne znajdują bardzo szerokie zastosowanie w projektowaniu i analizie elementów zespołów wirnikowych. Wykorzystywane są do rozwiązywania m.in.: problemów wytrzymałościowych [53; 55; 62; 63; 64; 65; 66; 67; 68; 69] oraz [70; 71; 72], dynamicznych, w tym głównie do analizy drgań tarcz i łopatek [31; 73; 74; 75; 76; 77; 78; 79; 80], do analiz trwałości zmęczeniowej elementów sprężarek i turbin [43; 45; 81; 82; 83; 84; 85; 86], optymalizacji [63; 87; 88; 89; 90; 91; 92; 93], a także projektowania i analizy przepływu przez palisady [87; 94; 95; 96; 97; 98; 99; 100; 101].

Jednym z najwcześniejszych przykładów wykorzystania metody elementów skończonych w analizie łopatki stopnia wirnikowego sprężarki jest praca [58], w której przedstawiono wyniki obliczeń dotyczących naprężeń, częstotliwości i postaci modalnych drgań wirującej łopatki sprężarki. Uzyskano dobrą korelację wyników numerycznych i eksperymentalnych w przypadku pierwszych dziesięciu częstotliwości i pierwszych pięciu postaci drgań [58]. Podobnie w pracy [59], MES zastosowano do wyznaczenia

naprężeń i odkształceń w piórze łopatki wirnikowej wstępnie skręconej. Przeprowadzono obszerną analizę dla piór wstępnie skręconych i stożkowych. Stwierdzono, że naprężenia zwiększają się wraz z kątami wstępnego skręcenia dla danego stosunku grubości do szerokości pióra, stosunku długości do szerokości i kąta skosu pióra łopatki, dlatego wartość kąta wstępnego skręcenia musi być ograniczony do minimum, aby osiągnąć maksymalną sprawność i minimalny poziom naprężeń.

Wiele prac zostało poświęconych zastosowaniu metod numerycznych i dyskretyzacji w analizie głównych elementów stopnia wirnikowego. Witek [81; 82] przedstawił wyniki numerycznej analizy wytrzymałościowej łopatki turbiny z uwzględnieniem jednocześnie działających obciążeń: od sił aerodynamicznych, prędkości obrotowej i temperatury. Na podstawie wyników analizy, wskazał krytyczne obszary naprężeń, które mogły przyczynić się do omówionej w artykule awarii tarczy turbiny [81]. Ponadto, wykonane obliczenia posłużyły mu do analizy trwałości zmęczeniowej turbiny silnika pracującego w warunkach zmęczenia niskocyklowego.

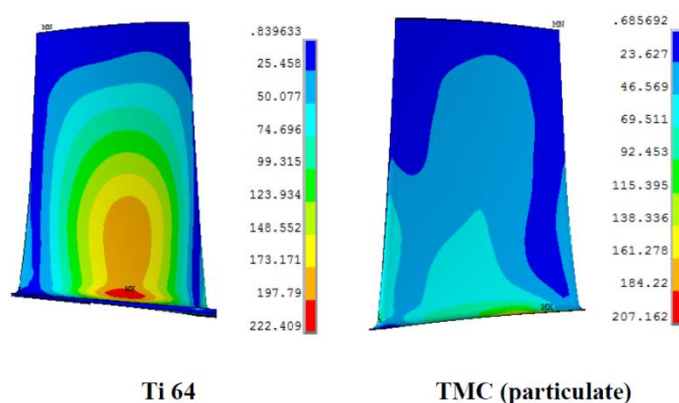
Przeprowadzone badania wykazały, że krytyczną strefą w analizowanej turbinie jest powierzchnia połączenia wielotrapezowego (jodełkowego) stosowanego do mechanicznego zespolenia tarczy i łopatki (rys. 1.21), a najbardziej newralgiczną częścią jest pierwszy slot połączenia jodełkowego [82].



Rysunek 1.21. Rozkład naprężeń zredukowanych według hipotezy Hubera – Misesa – Hencky’ego i wyniki analizy zmęczeniowej S-N dla zamka łopatki turbiny [81; 82]

W pracy [68] przedstawiono natomiast wyniki symulacji numerycznych dla łopatki sprężarki silnika turbinowego wykonanej ze stopu tytanu przy założeniu podwyższonej temperatury pracy. W artykule [102] wykonano, zaś analizę naprężeń, maksymalnych przemieszczeń i częstotliwości drgań własnych łopatki wirnika sprężarki dla dwóch różnych materiałów: stopu tytanu i kompozytu o osnowie metalowej (TMC).

Rozkład naprężeń zredukowanych przedstawia rysunek 1.22. Stwierdzono, że łopatki TMC mają mniejszą masę, mniejsze maksymalne przemieszczenie promieniowe końcówki pióra, większą wytrzymałość, większą sztywność i wyższą częstotliwość własną oraz, że zarówno metalowe, jak i kompozytowe łopaty wirnika są bezpieczne w warunkach obciążenia statycznego [102].



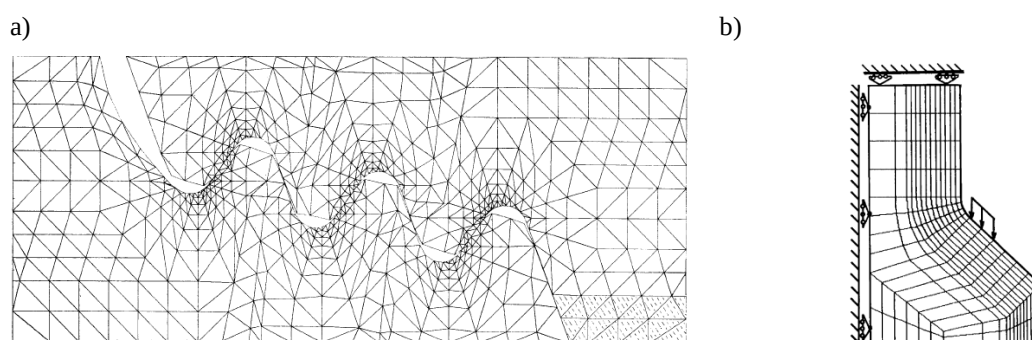
Rysunek 1.22. Rozkład naprężeń zredukowanych dla łopatki ze stopu tytanu (Ti 64) oraz kompozytu (TMC) [102]

Metoda elementów skończonych była także szeroko stosowana w pracach profesorów Dzygadły [103] i Nowotarskiego [55; 104; 105; 106; 107] do statycznej i dynamicznej analizy elementów, zespołów i całych konstrukcji maszyn wirnikowych, w tym turbinowych silników lotniczych [55].

Metodę elementów skończonych, w swoich pracach zastosowali także Szczepanik i in. [77; 78; 108] do wykonania numerycznej analizy dynamicznej łopatek wirnikowych wentylatora, sprężarki i turbiny turbinowego silnika lotniczego. Wykonane analizy umożliwiły identyfikację postaci drgań łopatek wirnikowych o różnych konstrukcjach i długościach piór [108].

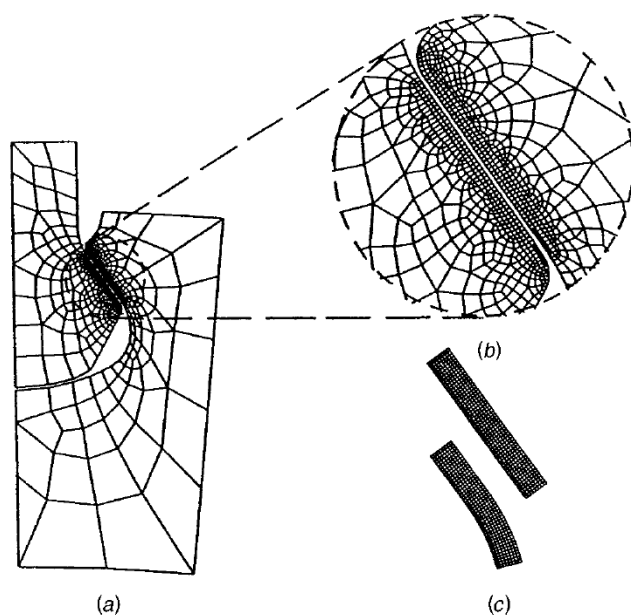
W konstrukcji stopni wirnikowych zarówno sprężarek jak i turbin, newralgicznym obszarem jest połączenie łopatki z elementem nośnym. Ze względu na złożoność geometrii i warunków obciążenia, analiza oparta na metodzie elementów skończonych jest kluczowym narzędziem w badaniu stanu naprężeń w takich połączeniach. Jednym z najwcześniejszych przykładów wykorzystania MES do przeprowadzenia analizy naprężeń w połączeniu zamkowym jest praca [109], w której autorzy Chan i Tuba przeanalizowali wpływ luzów i sił tarcia na rozkład naprężeń w wielotrapezowym zamku łopatki turbiny i porównali niektóre z otrzymanych rozkładów z wynikami badań

elastoptycznych. Zastosowany przez autorów model MES połączenia przedstawia rysunek 1.23a. W rezultacie badań stwierdzono, że zmiana luzów ma znacznie większy wpływ na rozkład naprężeń na powierzchni zamka łopatk, niż zmiana współczynnika tarcia. Ponadto, porównanie wyników MES z wynikami elastoptycznymi nie wykazało szczegółowej zgodności w wartościach, a jedynie pewne podobieństwo w rozkładach naprężeń na powierzchniach zamka. Wpływ na to miały, zastosowane w modelach, warunki brzegowe i warunki powierzchni styku, które nie były dokładnie takie same [109]. Podobne badania przedstawił Kenny i in. [110], ale dla zamka trapezowego. Zastosowany do analiz numerycznych model zamka o kącie skosu 45° (rys.1.23b) wykazywał podobieństwo w przebiegach naprężeń do modelu elastoptycznego, jednak charakteryzował się wyższymi wartościami naprężeń głównych przy rozciąganiu. Stwierdzono, że bezpośrednio pod powierzchniami styku, w strefie przylegającej do promienia zaokrąglenia mocowania, występują duże gradienty naprężeń głównych, co może mieć istotny wpływ na wytrzymałość zmęczeniową połączenia [110].

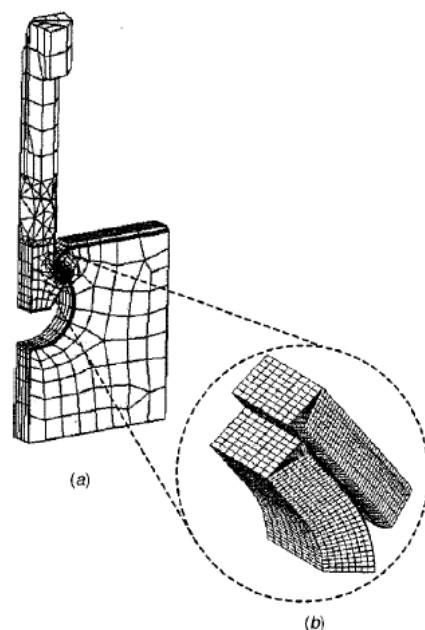


Rysunek 1.23. Model dyskretny zamka: a) wielotrapezowego [109], b) trapezowego [110]

Boddington i in. [111] w swojej pracy przedstawili natomiast technikę numerycznej analizy połączeń typu jaskółczy ogon, która umożliwiała modelowanie ruchu względnego na powierzchni styku zespołu. Sinclair i in. [112; 113] opisali procedurę tzw. submodelingu, którą wykorzystali do opracowania modelu dyskretnego 2D (rys. 1.24) i 3D (rys. 1.25) zamka na potrzeby analizy naprężeń kontaktowych w połączeniu. Stwierdzono, że jeśli chce się dokładnie uchwycić naprężenia w pobliżu krawędzi styku w połączeniach trapezowych w metodzie elementów skończonych, należy oczekiwać, że w strefie kontaktu siatka elementowa będzie musiała być mocno zagęszczona ($h \sim R/100$) [112].



Rysunek 1.24. Siatka elementów skończonych, a) zgrubna siatka globalna, b) zagęszczona lokalnie siatka w obszarze kontaktu, c) zgrubna siatka submodelu [112]



Rysunek 1.25. Siatka elementów skończonych, a) zgrubna siatka globalna, b) zgrubna siatka submodelu [43]

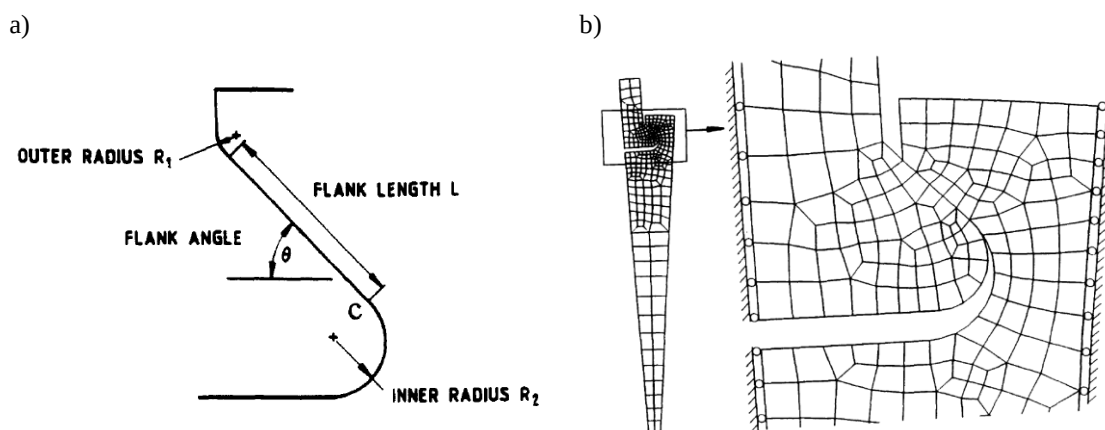
Zboiński [114] przedstawił podstawy teoretyczne liniowych i nieliniowych zagadnień kontaktowych w zastosowaniu do analizy kinetostatycznej zamków łopatek maszyn wirnikowych. Przeanalizowany on także wpływ przyjmowanego modelu kontaktu (kontakt bez tarcia lub z tarcie) na wartości naprężeń w obszarze zamka. Analizie MES poddano rzeczywiste zamocowanie łopatki turbiny poprzez zamek wielotrapezowy z luzami i bez luzów w obrębie powierzchni styku. Wyniki obliczeń wykazują, że nieliniowość fizyczna, jaką wprowadza tarcie, istotnie wpływa na wyniki analizy przemieszczenia i kontaktu rozpatrywanego zamocowania, zarówno dla przypadków z luzami, jak i bez luzów. Tarcie zmniejsza poślizgi między współpracującymi powierzchniami, jak również osłabia tendencję do pojawiania się szczelin na powierzchniach styku [114].

Mequid i in. w pracy [115] zaprezentowali kompleksową analizę numeryczną MES 2D i 3D wielotrapezowego zamka łopatki turbiny. W pracy zbadano wpływ krytycznych cech geometrycznych, takich jak liczba zębów, długość i kąt powierzchni styku na rozkład naprężeń w tarczy. Wyniki obliczeń wykazały, że geometria powierzchni styku, w tym liczba zębów, naprężenia kontaktowe i parametry typu tarcie, czy chropowatość powierzchni, mają istotny wpływ na rozkład i wartości naprężeń w zamku [115]. Podobne badania przeprowadzili autorzy pracy [116], przy czym uwzględnili dwa typy połączeń: połączenie typu trapezowego (stosowane w sprężarkach)

i zamek wielotrapezowy (jodełkowy). Na podstawie przeprowadzonych analiz stwierdzono, że minimalizacja luzu między zębami zamka łopatki i wcięciem w tarczy obniża maksymalne naprężenia kontaktowe. Analizę naprężeń kontaktowych połączenia łopatka – tarcza można ponadto znaleźć także w pracach [62; 106; 117; 118; 119].

Pomocnym narzędziem w analizach trapezowych połączeń łopatka – tarcza, np. typu trapezowego, jest parametryzacja i analiza parametryczna [120; 121; 122; 123; 124; 125], wykorzystywana przez badaczy do określenia, m.in. wpływu wybranych parametrów geometrycznych, rodzaju i wielkości elementu skończonego na rozkład naprężeń w połączeniu, jak i całym stopniu.

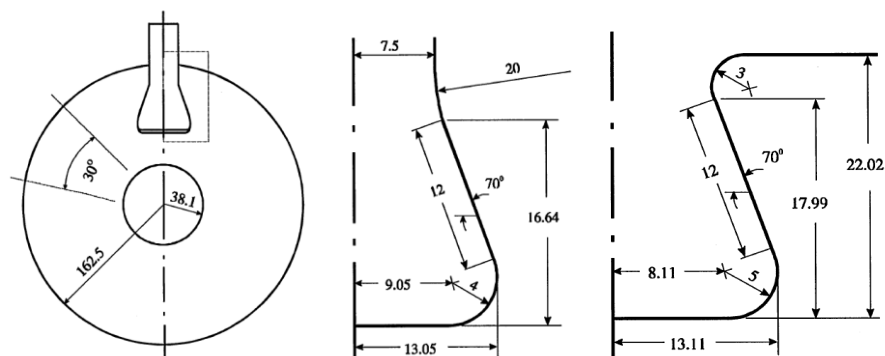
W pracy [124] opisano wpływ wybranych parametrów geometrycznych i warunków brzegowych w obszarze połączenia, takich jak wewnętrzny i zewnętrzny promień zaokrąglenia R_1 i R_2 , długość boku l i kąt pochylenia powierzchni bocznej zamka θ (rys. 1.26) oraz współczynnik tarcia na styku łopatka – tarcza. Analizę wykonano dla modelu dwuwymiarowego. Wyznaczono maksymalne naprężenia oraz przeanalizowano proces inicjacji i późniejszej propagacji pęknięć w obszarach o maksymalnej koncentracji naprężeń. Propagujące pęknięcia śledzono stosując kryterium maksymalnego i minimalnego naprężenia głównego. Analiza parametryczna wykazała, że na lokalizację i wielkość maksymalnej koncentracji naprężeń wpływa głównie wewnętrzny promień zaokrąglenia R_2 , długość boku i współczynnik tarcia, w mniejszym stopniu wpływa natomiast zewnętrzny promień zaokrąglenia R_1 i kąt θ (35° – 50°) [124].



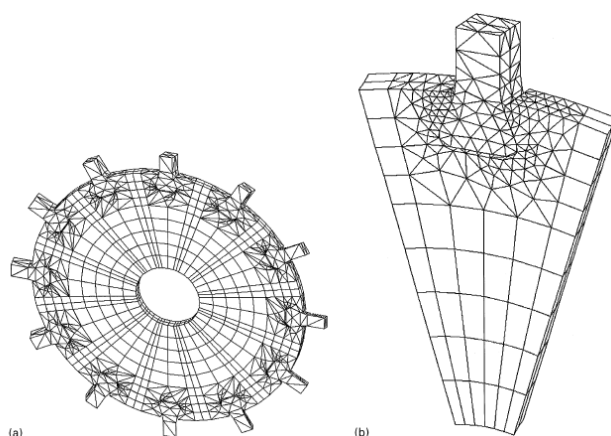
Rysunek 1.26. Schemat zamka z oznaczonymi parametrami (a), model dyskretny wycinka tarczy (b) [124]

Papanikos i in. [72] przeprowadzili dwu- i trójwymiarowe nieliniowe analizy metodą elementów skończonych w celu oceny wpływu krytycznych cech geometrycz-

nych na pole naprężeń w obszarze zamka zespołu tarczy sprężarki silnika lotniczego. Analizowane warianty geometryczne przedstawiono na rysunkach 1.27 i 1.28.

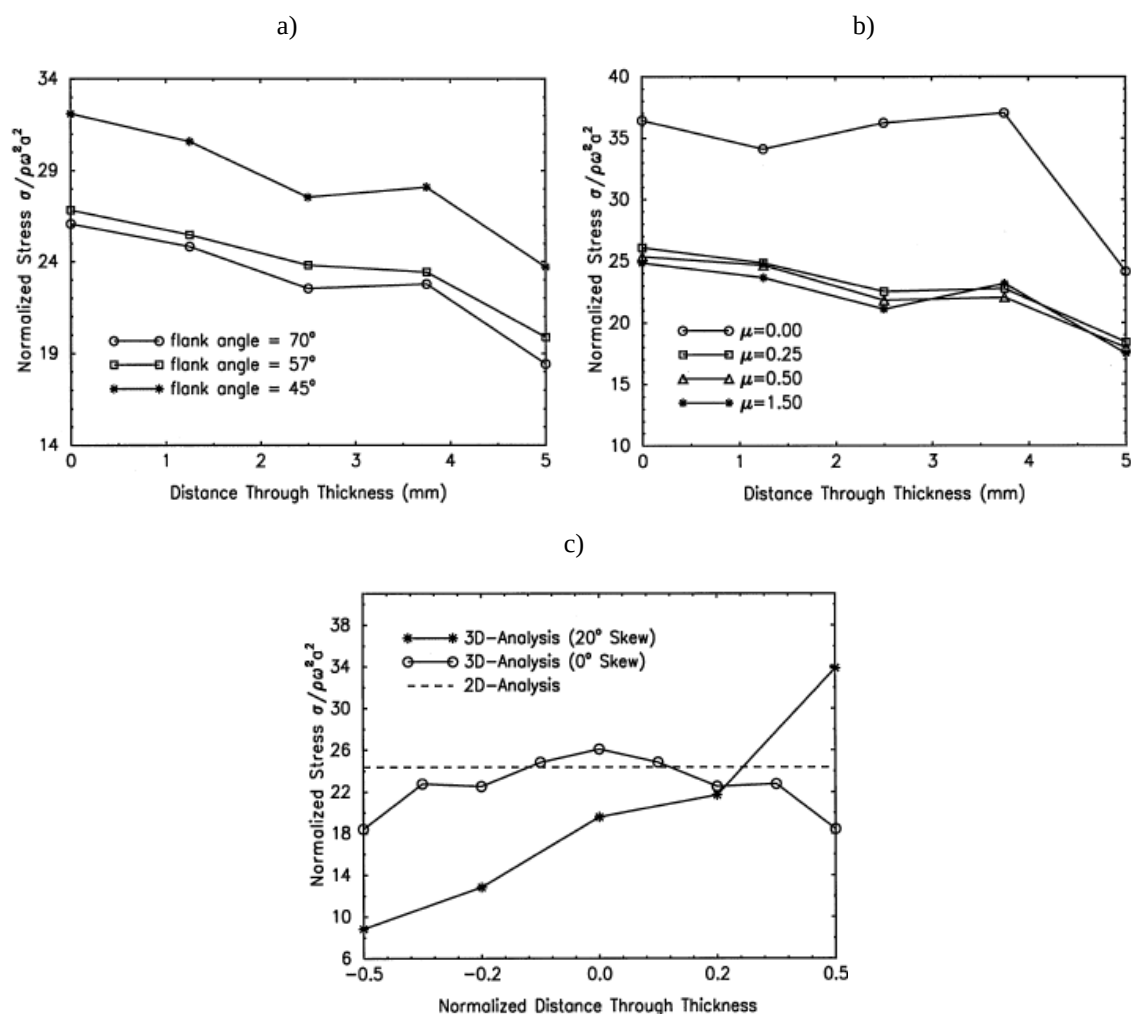


Rysunek 1.27. Geometria tarczy i zamka [72]



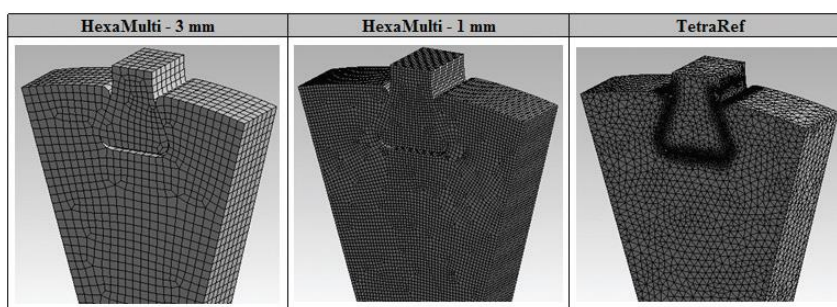
Rysunek 1.28. Model dyskretny całej tarczy (a) oraz model lokalny jej wycinka (b) [72]

Na podstawie przeprowadzonych analiz stwierdzono, że maksymalna koncentracja naprężeń występuje w dolnym punkcie styku łopatki z tarczą i tuż poniżej, natomiast kąt pochylenia bocznej powierzchni zamka (rys. 1.29a), długość boku i współczynnik tarcia (rys. 1.29b) mogą znacząco zmienić rozkład naprężeń na styku łopatka – tarcza. Kąt skosu ma istotny wpływ na rozkład naprężeń i wielkość naprężenia maksymalnego w obszarze połączenia (1.29c), a wyniki analizy trójwymiarowej ujawniają duże zmiany naprężeń wzdłuż grubości tarczy, których nie można przewidzieć za pomocą analizy dwuwymiarowej [72].

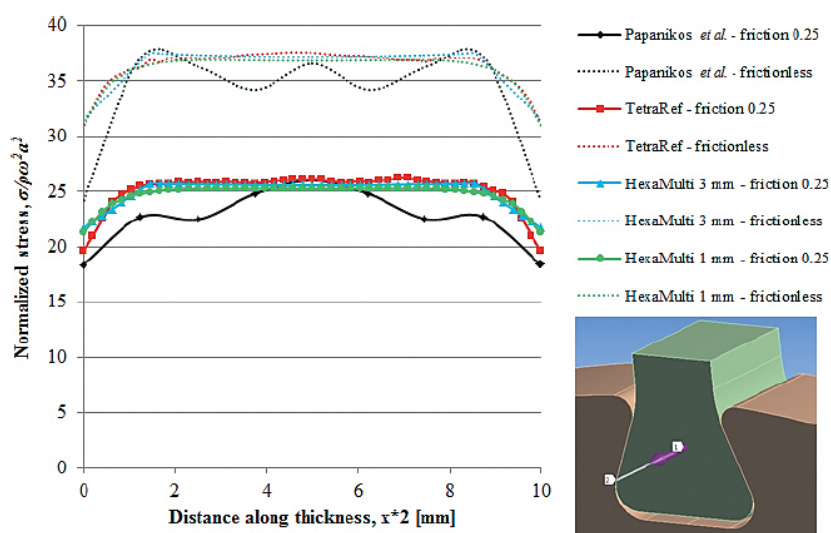


Rysunek 1.29. Wpływ kąta pochylenia bocznej powierzchni zamka (a), współczynnika tarcia (b) i kąta skosu na znormalizowany wskaźnik naprężeń na dolnej powierzchni styku (c) [72]

Tigo de Oliveira Vale i in. [116] w swojej pracy przeanalizowali wpływ obciążenia od prędkości obrotowej na rozkład naprężeń w połączeniu łopatką – tarcza. Pod uwagę brano zamek trapezowy oraz zamek wielotrapezowy. Sprawdzono wpływ zastosowanego rodzaju elementu skończonego na rozkład naprężeń względnych w obszarze kontaktu łopatki i tarczy. Do analizy przyjęto siatkę dyskretną składającą się z elementów sześciennych o wymiarach 3 mm i 1 mm i czworościennych (rys. 1.30). W analizie uwzględniono również przypadek bez tarcia i z tarcie, przy czym wartość przyjętego współczynnika tarcia wynosiła 0,25 [116].

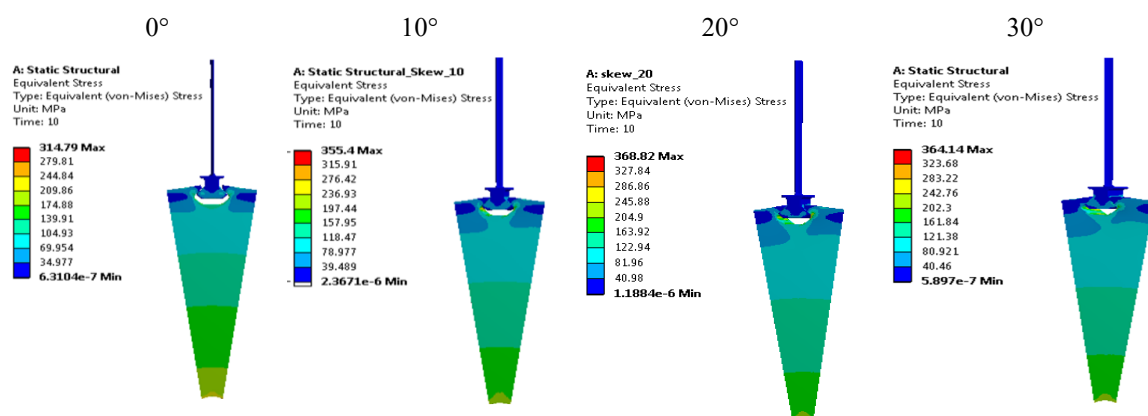


Rysunek 1.30. Rodzaj zastosowanych siatek MES [116]

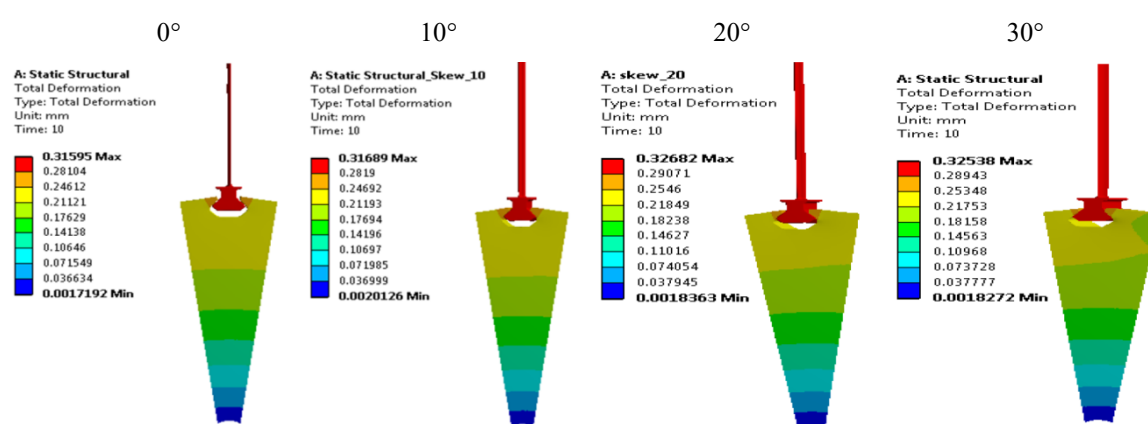


Rysunek 1.31. Zmiana wskaźnika naprężeń na powierzchni kontaktu w zależności od rodzaju elementu dyskretnego i współczynnika tarcia dla zamka trapezowego [116]

Stwierdzono, że w przypadkach z tarcie, rodzaj zastosowanego elementu skończonego wpływa nieznacznie na wartość naprężeń w połączeniu (rys. 1.31). Największą rozbieżność (2,853%) stwierdzono dla przypadku bez tarcia, gdy zastosowano siatkę sześcienną HexaMulti o wymiarze elementu 1 mm [116]. Amaresh i in. [125] zbadali wpływu kąta pochylenia powierzchni bocznych zamka: 10°, 20° i 30° na rozkład naprężeń zredukowanych (rys. 1.32) i głównych oraz na przemieszczenia (rys. 1.33) zespołu tarczy i łopatki sprężarki przy różnych obciążeniach roboczych i stałym współczynniku tarcia. Przeprowadzono również badania porównawcze między prostym i skośnym kątem (10°, 20° i 30°) mocowania zamka trapezowego. Na podstawie przeprowadzonych analiz, stwierdzono, że kąt mocowania zamka może znacząco wpływać na rozkład naprężeń w obszarze połączenia łopatka – tarcza. Maksymalne naprężenie zredukowane otrzymano dla kąta skosu 20°, tj. 368 MPa przy 1000 rad/s, a minimalne dla kąta skosu 0°, tj. 314 MPa. Dla obu kątów skosu, naprężenia są mniejsze niż granica plastyczności materiału.



Rysunek 1.32. Rozkład naprężeń zredukowanych Von Mises w zależności od kąta skosu [125]



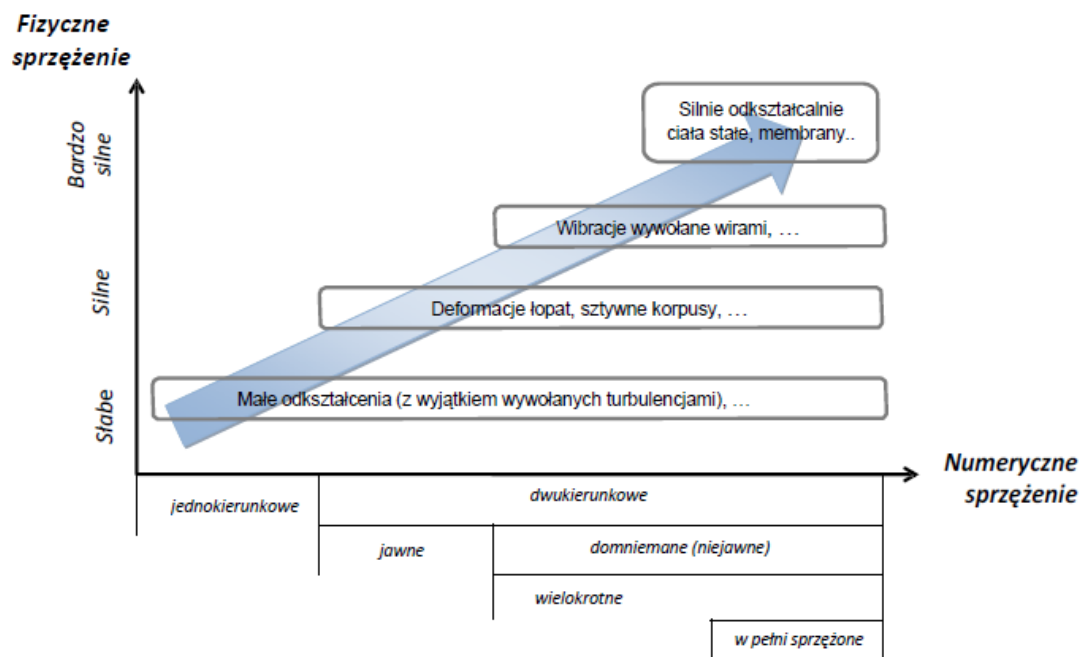
Rysunek 1.33. Przemieszczenia w zależności od kąta skosu (97)

Podobne analizy parametryczne prowadzone są również dla zamków wielotrapezowych stosowanych w turbinach i można je znaleźć, m.in. w pracach [53; 63; 123; 126].

Zauważalną tendencją rozwojową w konstrukcji zespołów wirnikowych jest poszukiwanie nowych metod i technologii łączenia łopatek wirnikowych z tarczami nośnymi, jak i poszczególnych stopni, co pozwoliłoby w zasadniczym stopniu zmniejszyć liczbę elementów w konstrukcji, a co za tym idzie ich masę, pozwalając jednocześnie na zachowanie odpowiedniej sztywności konstrukcji. Jednym z takich rozwiązań jest technologia BLISK [14]. W stopniu typu BLISK, czyli inaczej, w stopniu o konstrukcji integralnej, wyeliminowany został zamek mocujący łopatkę w części wieńcowej tarczy. Analizę tego typu konstrukcji można znaleźć, m.in. w pracach [74; 76; 94; 121].

Do pełnej analizy tego typu stopni niezbędne jest stosowanie analiz sprzężonych uwzględniających interakcję płyn – struktura (FSI – *Fluid Structure Interaction*). Jest to wielofizyczne badanie interakcji oddziaływania płynu na opływającą strukturę stałą z uwzględnieniem efektu oddziaływania odwrotnego, czyli wpływu deformacji

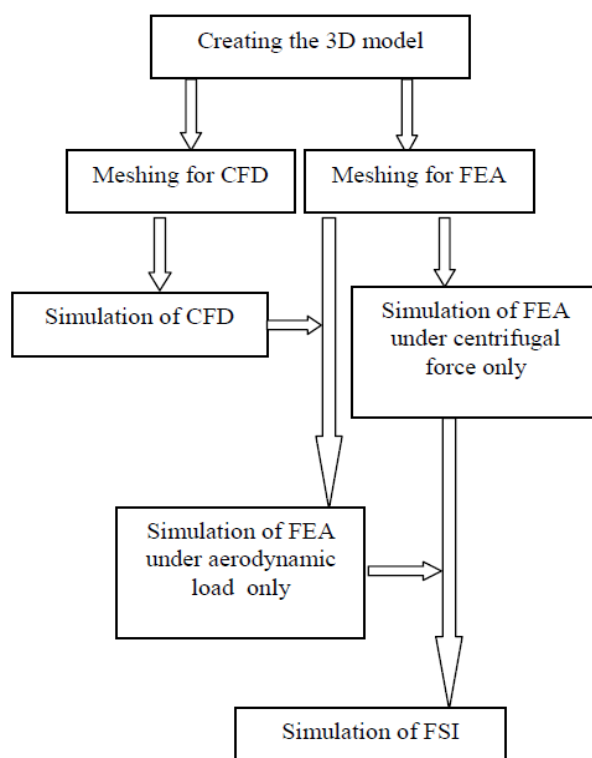
strukturalnej na parametry opływu. Interakcja płyn – struktura to metoda, która wymaga obliczenia pola przepływu za pomocą obliczeniowej dynamiki płynów (CFD) i połączenia wyników przepływu płynu z modelem analizy strukturalnej ciała stałego. Analizy tego typu należy uwzględniać wszędzie tam, gdzie przepływ płynu może wywierać ciśnienie lub/i obciążenie termiczne na konstrukcję. Takie sprzężenie umożliwia płynom i modelom strukturalnym wymianę informacji, tworząc realistyczną symulację tego, w jaki sposób opływ płynu może powodować deformacje konstrukcji (i w odwrotnym kierunku, jak deformacje ciała stałego mogą wpływać na przepływ w strefie otoczenia). Podejścia do modelowania mogą różnić się w zależności od stopnia fizycznego sprzężenia między płynem a ciałem stałym oraz wymaganym poziomem wierności. Gdy uwzględniane są naprężenia i odkształcenia, analiza obejmuje wówczas dane dostarczane przez symulacje z analizy przepływowej i strukturalnej. Sprzężenie pozwala zobaczyć przewidywanie wpływu tych dwóch elementów fizycznych na siebie. Zastosowanie do analizy FSI odpowiedniego sprzężenia zależy od stopnia fizycznego sprzężenia pola rozwiązań między cieczą a ciałem stałym (rys. 1.34) [127].



Rysunek 1.34. Stopnie sprzężenia w interakcji płyn-struktura [127]

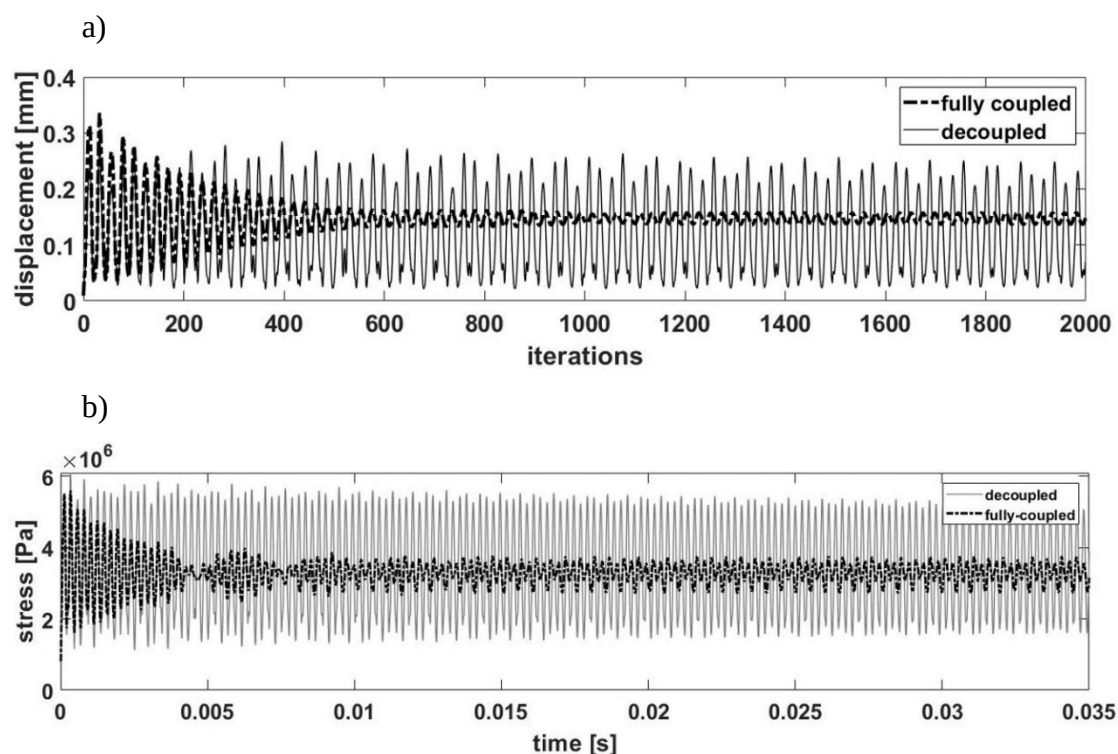
Pola silnie sprzężone fizycznie wymagają silnego sprzężenia numerycznego. Stosowane są wówczas sprzężenia dwukierunkowe. Pola rozwiązań, które są względnie niezależne, można natomiast rozwiązać za pomocą słabszego sprzężenia numerycznego, wykorzystując sprzężenie jednokierunkowe.

Przykładem zastosowania sprzężenia jednokierunkowego płyn – struktura w analizie zespołów wirnikowych jest publikacja autorstwa Sun Tao i in. [128], w której to autorzy przedstawili metodykę zastosowania analiz sprzężonych w analizie stopnia wirnikowego sprężarki odśrodkowej (rys. 1.35) i wpływ zastosowanego sprzężenia na rozkład naprężeń w łopatkach wirnikowej.



Rysunek 1.35. Schemat analizy sprzężonej [128]

W publikacji [129], metodę sprzężenia płyn – struktura zaimplementowano natomiast, dla sprawdzenia reakcji zmęczeniowej łopatki turbiny wysokiego ciśnienia. W celu zbadania wpływu interakcji wielofizycznych na stan naprężeń 3D i odpowiedź zmęczeniową łopatki turbiny zastosowano dwa poziomy sprzężenia: dwukierunkowe w pełni sprzężone i jednokierunkowe. Sprzężenie między domenami, w podejściu w pełni sprzężonym, zapewnia formę tłumienia, która zmniejsza amplitudę fluktuacji historii naprężeń, w przeciwieństwie do przypadku jednokierunkowego z wypadkową fluktuacją naprężeń o wyższej amplitudzie (1.36). Stwierdzono, że na ograniczenie trwałości zmęczeniowej istotnie wpływają wyższe średnie naprężenia w metodzie w pełni sprzężonej. Z przeprowadzonych badań wynika, że wpływ sprzężenia między domeną płynu i struktury jest ważnym czynnikiem w szacowaniu historii naprężeń zmęczeniowych.



Rysunek 1.36 Odpowiedź przemieszczenia (a) i naprężeń (b) dla podejścia w pełni sprzężonego i podejścia jednokierunkowego [129]

Wykonany przegląd literatury obejmował publikacje związane z zastosowaniem metody elementów skończonych w analizie własności wytrzymałościowych, dynamicznych czy zmęczeniowych zespołów wirnikowych sprężarek i turbin odrzutowych silników turbinowych. W analizie uwzględniono także ciekawsze prace obejmujące zagadnienia dyskretyzacji modeli i analizy połączeń łopatek wirnikowych z tarczami nośnymi. Zwrócono szczególną uwagę na publikacje związane z zastosowaniem parametryzacji w analizie stopni wirnikowych, a także zamków łopatek. Zagadnienie to jest szczególnie ważne w identyfikacji zmiennych projektowych dla późniejszego procesu optymalizacji geometrii takiej konstrukcji, które mogą mieć wpływ na wybrane kryteria optymalizacyjne dotyczące cech wytrzymałościowych lub dynamicznych. Zauważono również, że autorzy publikacji bazowali głównie na zastępczych i uproszczonych modelach konstrukcji stopnia sprężarki lub połączenia zamkowego. W przypadku analiz modeli turbinowych silników odrzutowych, jakimi są odrzutowe silniki turbinowe, ważna jest także dokładność odwzorowania obciążeń działających na element. Możliwe jest to m.in. poprzez zastosowanie sprzężeń w obliczeniach numerycznych, czego przykłady zostały przedstawione w literaturze.

1.7. Cel i zakres pracy

Współczesne zespoły sprężarkowe turbinowych silników odrzutowych są konstrukcjami, które musi cechować wysoki poziom niezawodności przy bardzo wysokich obciążeniach. Obciążenia te wynikają z potrzeby uzyskania dużego sprężu (obecnie osiąga się w nich pięćdziesięciokrotny przyrost ciśnienia), przy jednoczesnych dużych wartościach wydatku powietrza powyżej 1000 kg/s. Konieczne staje się przyporządkowanie dużej liczby zmiennych, m.in.: liczby stopni, prędkość przepływu przez palisady, liczby łopatek, kształt oraz wymiary zespołu, warunki lotu, stopnie obciążenia, itp., w taki sposób, aby osiągnąć wysoką sprawność zespołu i niezawodność. Z uwagi na wielość czynników, które należy uwzględnić, proces projektowania zespołów sprężarek osiowych jest bardzo złożonym zagadnieniem. Obecnie stawiane zadania w tym obszarze dotyczą znalezienia konfiguracji zwiększającej trwałość wraz ze zwiększeniem wydajności, przy jednoczesnych ograniczeniach związanych z masą i kosztami projektowania, wytwarzania i eksploatacji. Stąd też poszukiwane konstrukcje reprezentują kompromis między, często sprzecznymi cechami.

Biorąc pod uwagę powyższe kryteria, jak i przeprowadzoną analizę literatury przedmiotu, można stwierdzić, że zastosowanie analiz numerycznych w tym obszarze wspomaga w zasadniczy sposób proces projektowania tak skompilowanych, zarówno pod względem konstrukcyjnym, jak i warunków pracy, maszyn wirnikowych. Ważnym aspektem w metodach projektowania stopni wirnikowych, w tym również stosowanych połączeń łopatek z tarczami, jest ponadto zastosowanie modeli parametrycznych w celu oceny wpływu określonych zmiennych na wytrzymałość i pracę takiej konstrukcji. Parametrami, w tym przypadku mogą być nie tylko charakterystyczne wymiary geometryczne, ale także czynniki eksploatacyjne, takie jak prędkości obrotowe, czy ciśnienia wpływające na rozkład obciążeń aerodynamicznych działających na pióro łopatki. Często jednak przedstawiane metodyki, jak widać to także w wykonanym przeglądzie literatury przedmiotu, bazują na zastępczych i uproszczonych modelach danej konstrukcji oraz nie zawsze obejmują interakcję płyn – struktura, w, co w przypadku zastosowania ich do kolejnych etapów analizy, w tym analizy wrażliwości i optymalizacji, może być niewystarczające do poprawnej oceny pracy konstrukcji.

W związku z powyższym, zdefiniowano cel pracy, którym jest opracowanie metodyki wspomagającej dobór optymalnych parametrów geometrycznych i wytrzymałościowych elementów konstrukcji wirujących, w szczególności połączenia łopatka –

tarcza, która pozwoli w prosty sposób porównywać różne rodzaje konstrukcji, m.in. pod względem masy czy wytrzymałości w różnych warunkach eksploatacyjnych, wykorzystując do tego celu dostępne obecnie techniki inżynierii odwrotnej oraz zaawansowane systemy CAD/CAE. Dla tak postawionego celu pracy sformułowano następującą tezę:

„Bazując na modelach odwzorowujących połączenie łopatka – tarcza można, poprzez ocenę parametrów geometrycznych, zidentyfikować te cechy konstrukcji, które krytycznie wpływają na obciążenia podzespołu i mogą stanowić bazę dla procesu optymalizacji”.

(strona celowo pozostawiona pusta)

2. Model numeryczny stopnia sprężarki osiowej

Numeryczne analizy wytrzymałościowe MES wymagają wirtualnych obiektów badań, które buduje się z wykorzystaniem specjalistycznych programów CAD². Programy te, umożliwiają utworzenie w zasadzie, dowolnych geometrii odtwarzanych obiektów lub nowo projektowanych wraz z możliwością ich bieżącej modyfikacji.

Dostępne współcześnie pakiety obliczeniowe mają wbudowane programy graficzne do modelowania obiektów dwu- i trójwymiarowych. W przypadku programu ANSYS są to Design Modeler oraz Space Claim. W poniższym rozdziale wirtualne obiekty badań utworzono z wykorzystaniem zaawansowanego oprogramowania Siemens NX, wykorzystano także program Design Modeler, na etapie parametryzacji geometrii.

2.1. Opracowanie geometrii stopnia wirnikowego sprężarki na potrzeby symulacji strukturalnych i przepływowych

Proces budowy każdego obiektu wirtualnego rozpoczął się od określenia jego parametrów geometrycznych i charakterystycznych wymiarów, niezbędnych do zdefiniowania geometrii w programie CAD. W przypadku stopnia wirnikowego sprężarki wysokiego ciśnienia, poza określeniem średnicy wewnętrznej i zewnętrznej, konieczne było określenie parametrów geometrycznych łopatki wirnikowej i tarczy – elementu nośnego. Ponieważ łopatka wirnikowa składa się z pióra i zamka, należało określić parametry charakteryzujące obie części łopatki. W przypadku trójwymiarowego modelu pióra łopatki były to [101]:

- dane geometryczne profili kształtujących pióro łopatki,
- kąt ustawienia profili wzdłuż wysokości łopatki,
- liczba łopatek.

Parametry geometryczne zamków zależą natomiast od kształtu zastosowanego połączenia. Jak już wspomniano we wcześniejszych rozdziałach, zamki w sprężarkach mają w przekroju najczęściej kształt trapezu równoramiennego i, w zależności od rodzaju konstrukcji nośnej, mogą być mocowane obwodowo lub skośnie do osi wirnika. Dla tego typu połączenia, parametrami będą:

- wymiary przekroju poprzecznego,
- kąt pochylenia ścianek bocznych,

² CAD (ang. Computer Aided Design) – Komputerowe wspomaganie projektowania.

- długość zamka,
- kąt ustawienia zamka względem osi wirnika.

Model wirtualny tarczy wirnikowej buduje się na podstawie wyznaczonego wcześniej kształtu tarczy. Wyznacza się go dla z góry określonych wymagań wytrzymałościowych. Metody profilowania (wyznaczania kształtu) tarczy można znaleźć, m.in. w pracach [16; 17].

Mając określone parametry geometryczne i charakterystyczne wymiary wprowadza się je do oprogramowania CAD w postaci zbiorów punktów i krzywych, na których następnie rozwijane są płaszczyzny i budowane są obiekty bryłowe. Na etapie budowania modelu przestrzennego warto rozważyć jeszcze możliwość wprowadzenia ewentualnych uproszczeń w geometrii, co może pozytywnie wpłynąć na czas generowania siatki obliczeniowej, jak i czas samych obliczeń numerycznych. Uproszczenia te nie mogą jednak wpływać na jakość odwzorowanej geometrii.

Wirtualne obiekty badań buduje się także wykorzystując nowoczesne metody inżynierii odwrotnej. Należą do nich:

- pomiary za pomocą maszyn współrzędnościowych,
- skanowanie laserowe,
- skanowanie optyczne,
- tomografia komputerowa.

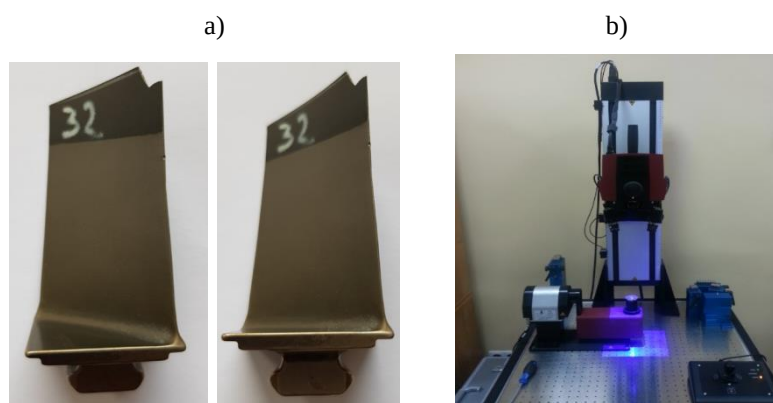
Trzy ostatnie zaliczane są do tzw. metod bezstykowych. Ponieważ w pracy wykorzystywano technikę skanowania optycznego na potrzeby opracowania wirtualnego modelu stopnia wirnikowego sprężarki, zostanie ona pokrótce opisana. Informacje na temat pozostałych metod można znaleźć, np. w opracowaniu [130].

Skanowanie optyczne pozwala na pomiar i dokładne odtworzenie geometrii obiektów rzeczywistych, nawet o stosunkowo skomplikowanych kształtach. W metodzie tej podstawą procesu skanowania jest analiza ugięcia linii w serii prążków rzutowanych na obiekt (w przypadku powierzchni płaskich prążki są równoległe do siebie, a na powierzchniach krzywoliniowych ulegają ugięciu). Ugięcie jest rejestrowane przez kamerę i przetwarzane przez algorytmy uwzględniające parametry układu optycznego systemu [130]. W rezultacie otrzymuje się chmurę punktów o współrzędnych x , y , z , która stanowi komputerowe odwzorowanie powierzchni skanowanego obiektu. Moduły programowe systemów skanujących pozwalają na wyeksportowanie wyników pomiaru

np. w postaci siatki trójkątów (plik *STL*), co umożliwia ich późniejszą obróbkę w programach 3D CAD.

W dalszej części pracy przedstawiony zostanie proces odwzorowywania geometrii stopnia wirnikowego sprężarki wysokiego ciśnienia z łopatkami mocowanymi obwodowo. Otrzymany wirtualny obiekt badań wykorzystany został w późniejszych etapach pracy do opracowania modelu parametrycznego i zastępczej konstrukcji integralnej BLISK.

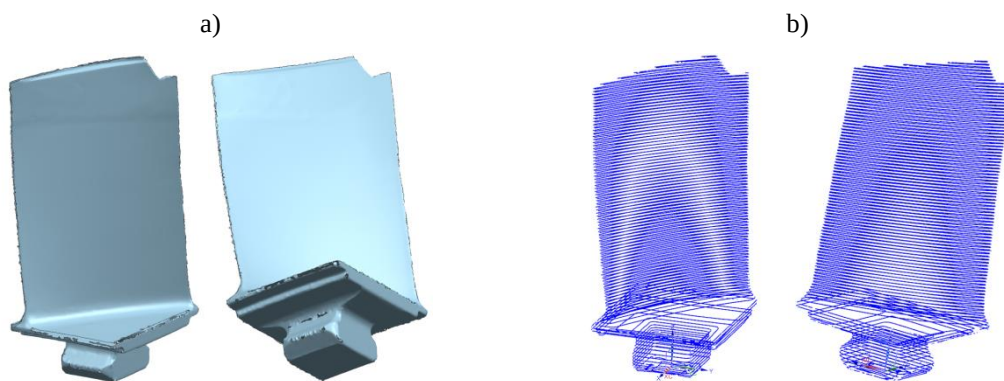
Istotne w całym procesie odwzorowywania geometrii było wykorzystanie rzeczywistego elementu, jakim była łopátka wirnikowa sprężarki lotniczego silnika turbinowego (rys. 2.1a). Pomiar geometrii łopátki wykonano za pomocą optycznego skanera przestrzennego ATOS Co MPact Scan 5M (rys. 2.1b).



Rysunek 2.1. Skanowany obiekt - łopátka wirnikowa sprężarki wysokiego ciśnienia (a) oraz skaner GOM Atos Co MPact Scan (b)

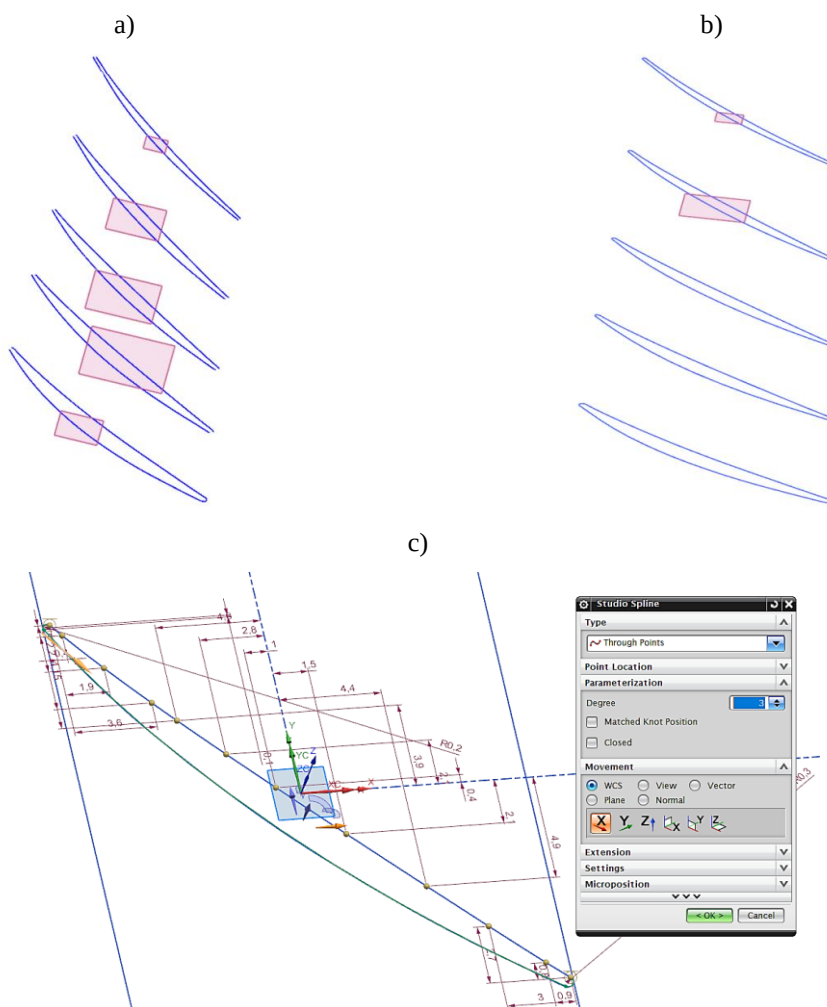
Do obróbki graficznej wyników skanowania wykorzystano oprogramowanie Siemens NX 9.0. Geometrię łopátki uzyskaną z pomiarów i zaimportowaną do programu Siemens NX przedstawia rys. 2.2a. Widoczne są, typowe dla metody skanowania, liczne błędy i niedoskonałości zeskanowanej powierzchni, zwłaszcza w obszarze zamka łopátki.

Do wykonania modelu CAD wykorzystano krzywe odwzorowujące zeskanowany obiekt (rys. 2.2b). W pierwszej kolejności modelowano pióro łopátki, a następnie zamek, przy czym ze względu na niewielki kąt skręcenia pióra łopátki, ograniczono się do kilku jego przekrojów, co w takim przypadku było wystarczające do odtworzenia prawidłowej geometrii pióra. Należy bowiem pamiętać, że w przypadku modelowania płaszczyzn, zbyt duża liczba krzywych może powodować zniekształcenie modelowanej powierzchni.



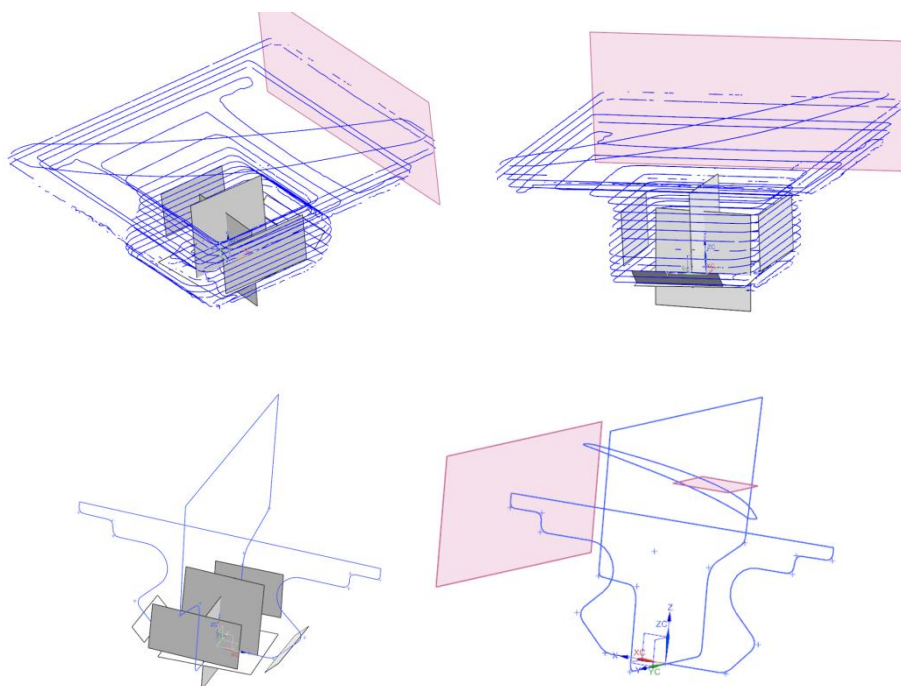
Rysunek 2.2. Zeskanowana geometria łopatki wirnikowej wczytana do programu CAD jako:
a) powierzchnie, b) krzywe konturowe

Wybrane przekroje pióra łopatki przedstawiono na rysunku 2.3a. Przy skanowaniu tego typu obiektów, problematyczne jest odwzorowanie bardzo cienkiej krawędzi natarcia i krawędzi spływu. Jak można zauważyć na rysunku 2.3a, skutkować to może nieciągłościami występującymi na wygenerowanych krzywych.



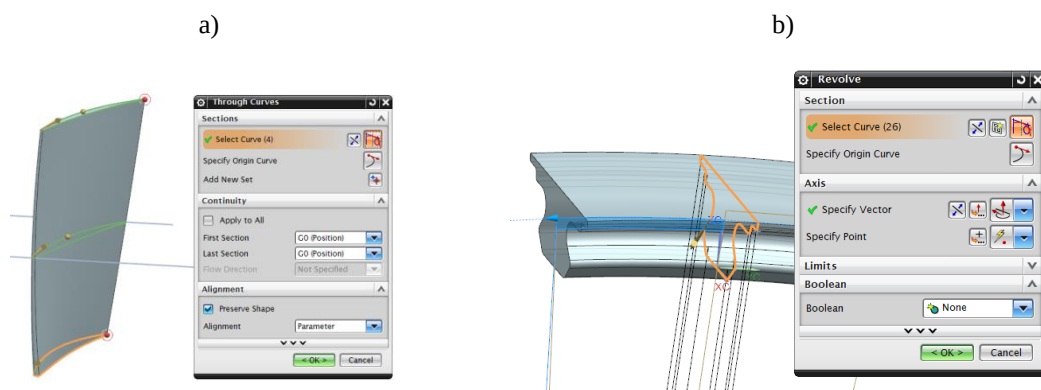
Rysunek 2.3. Odwzorowanie wybranych przekrojów pióra łopatki

Zanim przystąpi się do modelowania powierzchni należy poprawić uszkodzone krzywe. Wykorzystano do tego celu krzywą sklejaną typu splajn (ang. *spline*), za pomocą, której zdefiniowano krzywe konturowe, dobierając odpowiedni stopień krzywej splajn do obrysu przekroju (rys. 2.3c). Efekt końcowy, czyli gotowe profile, przedstawia rysunek 2.3b. W przypadku zamka, wybrano dwa przekroje, ustawione pod kątem 90° względem siebie. Krzywe, w których występowały nieciągłości, podobnie jak w przypadku pióra, poprawiono wykorzystując podstawowe funkcje typu linia, łuk, itp. Krzywe oraz gotowe przekroje przedstawiono na rysunku 2.4.

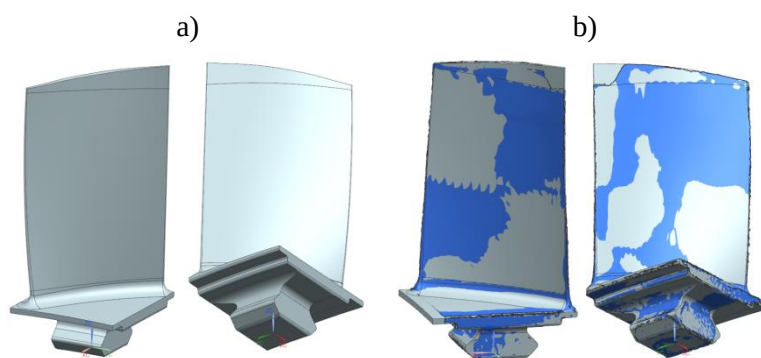


Rysunek 2.4. Krzywe wykorzystane do odwzorowania zamka łopatki

Wykorzystując funkcję rozwijania powierzchni na krzywych brzegowych (ang. *Through curves*), w przypadku pióra łopatki i funkcji wyciągnięcia przekroju poprzez obrót (ang. *Revolve*), dla zamka (rys. 2.5), otrzymano trójwymiarowy model łopatki wirnikowej sprężarki wysokiego ciśnienia. Gotowy model łopatki oraz widok porównawczy z nałożonym modelem pomiarowym pochodzącym ze skanowania przedstawiono na rysunku 2.6.

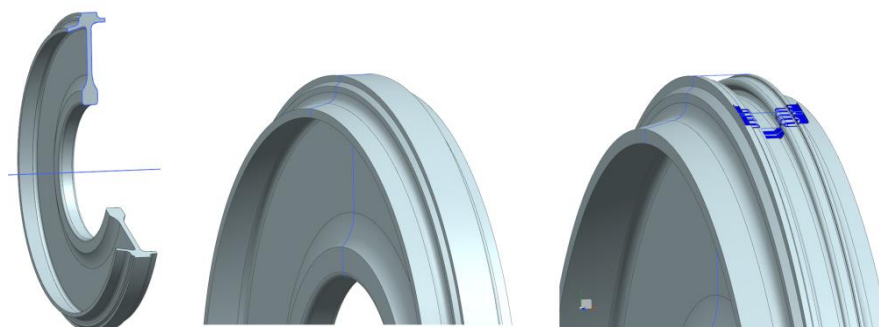


Rysunek 2.5. Funkcje wykorzystane do modelowania łopatki



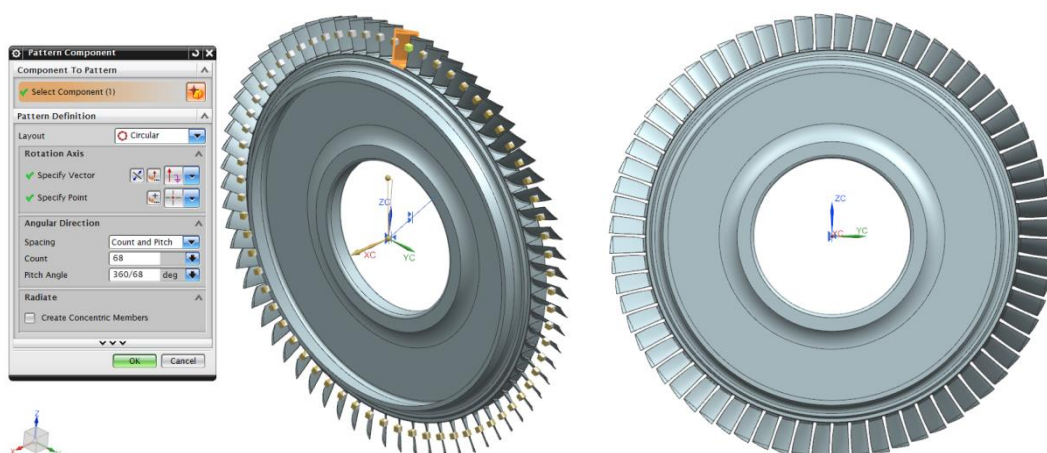
Rysunek 2.6. Model CAD zeskanowanej łopatki

Element nośny sprężarki wysokiego ciśnienia ma konstrukcję tarczowo-bębnową. Geometrię tarczy wybranego stopnia sprężarki odtworzono wykorzystując dostępną dokumentację techniczną. Model 3D został opracowany w programie Siemens NX. Do odwzorowania geometrii rowka obwodowego w części wieńcowej tarczy, wykorzystano zamodelowany wcześniej zamek łopatki, a w zasadzie jego przekrój poprzeczny (rys. 2.7).



Rysunek 2.7. Etapy modelowania tarczy wirnikowej

Ostatni etap obejmował złożenie zamodelowanych podzespołów w jeden komponent z uwzględnieniem rzeczywistej liczby łopatek w wieńcu – 68 sztuk (rys. 2.8).



Rysunek 2.8. Złożenie modelu stopnia wirnikowego

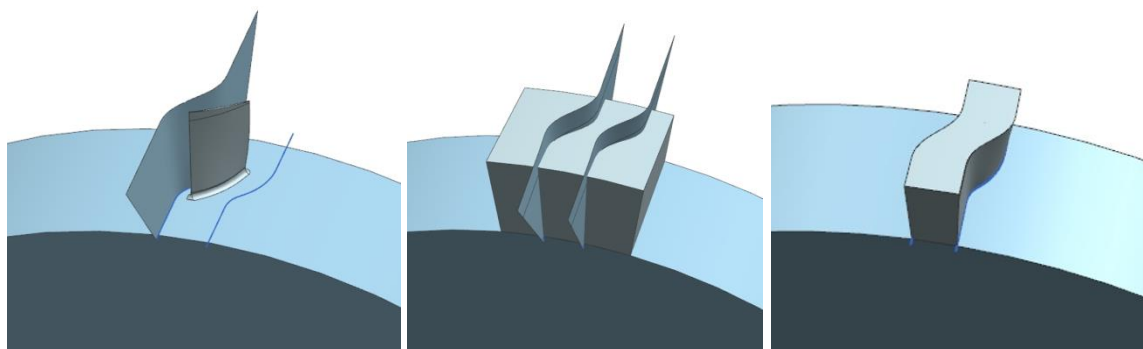
Przedstawiona powyżej metodyka pozwala na stosunkowo szybkie odwzorowywanie geometrii stopnia wirnikowego ze skanowanego obiektu rzeczywistego, umożliwiające wygenerowanie modelu o dobrej jakości geometrii, akceptowalnej na potrzeby numerycznych analiz strukturalnych.

Opracowany model geometryczny łopatki wirnikowej sprężarki stanowił punkt wyjścia do przygotowania modelu wirtualnego na potrzeby numerycznej symulacji przepływowej. Biorąc pod uwagę powtarzalność elementów w stopniu wirnikowym oraz fakt, że program *Fluent* pozwala na zastosowanie tzw. okresowych warunków brzegowych, w przypadku maszyn wirnikowych, można ograniczyć się do budowy tylko niewielkiego, powtarzającego się fragmentu palisady wirnikowej, ponieważ wspomniane warunki brzegowe pozwalają na uwzględnienie interferencji między kolejnymi elementami modelu.

Dalej przedstawiono najważniejsze etapy budowy modelu geometrycznego do symulacji przepływowych stopnia wirnikowego sprężarki.

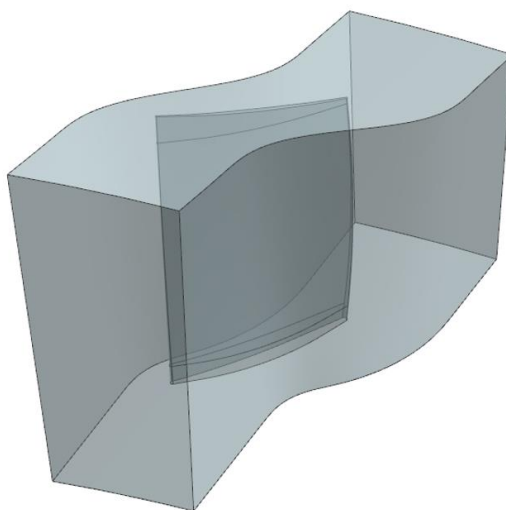
Budowę modelu rozpoczęto od wydzielenia pojedynczej łopatki na wieńcu i wrysowania krzywych w przestrzeni międzyłopatkowej, odwzorowujących kształt elementarnego kanału przepływowego odpowiadającego przestrzeni w strefie pojedynczej łopatki wirnikowej. Kształt krzywych wynika z krzywizny łopatki i geometrii kanału przepływowego. Utworzone, na bazie krzywych, płaszczyzny pozwoliły na „wycięcie” powtarzalnego fragmentu kanału przepływowego między

dwiema łopatkami (rys. 2.9). W rozpatrywanym modelu stopień sprężarki miał 68 łopatek wirnikowych, wobec tego kąt rozwarcia zamodelowanego obszaru obliczeniowego powinien wynosić $5,29^\circ$.



Rysunek 2.9. Etapy projektowania kanału przepływowego pojedynczej łopatki wirnikowej

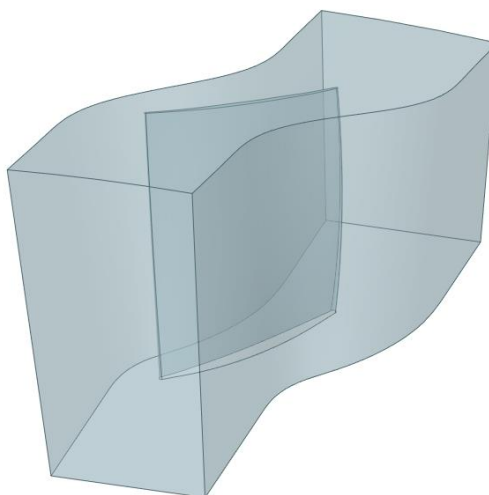
Geometria obszaru obliczeniowego powstała poprzez wyciągnięcie okręgów definiujących zewnętrzną średnicę tarczy wirnikowej i kadłub sprężarki. Z otrzymanej bryły usunięto następnie łopatkę wirnikową, pozostawiając w jej miejscu pustą przestrzeń (rys. 2.10). W rezultacie uzyskano model geometryczny domeny obliczeniowej wykorzystywany w numerycznych symulacjach przepływu.



Rysunek 2.10. Model domeny obliczeniowej - elementarny kanał przepływowy w strefie pojedynczej łopatki

W przypadku analiz przepływowych dużą rolę odgrywa jakość zamodelowanej geometrii. Dobrą praktyką jest weryfikacja i ewentualna naprawa geometrii jeszcze zanim przystąpi się do dyskretyzacji obszaru obliczeniowego. W tym celu można wykorzystać

gotowe narzędzia dostępne np. w programie SpaceClaim, które umożliwiają, m.in. sprawdzenie geometrii pod kątem krawędzi nadmiernie podzielonych na fragmenty, małych lub brakujących powierzchni i wielu innych niedoskonałości. Program pozwala także na upraszczanie geometrii np. poprzez usuwanie wcześniej zamodelowanych zaokrągleń oraz o ile to możliwe, łączenie dzielonych powierzchni w jedną. Efekt zastosowania wspomnianych funkcji przedstawiono na rysunku 2.11.



Rysunek 2.11. Model domeny obliczeniowej po zastosowaniu funkcji naprawy i upraszczania geometrii

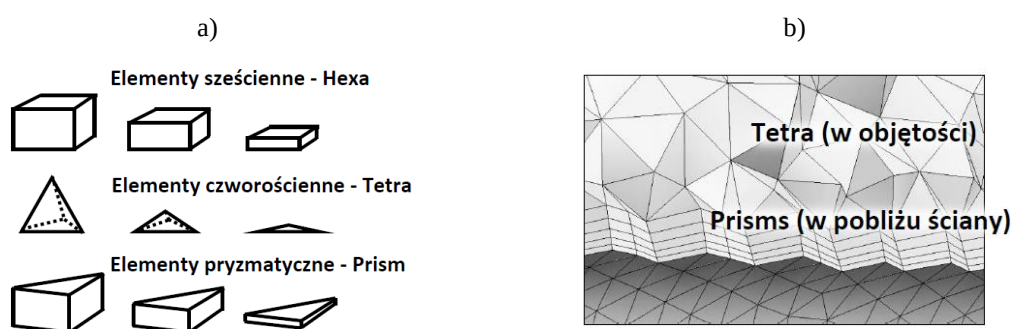
2.2. Budowa modeli dyskretnych na potrzeby symulacji numerycznych

Generacja wysokiej jakości siatki jest jednym z podstawowych etapów wykonywania dokładnych symulacji numerycznych. Od jakości siatki zależy między innymi konwergencja i poprawność otrzymanych wyników (im wyższa jakość siatki tym dokładniejsze wyniki). W zależności od sposobu dyskretyzacji zagadnienia, siatka może być zbudowana z komórek (metoda różnic skończonych), elementów (metoda elementów skończonych) lub objętości (metoda objętości skończonych). Wyróżnia się następujące rodzaje siatek numerycznych [131]:

- strukturalne,
- blokowo-strukturalne,
- niestrukturalne,
- hybrydowe.

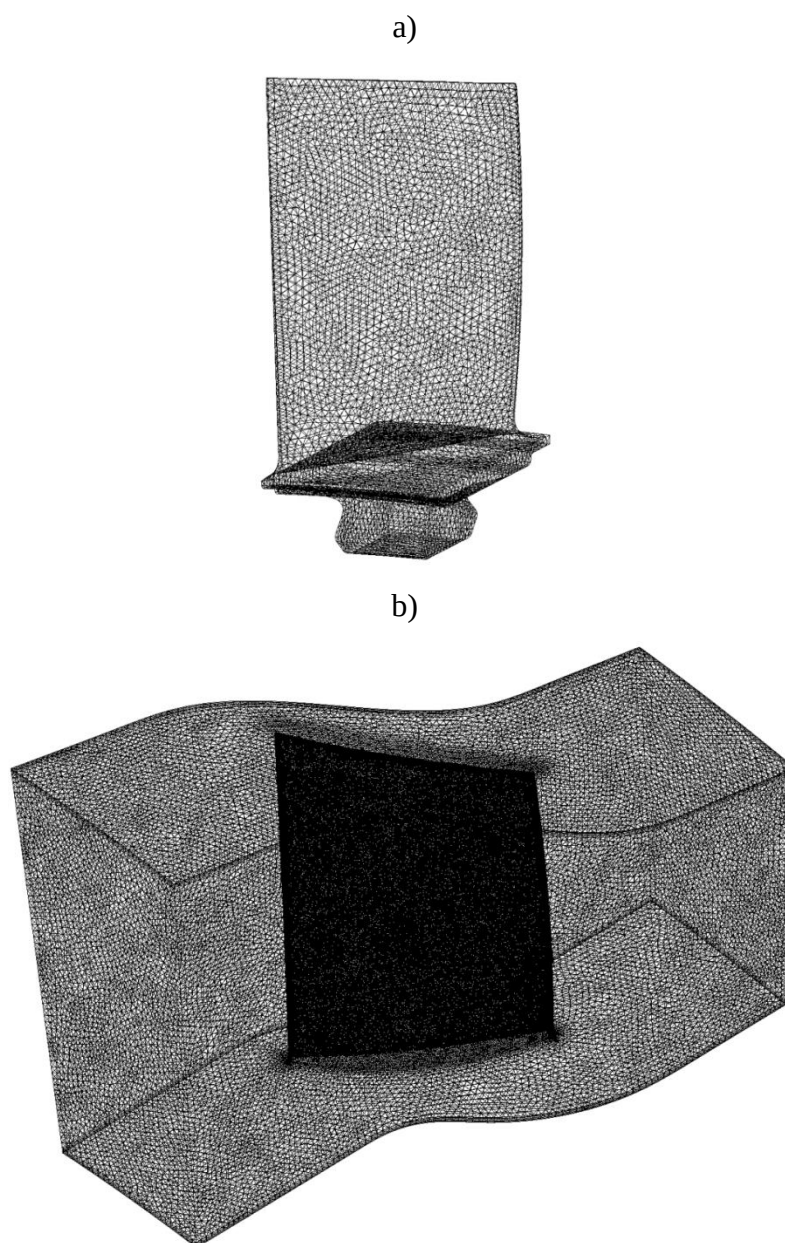
To, jaki rodzaj siatki zostanie zastosowany, zależy głównie od geometrii modelu oraz rodzaju prowadzonych obliczeń.

Siatki strukturalne charakteryzują się regularną strukturą utworzoną przez rodzinę linii wzajemnie się nie przecinających, np. rodzina linii poziomych. Inna opcja doboru linii to taka, gdzie każda linia przecina się tylko raz z sąsiednią rodziną linii, np. linii pionowych. W przypadku siatek trójwymiarowych pozwala to w sposób jednoznaczny numerować węzły siatki przy wykorzystaniu trzech wskaźników (i, j, k). W siatkach strukturalnych trójwymiarowych stosuje się elementy sześciennie (*Hexa*) (rys. 2.12a). Zastosowanie tego typu elementów pozwala uzyskać dokładniejsze wyniki przy niższej liczbie elementów w stosunku do siatki z elementów czworosściennych. Jednak dobre wyniki uzyskuje się wówczas wyłącznie dla obszarów o regularnej geometrii.



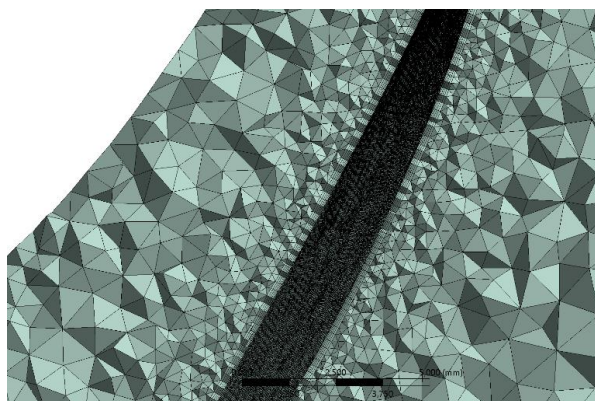
Rysunek 2.12. Elementy dyskretyzujące [127]

Siatki blokowo-strukturalne umożliwiają podział obszaru obliczeniowego na kilka obszarów (bloków), różniących się między sobą budową. Podział na bloki wynika z charakteru rozwiązywanego zagadnienia, np. w obszarach, gdzie przewiduje się duże zmiany parametrów i dąży się do uzyskania dokładniejszych wyników, wprowadza się dodatkowe zagęszczenie siatki, a poza tymi obszarami generuje się siatkę o większych rozmiarach. W przypadku złożonych geometrii wykorzystywane są siatki niestructuralne. Ten typ siatek pozwala dobrze wpasować się w krzywoliniowe powierzchnie obszarów obliczeniowych. W siatkach niestructuralnych trójwymiarowych najczęściej stosowane są elementy czworosściennie lub piramidalne, na brzegach natomiast stosowane są elementy trójkątne. Na rysunku 2.13 przedstawiono przykład siatki niestructuralnej dla modelu łopatk wirnikowej wykonanej na potrzeby symulacji mechanicznych i przepływowych.



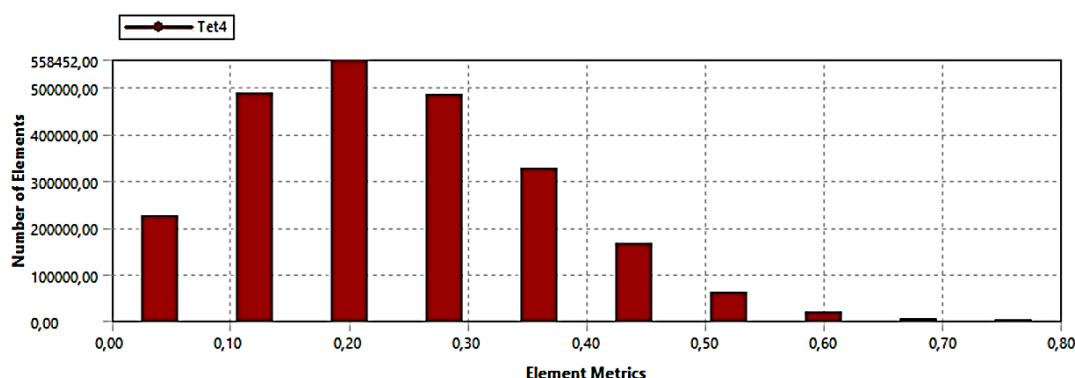
Rysunek 2.13. Niestrukuralna siatka wykonana dla modelu łopatki wirnikowej na potrzeby symulacji mechanicznych (a) i przepływowych (b)

W niektórych geometriach stosowane są także siatki hybrydowe. W zależności od rodzaju analizy, mogą one zawierać zarówno elementy czworościenne, jak i sześciścienne lub pryzmatyczne (rys. 2.12). Przykład siatki hybrydowej z widocznymi elementami pryzmatycznymi w obszarze warstwy przyściennej przedstawiono na rysunku 2.12b. Na rysunku 2.14 przedstawiono dodatkowo przekrój opracowanej siatki hybrydowej wygenerowanej dla łopatki wirnikowej sprężarki osiowej.



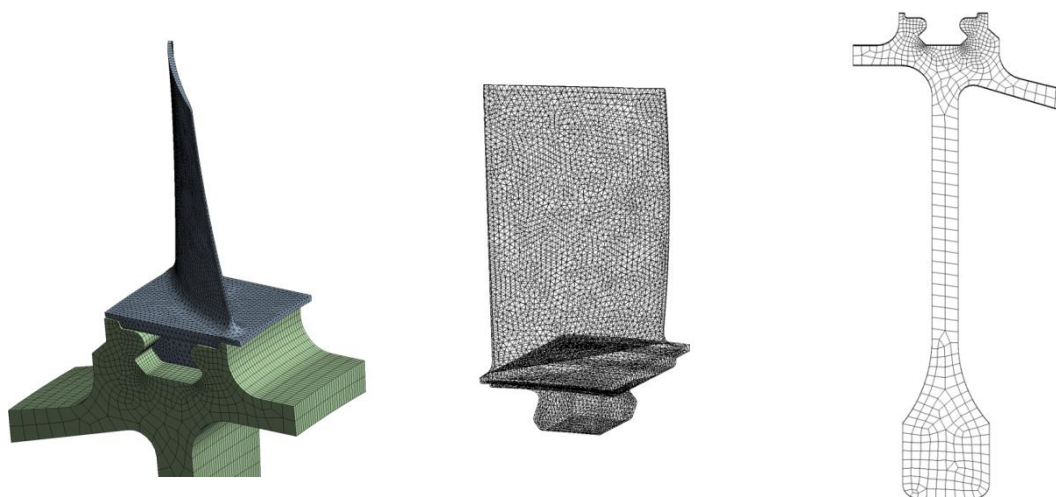
Rysunek 2.14. Siatka hybrydowa w przekroju

Bez względu na to, jaki rodzaj elementu zostanie zastosowany w dyskretyzacji, dobrą praktyką jest, aby przed rozpoczęciem symulacji sprawdzić jakość wygenerowanej siatki obliczeniowej. Jakość ocenia się za pomocą różnych wskaźników określających jak bardzo element siatki różni się od idealnego kształtu. Do najważniejszych wskaźników można zaliczyć wskaźnik ortogonalności elementu (*Orthogonal Quality*), którego wartość nie powinna być mniejsza niż 0,2 (jest on uwzględniany w analizach typu MES). W przypadku siatek trójkątnych ocenia się skośność siatki (*Skeeness*) oraz ortogonalność elementów. Skośność siatki nie powinna przekraczać wartości 1, ponieważ zbyt duża wartość tego wskaźnika wpływa negatywnie na zbieżność rozwiązania i dokładność uzyskanych wyników. Przykładowo, dla siatek hybrydowych zalecane jest, aby wartość skośności była mniejsza od 0,95, a ortogonalność elementu większa od 0,05. Na rysunku 2.15 przedstawiono przykładową analizę wskaźnika skośności wygenerowanej siatki elementów skończonych dla budowanego modelu łopatki.



Rysunek 2.15. Rozkład ilości elementów odpowiadających konkretnym wartościom wskaźnika skośności wygenerowanej siatki elementów skończonych

Dyskretyzacja konstrukcji stopnia wirnikowego ograniczona została do wygenerowania siatki elementów skończonych dla wycinka o kącie $5,29^\circ$, obejmującego jedną łopatkę i zastosowaniu warunku cykliczności, co w rezultacie pozwoliło na zmniejszenie liczby elementów siatki i skrócenie czasu obliczeń. Dodatkowo, w newralgicznych obszarach konstrukcji, jak np. zamek łopatk, wprowadzono odpowiednie zagęszczenia siatki. Model dyskretny przedstawiono na rysunku 2.16.



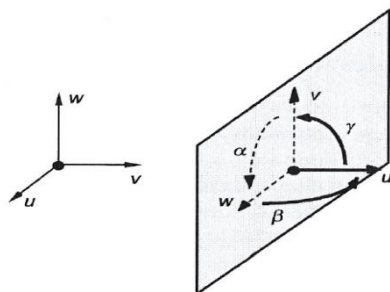
Rysunek 2.16. Model dyskretny stopnia wirnikowego sprężarki

2.3. Warunki brzegowe i zagadnienie kontaktu

W większości zaawansowanych programów do analiz MES jest możliwe definiowanie warunków brzegowych w odniesieniu do modelu geometrycznego (na krawędziach, płaszczyznach, bryłach) lub w odniesieniu do modelu dyskretnego, na elementach lub węzłach. Pierwszy ze sposobów ma tę przewagę, że nie wymaga redefiniowania warunków brzegowych w przypadku modyfikacji siatki elementów skończonych [56]. Rozwiązanie modelu MES, wykorzystywanego w analizie naprężeń, możliwe jest dopiero po zdefiniowaniu przemieszczeniowych warunków brzegowych, odzwierciedlających istniejący sposób podparcia konstrukcji. Brak warunków brzegowych, ich niekompletność lub niejednoznaczność, może powodować tzw. sztywne ruchy konstrukcji (globalny przesuw lub obrót). Matematycznym odpowiednikiem tej niejednoznaczności jest powstanie osobliwości numerycznej, czyli tzw. osobliwej globalnej macierzy sztywności. Konieczne jest, więc odebranie konstrukcji odpowiednich stopni swobody, w przypadku dwuwymiarowych modeli – trzech, a dla trójwymiarowych –

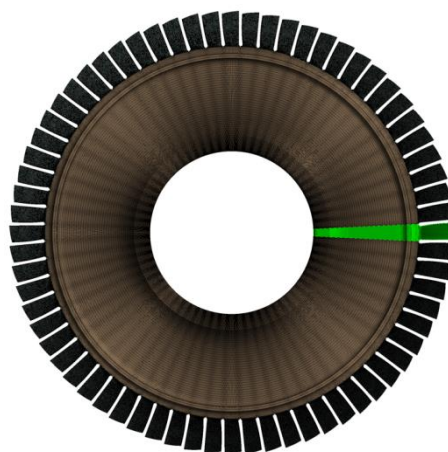
sześciu stopni swobody. Realizuje się to zazwyczaj poprzez narzucenie warunku, że w wybranych węzłach odpowiednie składowe wektora przemieszczeń mają wartość zero [56]. W przypadku, kiedy analizowana konstrukcja charakteryzuje się symetrią kształtu (np. osiową, płaszczyznową, cykliczną) oraz obciążeniami symetrycznymi lub antysymetrycznymi, wówczas analizie może podlegać tylko powtarzalna, symetryczna część modelu. Uwzględnić należy przy tym, tak zwane symetryczne lub antysymetryczne warunki podparcia założone na brzegu (będącym linią lub płaszczyzną symetrii) analizowanej części. W symetrycznym obciążeniu punkty leżące na osi symetrii nie mogą przemieszczać się w kierunku prostopadłym do osi symetrii, a w przypadku antysymetrycznego obciążenia te same punkty nie mogą przemieszczać się w kierunku wyznaczonym przez tę oś, co wynika bezpośrednio z zasady jednoznaczności rozwiązania.

W zagadnieniu trójwymiarowym (rys. 2.17.) symetryczne warunki brzegowe oznaczają, że na płaszczyźnie symetrii zakłada się następujące warunki brzegowe $u=0$, $\beta=0$, $\gamma=0$, a dla przypadku antysymetrycznego obciążenia przyjmuje się warunki typu: $v=0$, $w=0$, $\alpha=0$ [56].



Rysunek 2.17. Stopnie swobody na płaszczyźnie symetrii odbierane w przypadku symetrycznego i antysymetrycznego obciążenia konstrukcji [56]

W obliczeniach MES tarcz wirujących i łopatek najczęściej wykorzystuje się warunek cyklicznej symetrii [56]. Konstrukcja cyklicznie symetryczna zawiera sektory o powtarzalnym kształcie, rozmieszczone obwodowo wokół osi symetrii. Model MES takiej konstrukcji stanowi jeden sektor podstawowy podzielony na elementy skończone. Pozostałe sektory obliczane są na podstawie wyników sektora podstawowego z wykorzystaniem zespolonego szeregu Fouriera [56]. Przykład konstrukcji cyklicznie symetrycznej przedstawiono na rysunku 2.18.



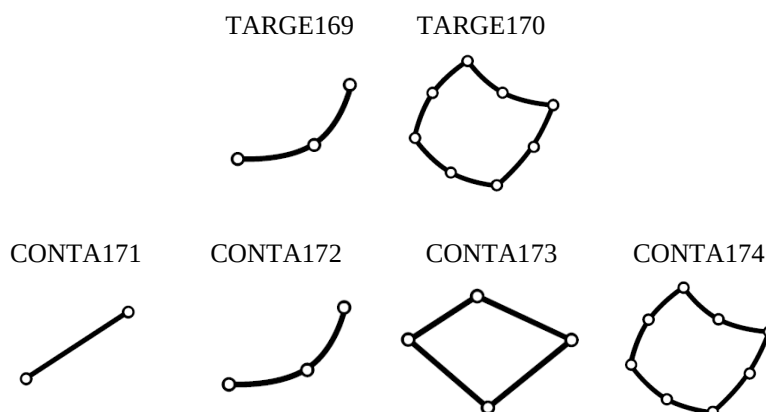
Rysunek 2.18. Konstrukcja cyklicznie symetryczna (na zielono zaznaczono powtarzalny sektor podstawowy)

Największą dokładność rozwiązania uzyskuje się poprzez stosowanie tego samego, najlepiej regularnego podziału na elementy skończone w przekrojach sektora [56]. Podstawową zaletą stosowania warunku cyklicznej symetrii w analizie MES jest oszczędność czasu i mniejsza wielkość plików zawierających model i wyniki analizy.

W analizie stopni wirnikowych z klasycznymi połączeniami zamkowymi dodatkowe trudności wprowadza konieczność uwzględnienia kontaktu na powierzchniach stykających się ciał, zwłaszcza, gdy strefa kontaktu nie jest dokładnie znana lub gdy kontaktujące się powierzchnie ciał mogą wchodzić w kontakt lub tracić go w sposób trudny do przewidzenia. Ponadto, konieczność uwzględnienia tarcia, wprowadza nieliniowość i może powodować trudności w uzyskiwaniu zbieżności procesu iteracyjnego [48; 56]. Zasadniczo wyróżnić można dwie klasy zagadnień kontaktu [56]:

- sztywno-podatny (stosowany w przypadku, gdy występuje duża dysproporcja między sztywnością kontaktujących się ciał np., guma/stal),
- podatno-podatny (kontakt między ciałami sprężystymi, występuje w przypadku kontaktu ciał o zbliżonej wartości modułu Younga).

W zadaniu kontaktu ważne jest zdefiniowanie strefy potencjalnego kontaktu reprezentowanego przez węzły brzegowe lub elementy związane z powierzchnią brzegową. Dostępnych jest pięć podstawowych modeli kontaktu: węzeł-węzeł, węzeł-powierzchnia, powierzchnia-powierzchnia, linia – linia i linia – powierzchnia. Każdy typ kontaktu wymaga używania innego zestawu elementów kontaktu [56]. Przykładowo, w programie ANSYS Workbench na powierzchniach styku generowane są elementy kontaktowe bierne typu TARGET oraz czynne typu CONTACT (rys. 2.19).



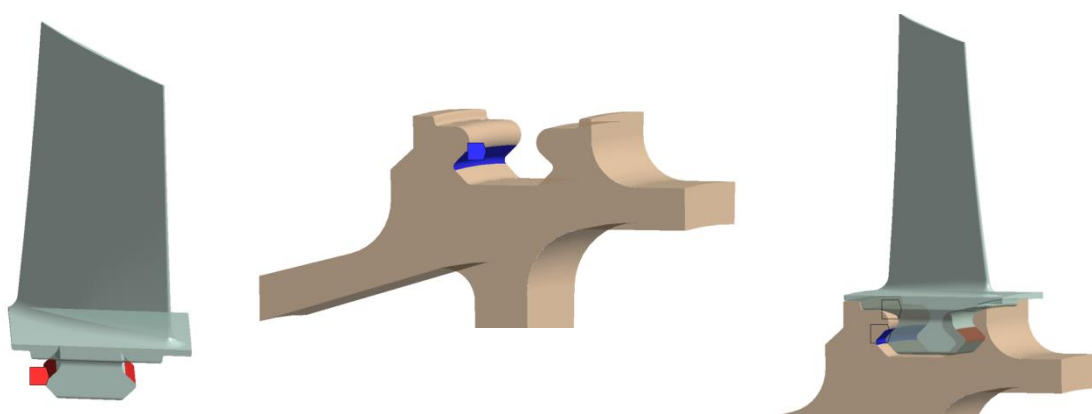
Rysunek 2.19. Elementy kontaktowe typu TARGE i CONTACT [132]

W analizie kontaktu stosowane są poniższe typy kontaktu [48; 132]:

- liniowy kontakt związany (służy do sztywnego łączenia brył, gdy nie występuje poślizg i rozdzielanie między powierzchniami lub krawędziami);
- liniowy kontakt bez rozdzielania (może być stosowany do modelowania liniowego kontaktu obrotowego w przegubach walcowych lub kulistych bez tarcia);
- nieliniowy kontakt bez tarcia (strefy kontaktu mogą zmieniać się w trakcie narastania obciążenia, założona jest zerowa wartość współczynnika tarcia, pozwalając na swobody poślizg);
- nieliniowy szorstki kontakt (model doskonale szorstkiego kontaktu, gdzie nie występuje poślizg, co jest równoważne nieskończonemu współczynnikowi tarcia pomiędzy stykającymi się obiektami);
- nieliniowy kontakt tarciowy (dwie kontaktujące się powierzchnie mogą przenosić naprężenia styczne do pewnej wielkości w styku zanim zaczną się względny poślizg między nimi, zdefiniowany współczynnik tarcia ma wartość większą od zera).

W analizie stopni wirnikowych sprężarek, w których występują połączenia łopatek wirnikowych z tarczami nośnymi, uwzględniany jest głównie model z nieliniowym kontaktem tarciowym. Model ten wymaga zdefiniowania wartości współczynnika tarcia i uwzględnienia wpływu zadanej wartości na rozkład naprężeń i przemieszczeń. Z przyjęciem takiego modelu kontaktu w analizie konstrukcji wirnikowych spotkano się między innymi w pracach [53; 62; 125]. Wartość współczynnika tarcia przyjmowano z zakresu $0,1 \div 0,5$, bazując na danych literaturowych. W przeprowadzonych analizach MES dla współczynnika tarcia w kontakcie łopátka - tarcza przyjęto wartość 0,2.

W programie ANSYS Workbench Mechanical definiowanie kontaktu odbywa się poprzez wskazanie odpowiednich płaszczyzn na obiektach, między którymi przewidywany jest kontakt. Wybór płaszczyzn wynika natomiast z rodzaju współpracy między elementami. I tak, w przypadku połączenia zamkowego łopatki – tarcza, przewidywanymi płaszczyznami kontaktu, będą: górne powierzchnie części trapezowej zamka łopatki (zaznaczone czerwonym kolorem na rys. 2.20) i powierzchnie wewnętrzne w części wieńcowej tarczy (zaznaczone kolorem niebieskim na rys. 2.20).



Rysunek 2.20. Definiowanie powierzchni kontaktu na zamku łopatki (kolor czerwony) i w części wieńcowej tarczy (kolor niebieski) w połączeniu łopatka – tarcza

Zadawanie warunków brzegowych w zagadnieniu przepływu przez wieńce łopatkowe sprężarek osiowych odbywa się na poziomie tworzenia geometrii obszaru obliczeniowego i generacji siatki. Polega na wskazaniu odpowiednich powierzchni w obszarze obliczeniowym, reprezentujących następujące warunki brzegowe [131]: wlot (*inlet*), wylot (*outlet*), ściana (*wall*), osiowa symetria (*axis*), symetria (*symmetry*) i okresowość (*periodic*). Przydatną praktyką jest przypisywanie nazw warunków brzegowych wskazywanym powierzchniom zgodnie z warunkami brzegowymi przypisanymi w programie Fluent. W module *Mesh*, programu ANSYS, służy do tego funkcja *Create Named Section*. Zadane warunki i przypisane im powierzchnie przedstawiono poniżej:

1. *Inlet* (Wlot do stopnia sprężarki) – Warunek brzegowy: *Pressure Inlet*
2. *Outlet* (Wylot ze stopnia sprężarki) – Warunek brzegowy: *Pressure Outlet*
3. *Hub* (Tarcza/Element nośny) – Warunek brzegowy: *Wall*
4. *Shroud* (Osłona zewnętrzna) – Warunek brzegowy: *Wall*

Dodatkowo, ponieważ w analizowanym przypadku, ograniczono się do budowy tylko niewielkiego powtarzającego się elementu stopnia wirnikowego, nałożone zostały tzw. periodyczne warunki brzegowe, które pozwalają na uwzględnienie interferencji między kolejnymi elementami modelu.

2.4. Stopień sprężarki o konstrukcji integralnej

Sprężarki ze stopniami o konstrukcji integralnej (technologia BLISK) znajdują obecnie szerokie zastosowanie w silnikach, w których zapotrzebowanie na duże masowe natężenie przepływu sprężarek wysokiego ciśnienia jest optymalizowane w związku z potrzebą osiągnięcia maksymalnego stosunku ciągu do masy.

W niniejszym rozdziale przedstawiono metodykę projektowania stopnia integralnego typu BLISK bazując na odtworzonej wcześniej (rozdział 2.1) geometrii stopnia wirnikowego sprężarki silnika turbowentylatorowego.

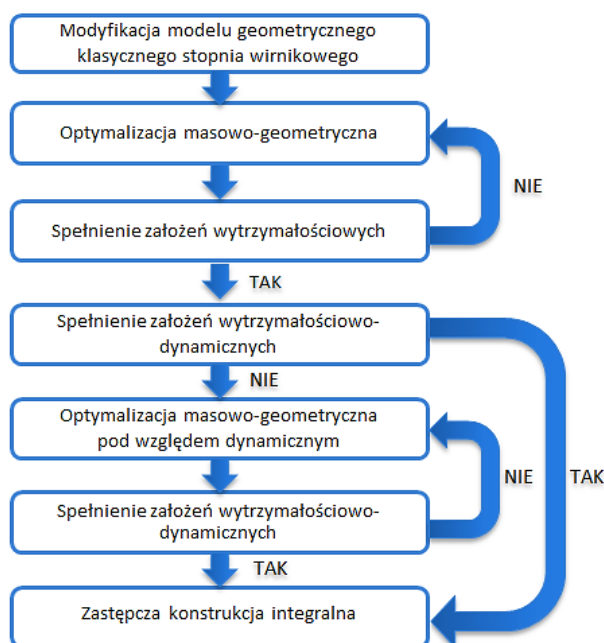
Jak już wspomniano, głównym założeniem przyjętym przy opracowaniu koncepcji stopnia typu BLISK jest zastąpienie istniejącego stopnia wirnikowego sprężarki o klasycznej konstrukcji zamkowej, lżejszym stopniem wirnikowym o konstrukcji integralnej. Zastosowanie konstrukcji integralnych pozwala znacząco zredukować masę stopnia przy zachowaniu wymagań konstrukcyjnych oraz znacząco poprawić przy tym sprawność silnika. Dlatego też w opracowanej metodyce skupiono się głównie na geometrii tarczy, zwracając także szczególną uwagę na obszar połączenia łopatek z tarczą. W związku z powyższym, wprowadzono następujące założenia:

- wszelkie mocowania wirnika do wału oraz uszczelnienia pozostają bez zmian;
- geometria, jak i profil pióra łopatki pozostają niezmienione.

Główne etapy projektowania modelu integralnego stopnia sprężarki przedstawiono na rysunku 2.21.

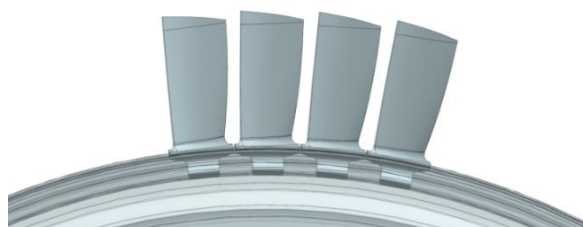
Do opracowania modelu geometrycznego wykorzystano zintegrowany system Siemens NX, obliczenia wytrzymałościowe integralnego stopnia wykonano natomiast przy użyciu środowiska ANSYS Workbench.

Budowa obiektu wirtualnego obejmowała przygotowanie geometrii wyjściowej. Geometrią wyjściową, jak już zaznaczono na początku, był trójwymiarowy model stopnia wirnikowego sprężarki wysokiego ciśnienia (rys. 2.8). Sposób budowy takiego obiektu, z wykorzystaniem metod odwzorowania rzeczywistej geometrii, opisano szczegółowo w rozdziale 2.1.

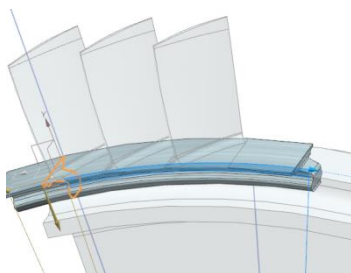


Rysunek 2.21. Etapy projektowania integralnego modelu zastępczego

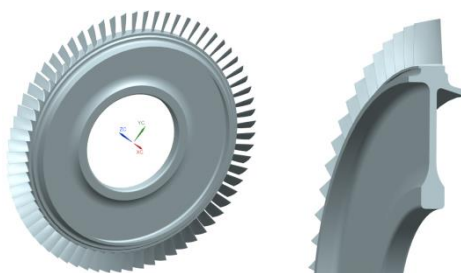
Pierwsza z rozpatrzonych modyfikacji modelu geometrycznego obejmowała wyeliminowanie połączenia zamkowego łopatki – tarcza w taki sposób, żeby tarcza nośna i łopatki tworzyły jedną bryłę. W programie Siemens NX, do scalania (dodawania) elementów bryłowych wykorzystywana jest funkcja *Unite*. Jednak w przypadku zamków obwodowych samo „dodanie” elementów jest jednak niewystarczające, ponieważ zamki nie wypełniają w całości rowka wytoczonego na obwodzie części wieńcowej (rys. 2.22). W rezultacie pozostałyby puste przestrzenie na całym obwodzie tarczy. Aby tego uniknąć, należało zamodelować dodatkowy obiekt w formie pierścienia poprzez „obrotowe wyciągnięcie” krawędzi płaszczyzny bocznej zamka łopatki (rys. 2.23). Uzyskaną konstrukcję przedstawiono na rysunku 2.24.



Rysunek 2.22. Rozmieszczenie zamków łopatek w wieńcu



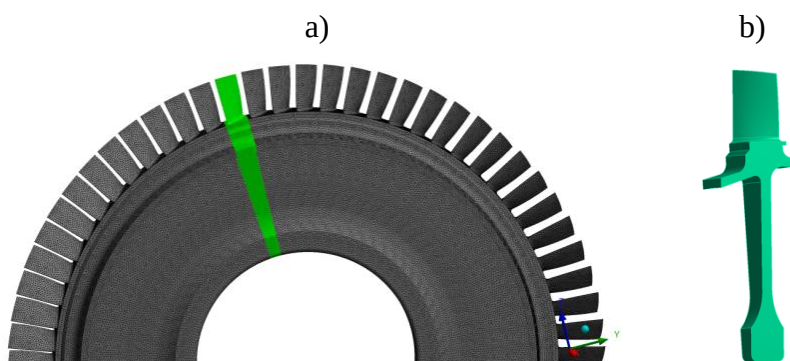
Rysunek 2.23. Dodatkowy element pierścieniowy



Rysunek 2.24. Konstrukcja integralna stopnia

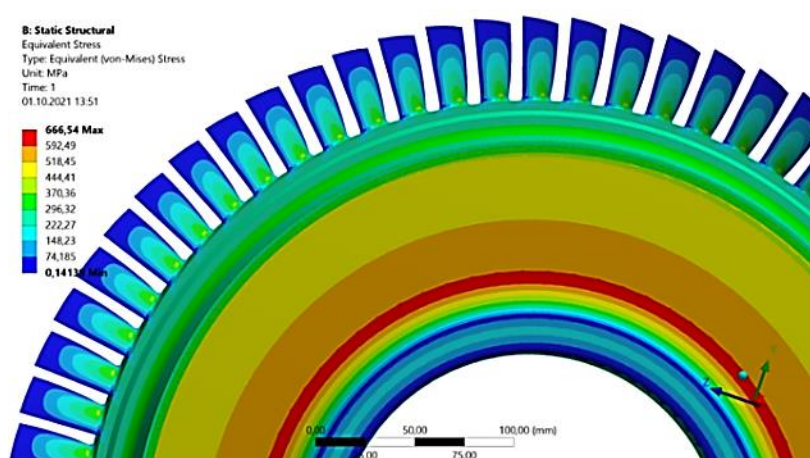
Kolejny etap to numeryczna optymalizacja masowo-geometryczna integralnej konstrukcji stopnia sprężarki, której celem była minimalizacja masy stopnia przy zachowaniu podobnych wartości naprężeń i odkształceń, jakie występowały w konstrukcji wyjściowej (z zamkiem). Obliczenia wykonano metodą elementów skończonych w programie ANSYS Workbench. Na początku określono rozkład naprężeń i odkształceń zamodelowanej konstrukcji integralnej i porównano z wynikami uzyskanymi dla konstrukcji klasycznej. Obciążenie, w tym przypadku, stanowiły siły odśrodkowe działające na masę tarczy, wynikające z zadanych prędkości obrotowych. Celem analizy było wyznaczenie rozkładu naprężeń zredukowanych (von Mises) i określenie obszarów biorących minimalny udział w przenoszeniu obciążeń.

Należy zauważyć, że analizowana konstrukcja charakteryzuje się cykliczną symetrią, stąd też w analizie uwzględniano tylko wycinek tarczy, co pozwoliło na znaczne skrócenie czasu budowania siatki obliczeniowej, jak i samych obliczeń. Cykliczną symetrię zdefiniowano natomiast wykorzystując funkcję *Symmetry – Cyclic*. Ponieważ metodyka budowania siatki obliczeniowej opisana została w rozdziale 2.2, poniżej przedstawiono już gotowy model dyskretny analizowanej konstrukcji (rys. 2.25).



Rysunek 2.25. Model dyskretny tarczy integralnej jako wynik zastosowania warunku cyklicznej symetrii (a) oraz rozpatrywany wycinek tarczy (b)

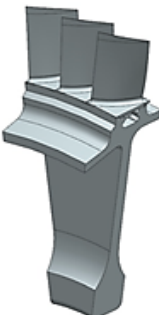
W wyniku analizy numerycznej uzyskano rozkłady naprężeń promieniowych, obwodowych oraz zredukowanych dla kilku wybranych zakresów prędkości obrotowej wirnika sprężarki, których przykład przedstawiono na (rys. 2.26). Następnie, w oparciu o te wyniki, zmodyfikowano geometrię elementu nośnego poprzez usunięcie materiału, z obszarów, które tylko w niewielkim stopniu biorą udział w przenoszeniu obciążenia (rys. 2.27).



Rysunek 2.26. Przykładowy rozkład naprężeń zredukowanych w integralnej tarczy wirnikowej sprężarki przy $N_2 = 85\%$ wartości maksymalnej

Wprowadzone zmiany w geometrii konstrukcji integralnej pozwoliły na zmniejszenie masy stopnia wirnikowego o 28% w stosunku do klasycznej konstrukcji z zamkiem. Osiągnięta oszczędność masy, wpłynęła jednak niekorzystnie na własności dynamiczne konstrukcji, ponieważ konstrukcja wykazywała duże amplitudy drgań. Stąd też, kolejny etap optymalizacji masowo-geometrycznej uwzględniał dodatkowy warunek, że konstrukcja integralna powinna osiągać podobne częstotliwości i amplitudy drgań, jak konstrukcja klasyczna. Modyfikacja geometrii wykonana z uwzględnieniem powyższego

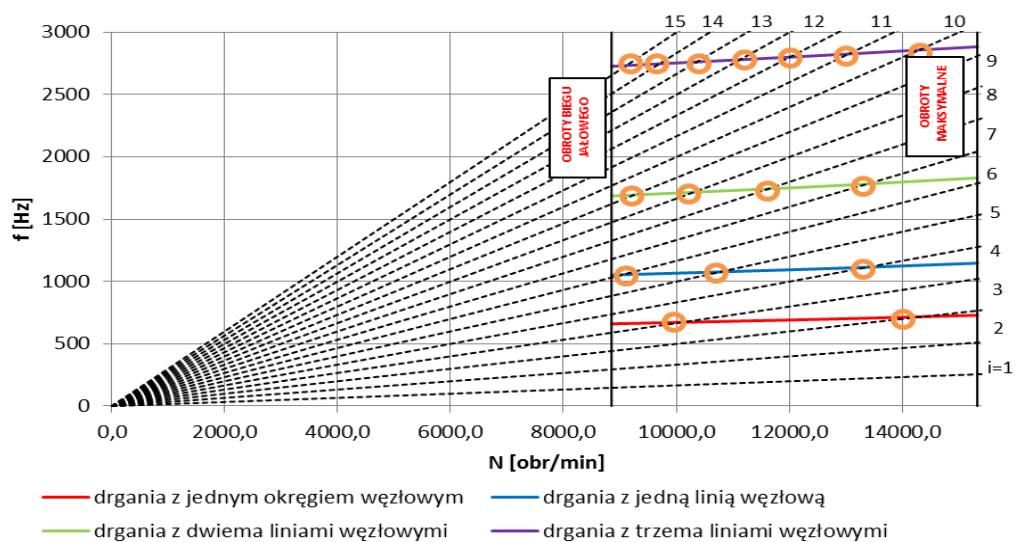
warunku, pozwoliła na zmniejszenie masy stopnia integralnego o około 22% (rys. 2.27) w stosunku do konstrukcji z zamkiem.

Konstrukcja klasyczna	I modyfikacja modelu	Konstrukcja integralna (BLISK) (etap optymalizacji masowej)	Konstrukcja integralna (BLISK) (etap optymalizacji dynamicznej)
		 -28%	 -22%
Masa wycinka [kg]			
0,657	0,675	0,474	0,510
Masa stopnia [kg]			
14,886	15,288	10,737	11,580

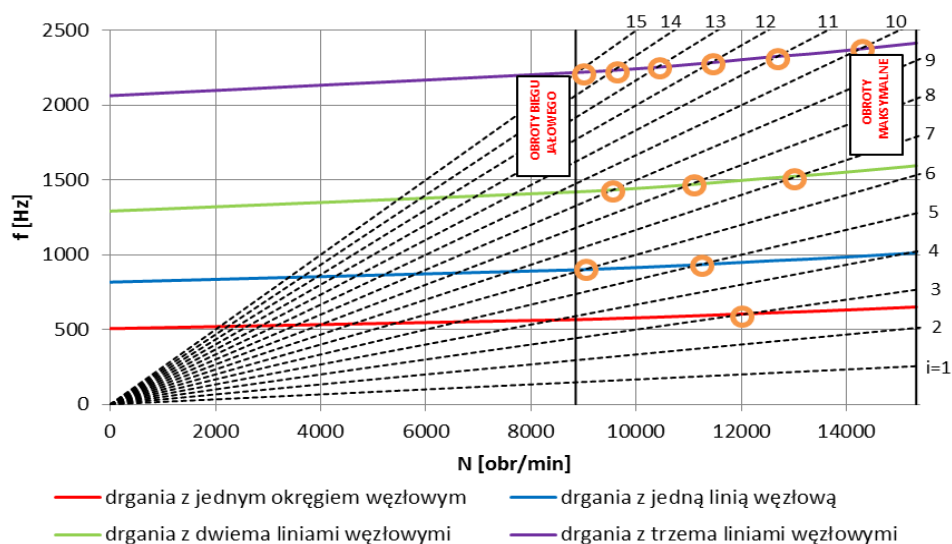
Rysunek 2.27. Etapy projektowania zastępczego modelu BLISK

Wykonana analiza dynamiczna badanych układów konstrukcyjnych, klasycznego z zamkiem i integralnego BLISK, pozwoliła na wyznaczenie i porównanie częstotliwości drgań własnych przy różnych prędkości obrotowych, a także na ocenę wpływu rodzaju połączenia łopatka – tarcza na wartość częstotliwości i postacie drgań własnych konstrukcji. Na podstawie przeprowadzonej analizy opracowano wykresy Campbella dla rozpatrywanego połączenia klasycznego (rys. 2.28), a także dla stopnia typu BLISK (rys. 2.29).

Na opracowanych diagramach zaznaczono prędkość obrotowa biegu jałowego i maksymalną wartość prędkości obrotowej wirnika wysokiego ciśnienia. Analizując wykreślone diagramy, można zauważyć, że opracowana zastępcza konstrukcja integralna charakteryzuje się zbliżoną liczbą rezonansów w zakresie eksploatacyjnych prędkości obrotowych oraz możliwością ich wystąpienia w sposób podobny jak w konstrukcji z połączeniem zamkowym.



Rysunek 2.28. Wykres Campbella dla konstrukcji klasycznej



Rysunek 2.29. Wykres Campbella dla konstrukcji BLISK

Opracowane geometrie stopnia wirnikowego sprężarki osiowej są geometriami wyjściowymi dla dalszych etapów pracy, w tym parametryzacji i analizy wrażliwości.

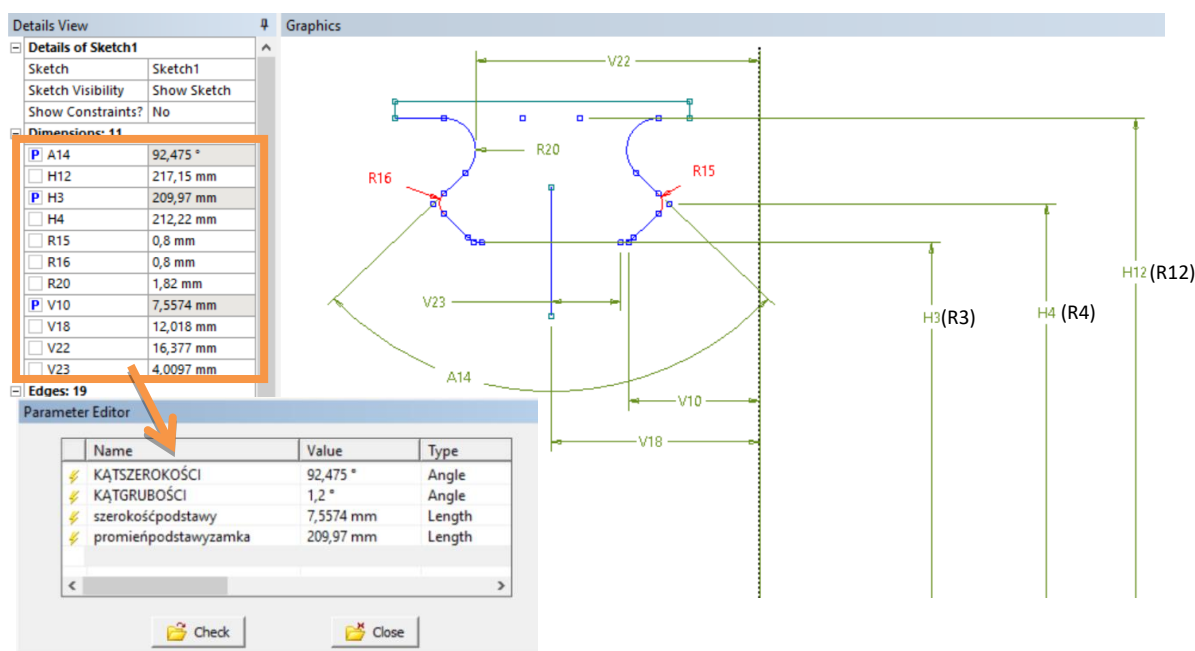
(strona celowo pozostawiona pusta)

3. Identyfikacja parametrów geometrycznych sprężarki pod kątem parametryzacji

Obecnie symulacje komputerowe wykorzystywane są do dokładnego oszacowywania zachowania się konstrukcji przy założonych wymiarach geometrycznych, warunkach brzegowych czy własnościach materiałowych. W projektowaniu zawsze jednak pozostaje pytanie, co by było, gdyby? Co się stanie, gdy zastosuje się inny materiał? Co się stanie, jeżeli zastosuje się inny wymiar geometryczny lub zmieni obciążenie? W takich przypadkach, rozważania często sprowadzają się do sprawdzenia określonej liczby wariantów obliczeniowych, poprzez zastosowanie parametryzacji w analizach MES.

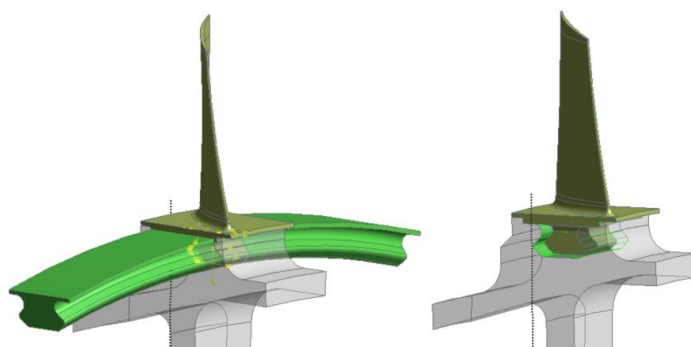
3.1. Parametryzacja geometrii stopnia wirnikowego sprężarki

W poniższym rozdziale przedstawiony został proces parametryzacji geometrii dwóch typów konstrukcji stopnia wirnikowego sprężarki: klasycznego z zamkiem oraz integralnego typu BLISK. Do przygotowania modeli parametrycznych wykorzystano moduł Design Modeler współpracujący z programem ANSYS Workbench.



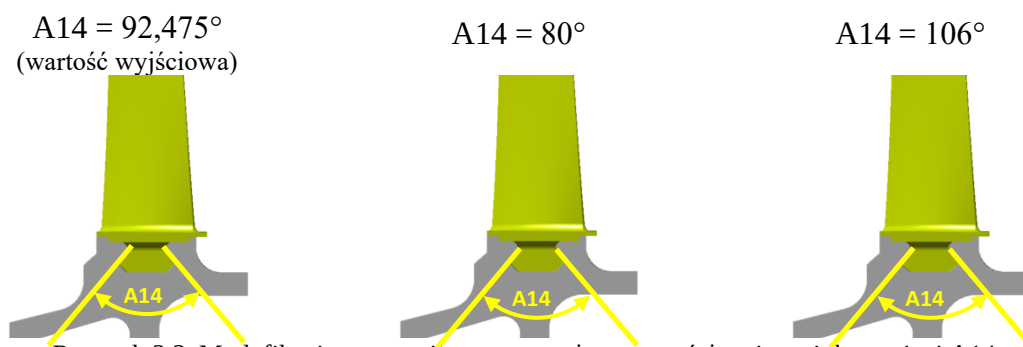
Rysunek 3.1. Wymiarowanie geometrii i definiowanie parametrów zamka w ANSYS Design Modeler

Opracowanie modelu parametrycznego w module Design Modeler rozpoczęto od utworzenia geometrii przekroju zamka łopatki i zwymiarowania go. Zwymiarowanie geometrii pozwala na późniejsze określenie wymiarów sterujących i wymiarów sterowanych. Wymiary sterujące są zmiennymi decyzyjnymi (oznaczone są dużą literą P w zakładce wymiarów, edytować je można tylko z poziomu edytora parametrów). Pozostałe wymiary są zmiennymi sterowanymi, dla których możemy definiować tzw. więzy parametryczne (rys. 3.1). Żeby możliwa była modyfikacja geometrii stopnia, zgodnie z określonymi zmiennymi decyzyjnymi, konieczne jest scalenie geometrii utworzonej w module Design Modeler z wcześniej utworzonym modelem geometrycznym stopnia wirnikowego. Uzyskuje się to poprzez import geometrii zawierającej wycinek tarczy z jedną łopatką i połączenie ich z modelem odwzorowującym zamek łopatki (rys. 3.2.)



Rysunek 3.2. Transformacja wymiarowego modelu geometrycznego stopnia wirnikowego sprężarki w model parametryczny

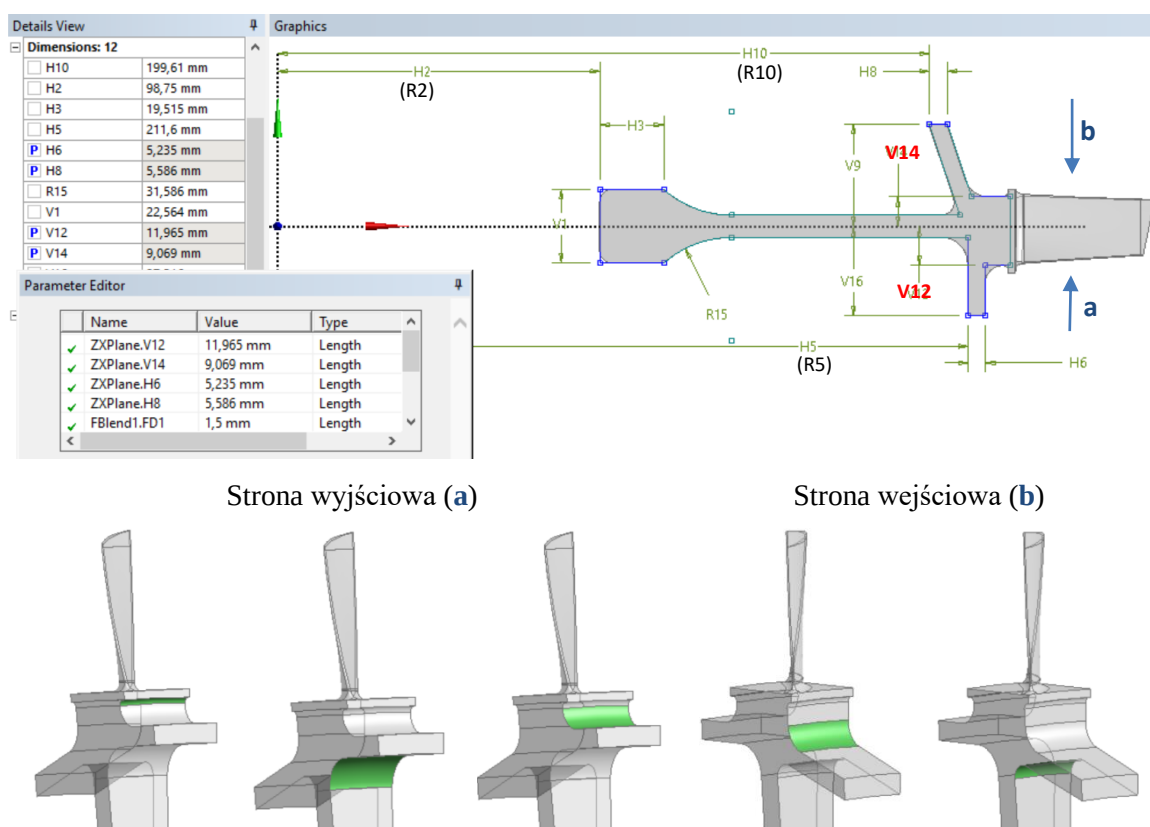
Tak utworzony model parametryczny pozwala na bieżąco modyfikować geometrię zamka łopatki i części wieńcowej tarczy w zależności od definiowanych zmiennych decyzyjnych. Na rysunku 3.3 przedstawiono przykładowe geometrie, w których zmianie ulega kąt szerokości³ A14.



Rysunek 3.3. Modyfikacja geometrii poprzez zmianę wartości zmiennej decyzyjnej A14

³ Nazwa kąt szerokości odpowiada kątowi pochylenia powierzchni bocznych zamka trapezowego.

Model parametryczny opracowano także dla konstrukcji integralnej typu BLISK. W tym przypadku parametryzacji podlegała tarcza stopnia wirnikowego poprzez wybrane powierzchnie. Do tego celu wykorzystano przekroju, na bazie posiadanej geometrii stopnia wirnikowego, przekrój tarczy. Ponadto jako zmienne decyzyjne zdefiniowano także, wprowadzone już w geometrii trójwymiarowej, promienie zaokrągleń wybranych powierzchni części wieńcowej tarczy. Opracowany model parametryczny przedstawiono na rysunku 3.4, gdzie na zielono zaznaczone są uwzględnione powierzchnie.



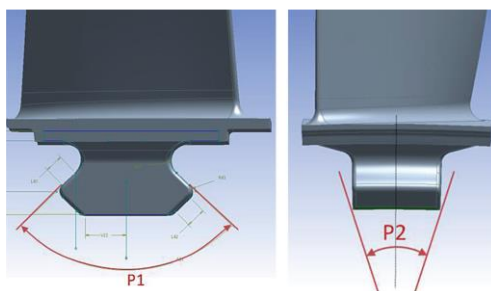
Rysunek 3.4. Model parametryczny sekcji wieńca wirnikowego w konfiguracji integralnej

3.2. Analiza parametryczna z uwzględnieniem obciążeń od sił masowych

Celem wykonanej analizy parametrycznej było przeanalizowanie wpływu zmian wybranych parametrów geometrycznych na wartości naprężeń zredukowanych, przemieszczeń i odkształceń względnych w konstrukcji, przy podstawowym obciążeniu. W tym przypadku obciążenie pochodziło tylko od sił masowych wynikających z zadanej prędkości obrotowej. Analizie poddano dwa typy konstrukcji, konstrukcję klasyczną z połączeniem zamkowym i konstrukcję integralną. Bazę stanowiły opracowane we wcześniejszych etapach pracy modele geometryczne. Dodatkowo, w obu przypadkach

narzucony był warunek zachowania gabarytów silnika, stąd też nie brano pod uwagę parametrów mogących zmienić wymiary promieniowe stopnia wirnikowego.

W konstrukcji klasycznej uwzględniono dwa główne parametry geometryczne zamka: P1 – kąt szerokości (tj. kąt pochylenia powierzchni bocznych zamka – wymiar A14 na rys. 3.1) i P2 – kąt definiujący grubość zamka. Parametry zaznaczono schematycznie na rysunku 3.5.

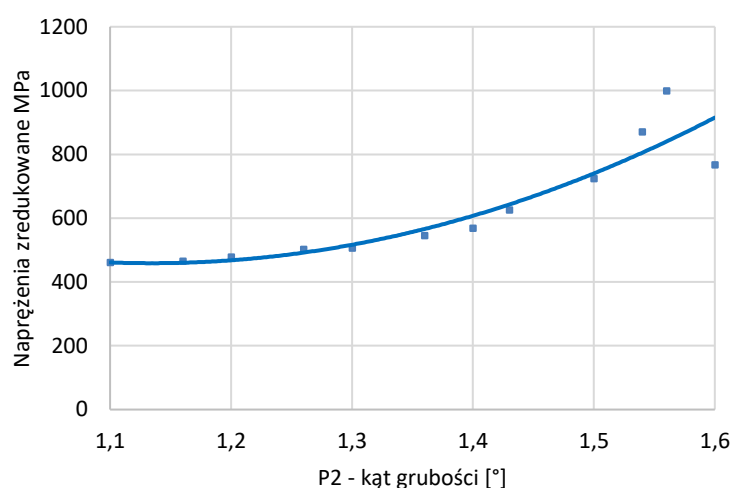


Rysunek 3.5. Parametry geometryczne zamka stopnia wirnikowego sprężarki

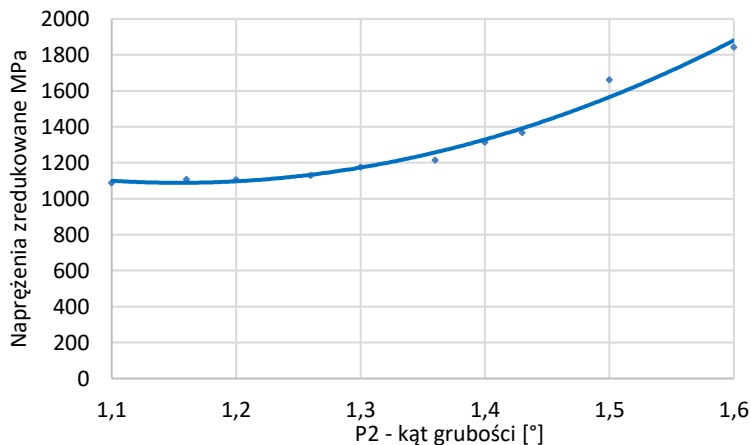
Na rysunkach 3.6÷3.9 przedstawiono wykresy obrazujące wpływ parametru P2 na naprężenia zredukowane w stopniu wirnikowym, przemieszczenia i odkształcenia względne przy prędkości obrotowej odpowiadającej kolejno 100% N_2 i 65% N_2 . Wartość przyjętej prędkości obrotowej wynika z rzeczywistych zakresów pracy turbowentylatorowego silnika, gdzie wartość 15183 [obr/min] odpowiada 100% prędkości obrotowej wirnika wysokiego ciśnienia N_2 . Wartość parametru P2 zmieniała się w zakresie od $1,1^\circ$ do $1,6^\circ$. Wartość referencyjna parametru, wynikająca z odwzorowanej rzeczywistej geometrii zamka łopatk, wynosiła $1,2^\circ$.

W przypadku naprężeń zredukowanych, bardzo wyraźnie widać, że zwiększanie wartości parametru P2 powoduje dość istotny wzrost maksymalnych naprężeń zredukowanych w stopniu wirnikowym, tym większy im większa prędkość obrotowa wirnika. Jak można zauważyć na rys. 3.6 i 3.7, najbardziej intensywny wzrost następuje po przekroczeniu wartości $1,3^\circ$, o około 55% w przypadku prędkości 65% N_2 i 61% dla 100% N_2 . Natomiast dla wartości od $1,1^\circ$ do około $1,25^\circ$, naprężenia pozostają na praktycznie niezmiennym poziomie. Jak można też zauważyć, dla maksymalnych wartości tego parametru, naprężenia zredukowane, przy 100% N_2 znacznie przekraczają dopuszczalne naprężenia dla zastosowanego materiału (rys. 3.7), w tym przypadku stopu Inconel 718. Podobna sytuacja występuje w przypadku wyznaczonych odkształceń względnych (rys. 3.8–3.9). W przypadku przemieszczeń można zauważyć, że w zakresie

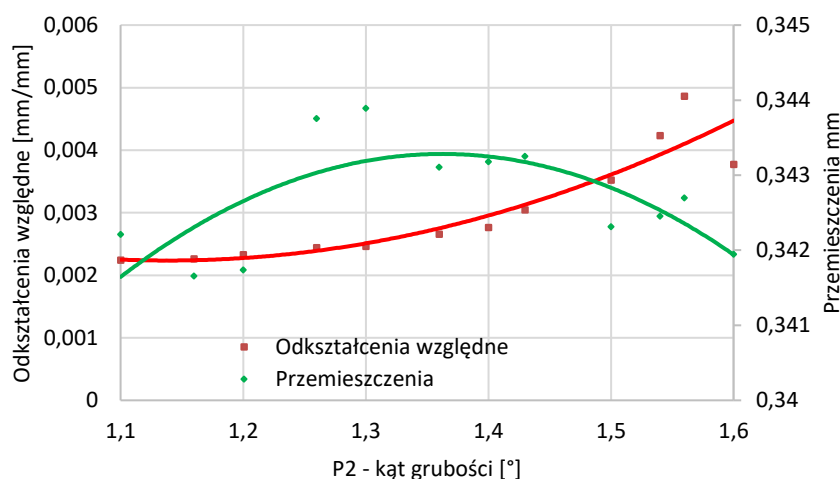
mniejszych prędkości obrotowych, dla wartości $1,1^\circ$ do $1,35^\circ$ parametru P2, wartość przemieszczeń rośnie, jednak wzrost ten jest bardzo niewielki. Po przekroczeniu wartości $1,4^\circ$ przemieszczenia maleją (rys. 3.8). Dla prędkości 100% N_2 , przemieszczenia maleją wraz ze wzrostem kąta grubości P2 (rys. 3.9). W obu przypadkach zmiana wartości przemieszczeń jest jednak niewielka, nie przekracza 0,5%.



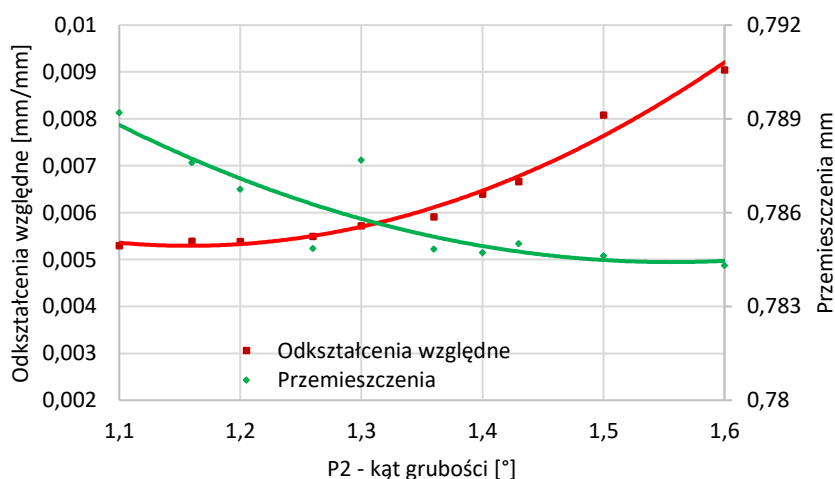
Rysunek 3.6. Wpływ zmiany parametru P2 na naprężenia zredukowane przy $P1 = 92, 475^\circ$ i 65% N_2



Rysunek 3.7. Wpływ zmiany parametru P2 na naprężenia zredukowane przy $P1 = 92, 475^\circ$ i 100% N_2

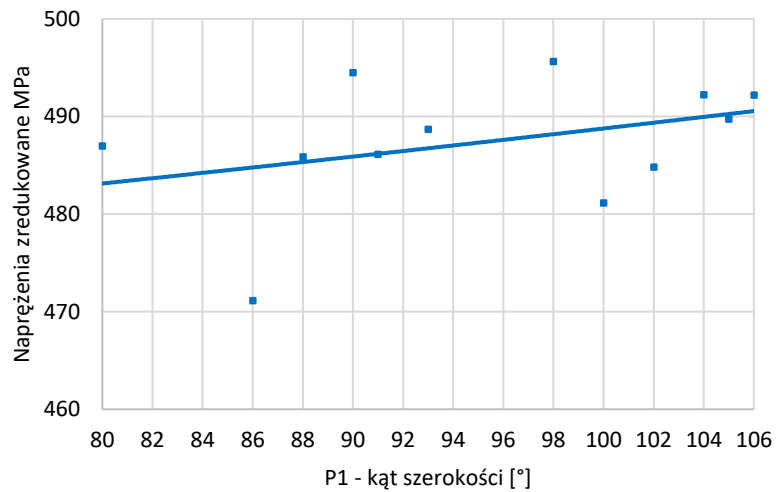


Rysunek 3.8. Wpływ zmiany parametru P2 na odkształcenia względne i przemieszczenia przy
 $P1 = 92,475^\circ$ i 65% N_2

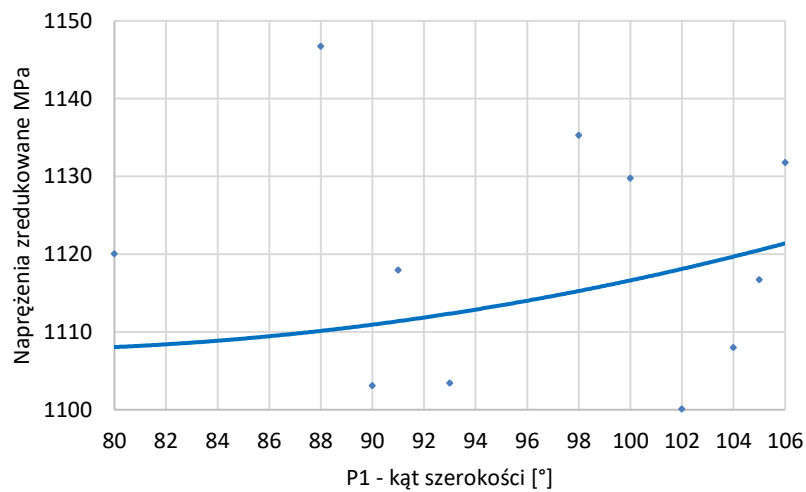


Rysunek 3.9. Wpływ zmiany parametru P2 na odkształcenia względne i przemieszczenia przy
 $P1 = 92,475^\circ$ i 100% N_2

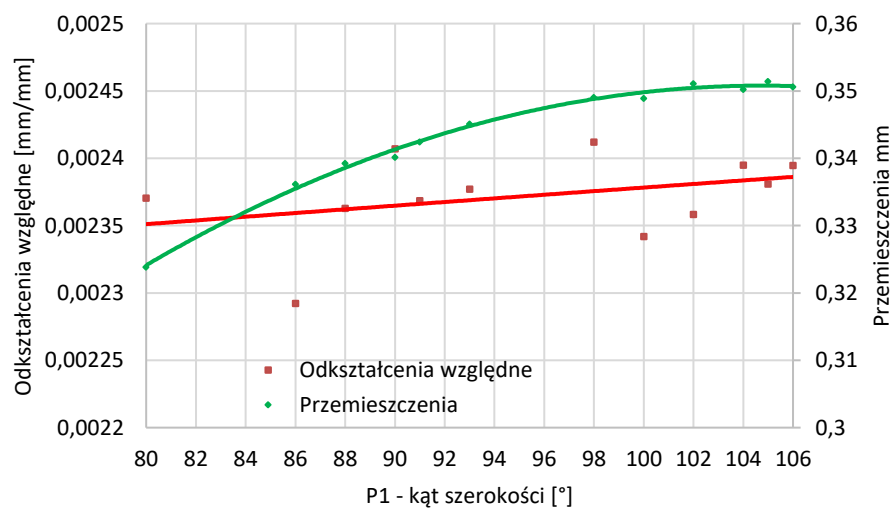
Na rysunkach 3.10÷3.13 przedstawiony został wpływ parametru P1 na naprężenia zredukowane, przemieszczenia i odkształcenia względne przy prędkości obrotowej odpowiadającej kolejno 65% N_2 i 100% N_2 . Parametr P1 zmieniał się w granicach od 80 do 106°, wartość wyjściowa tego parametru wynosiła natomiast 92,475°. Jak można zauważyć na poniższych wykresach, wzrost wartości parametru P1 pociąga za sobą niewielki wzrost naprężeń zredukowanych i odkształceń względnych, na poziomie 2%. Podobnie sytuacja wygląda w przypadku przemieszczeń, które rosną wraz ze wzrostem kąta szerokości zamka, jednak wzrost ten jest na poziomie 7,5%, a dodatkowo już od wartości 98° w zasadzie pozostają na stałym poziomie.



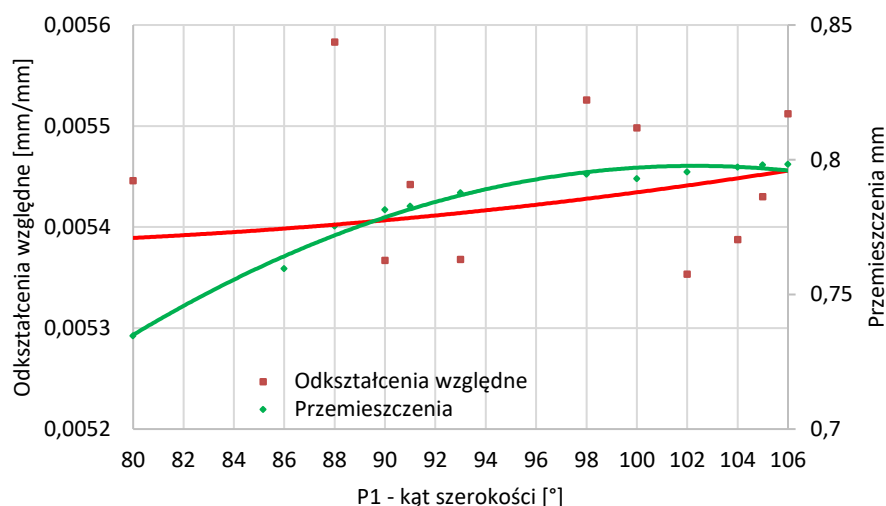
Rysunek 3.10. Wpływ zmiany parametru P1 na naprężenia zredukowane przy $P2 = 1,2^\circ$ i 65% N_2



Rysunek 3.11. Wpływ zmiany parametru P1 na naprężenia zredukowane przy $P2 = 1,2^\circ$ i 100% N_2



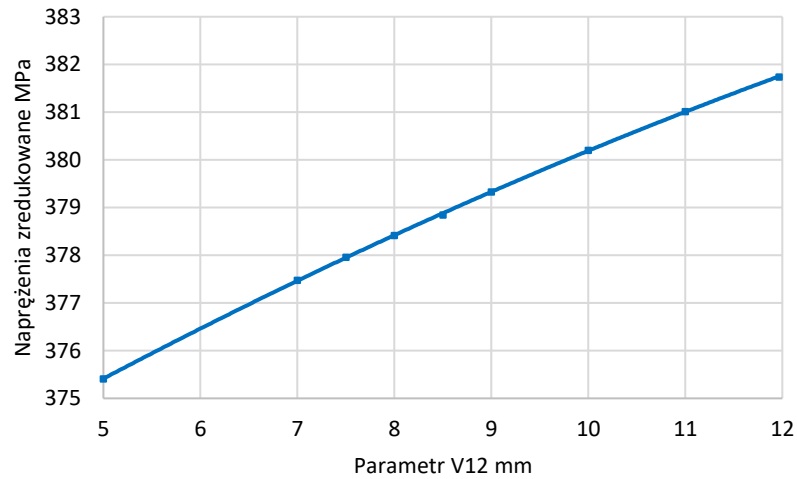
Rysunek 3.12. Wpływ zmiany parametru P1 na odkształcenia względne i przemieszczenia przy $P2 = 1,2^\circ$ i 65% N_2



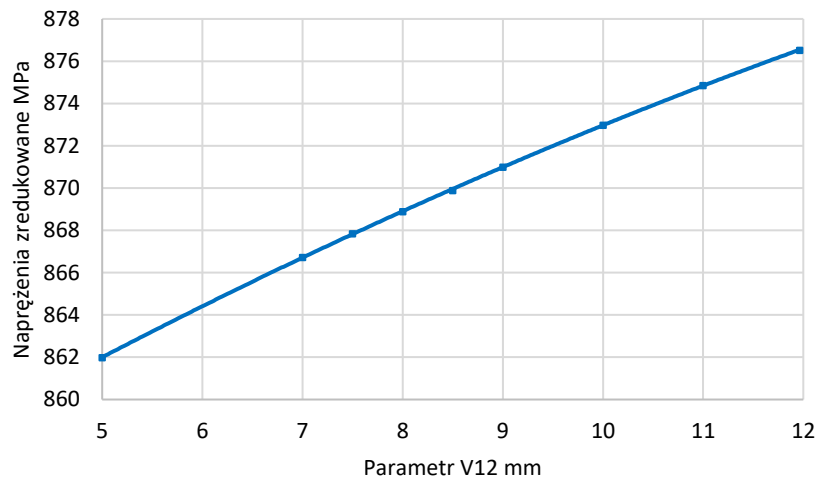
Rysunek 3.13. Wpływ zmiany parametru P1 na odkształcenia względne i przemieszczenia przy P2 = 1,2° i 100% N₂

W przypadku konstrukcji integralnej analizie poddano parametry wymiarujące grubość tarczy wirnikowej w części wieńcowej. Zgodnie z rysunkiem 3.4 są to wymiary oznaczone jako V14 i V12. Należy podkreślić, że w analizie parametrycznej wartości wyjściowe układu konstrukcyjnego V12 i V14 przyjęto jako wartości maksymalne. Założenie to wynika z wcześniej przedstawionego, w rozdziale 2.5, procesu projektowania zastępczego stopnia integralnego. Wyniki zestawiono na wykresach – rys. 3.14÷3.21.

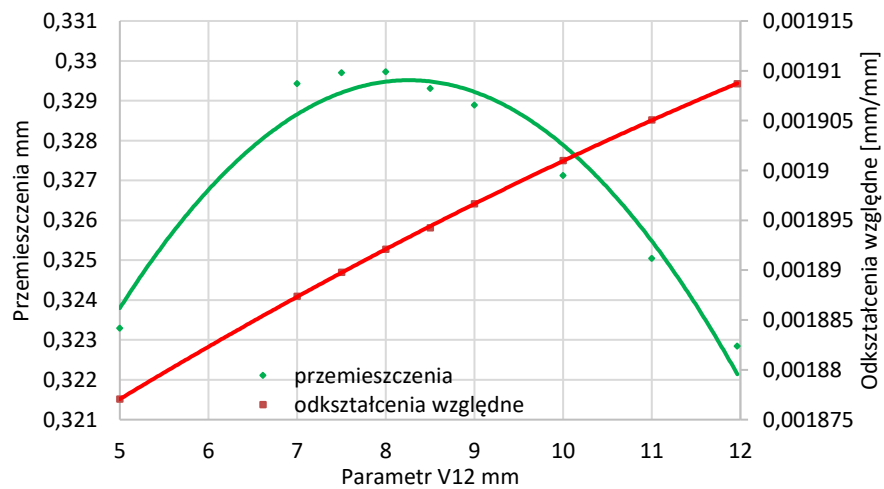
Wpływ parametru V12 na naprężenia zredukowane przy prędkości obrotowej odpowiadającej kolejno 65% N₂ i 100% N₂ i nieziennej wartości parametru V14, przedstawiono na rysunkach 3.14 i 3.15. Jak można zauważyć, zmniejszanie wymiaru V12 powoduje spadek maksymalnych naprężeń zredukowanych, zarówno w przypadku maksymalnej prędkości obrotowej, jak i tej odpowiadającej 65% N₂. I tak, przykładowo zmniejszenie wymiaru V12 o około 7 mm, w stosunku do wymiaru granicznego, zmniejsza maksymalne naprężenia zredukowane o około 1,5% dla 100% N₂. Podobnie sytuacja wygląda w przypadku odkształceń względnych. Najmniejszym wartością parametru V12 odpowiadają najmniejsze wartości odkształceń względnych. Wzrost odkształceń wraz ze wzrostem V12 jest w tym przypadku stosunkowo nieduży. W przypadku przemieszczeń, maksymalne wartości tej zmiennej uzyskujemy dla parametru V12 w przedziale od 7 do 9 mm, nie przekraczają 0,33 mm. Najmniejsze wartości uzyskujemy zaś dla granicznych wartości V12.



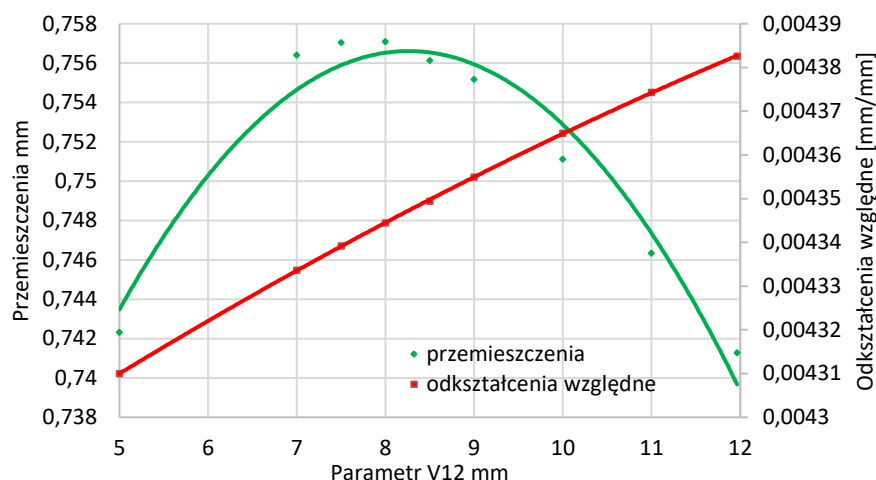
Rysunek 3.14. Wpływ zmiany parametru V12 na napężenia zredukowane przy 65% N₂



Rysunek 3.15. Wpływ zmiany parametru V12 na napężenia zredukowane przy 100% N₂

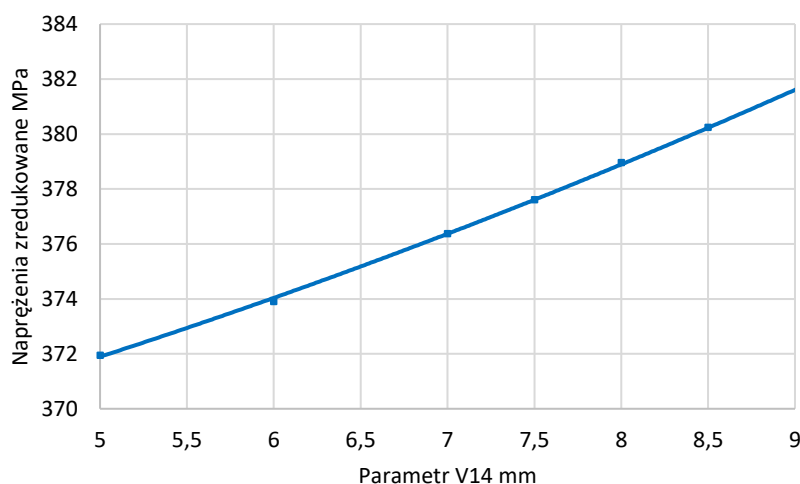


Rysunek 3.16. Wpływ zmiany parametru V12 na odkształcenia względne i przemieszczenia przy 65% N₂

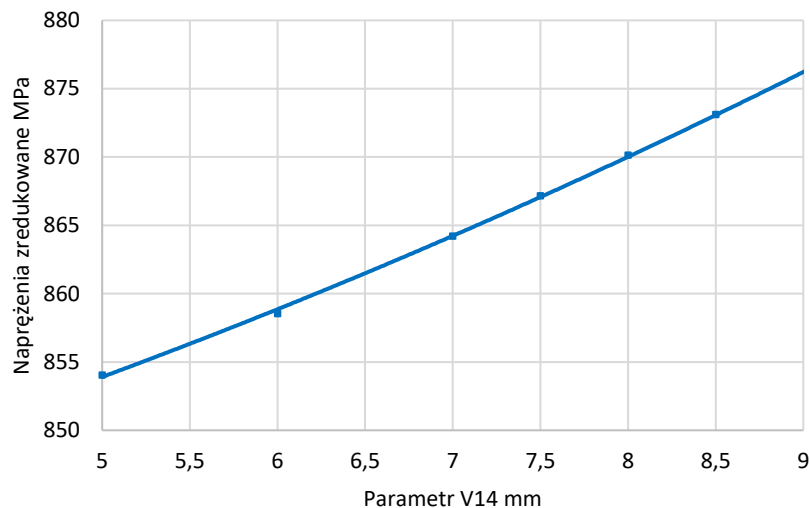


Rysunek 3.17. Wpływ zmiany parametru V12 na odkształcenia względne i przemieszczenia przy 100% N₂

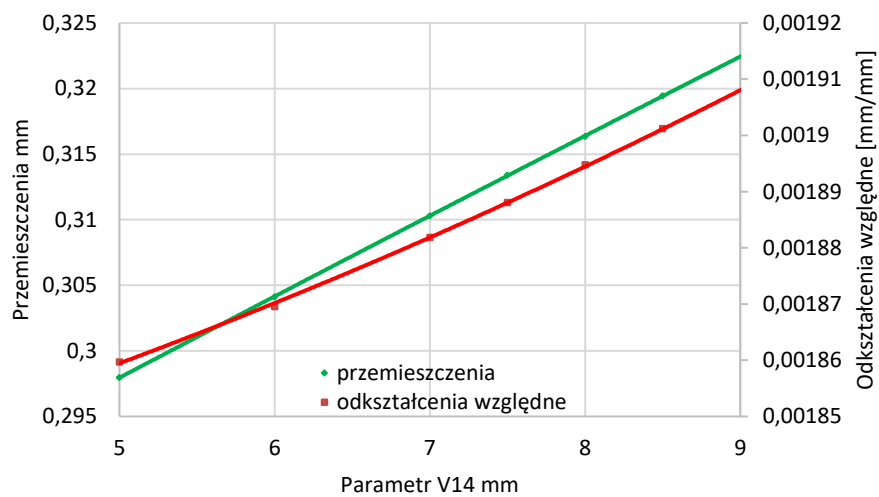
Na rysunkach 3.18–3.19 przedstawiono wpływ zmiany wartości parametru V14 na naprężenia zredukowane przy prędkości obrotowej odpowiadającej kolejno 65% N₂ i 100% N₂ i niezmienniej wartości parametru V12. Na rysunkach 3.20 i 3.21 przedstawiono natomiast wpływ na odkształcenia względne w konstrukcji stopnia i przemieszczenia. Podobnie, jak w przypadku parametru V12, zmniejszanie wymiaru V14 powoduje zmniejszanie wartości naprężeń zredukowanych i odkształceń względnych w stopniu integralnym o około 3% oraz w tym przypadku także, wpływa na zmniejszanie przemieszczeń konstrukcji. I tak, analizując wykresy naprężeń, widzimy, że zmniejszenie wymiaru V14 o 4 mm zmniejsza nam maksymalne naprężenia zredukowane o około 20 MPa przy maksymalnych obrotach wirnika i o około 10 MPa przy 65% N₂.



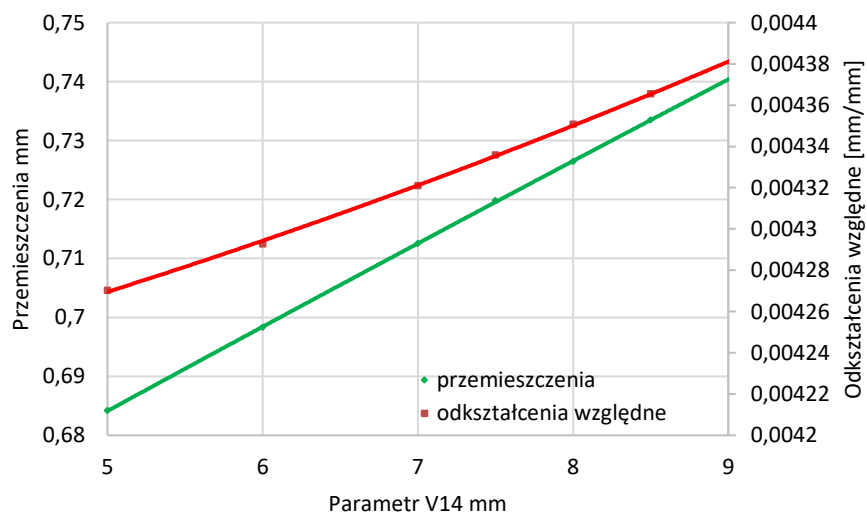
Rysunek 3.18. Wpływ zmiany parametru V14 na naprężenia zredukowane przy 65% N₂



Rysunek 3.19. Wpływ zmiany parametru V14 na napężenia zredukowane przy 100%N₂



Rysunek 3.20. Wpływ zmiany parametru V14 na odkształcenia względne i przemieszczenia przy 65%N₂

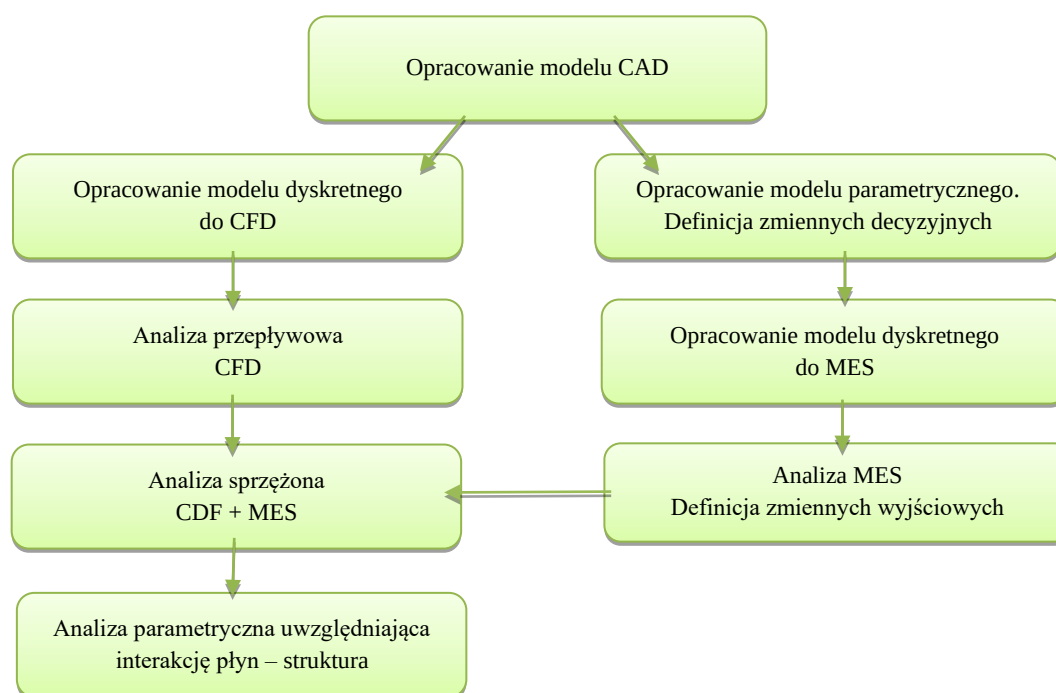


Rysunek 3.21. Wpływ zmiany parametru V14 na odkształcenia względne i przemieszczenia przy 100%N₂

Opracowane modele parametryczne umożliwiły w sposób efektywny przeanalizować wpływ poszczególnych parametrów geometrycznych P1, P2 (konstrukcja klasyczna z zamkiem) i V12, V14 (konstrukcja integralna) na zmiany maksymalnych naprężeń zredukowanych, odkształceń względnych i przemieszczeń w konstrukcji stopnia wirnikowego sprężarki przy obciążeniu siłami masowymi wynikającymi z prędkości obrotowej. W przypadku zastępczej konstrukcji integralnej potwierdziły też poprawność realizowanych etapów optymalizacji w projektowaniu danej konstrukcji (rozdział 2.5). Jak wynika z analiz, zmniejszenie wymiarów definiujących szerokość części wieńcowej (V12 i V14) zmniejsza naprężenia w stopniu, co wpłynęło na osiągniętą w pierwszym etapie optymalizacji konstrukcji oszczędność masy stopnia wirnikowego na poziomie 28% masy początkowej.

3.3. Analiza parametryczna z uwzględnieniem sprzężonej analizy przepływowo-strukturalnej

Jednokierunkowa sprzężona analiza przepływowo-strukturalna, która została tutaj zastosowana, obejmowała, w pierwszej kolejności, wyznaczenie rozkładu ciśnień na piórze łopatki, a następnie zaimplementowanie otrzymanych wyników do analizy strukturalnej. Schemat rozwiązania tego zagadnienia przedstawiono na rysunku 3.22.



Rysunek 3.22. Schemat algorytmu parametrycznej analizy wytrzymałościowej wycinkowego modelu wirnika ze sprzężeniem płyn-struktura

Analizie poddano dwa typy konstrukcji: klasyczną z połączeniem zamkowym i integralną typu BLISK. Przedstawione poniżej wyniki (rys. 3.23÷3.106) uwzględniają dwa charakterystyczne dla silników turbinowych, zakresy prędkości obrotowej, mianowicie zakres biegu jałowego (65% N_2) i maksymalną prędkość obrotową wirnika wysokiego ciśnienia (100% N_2) oraz różne wartości ciśnień⁴ na wlocie do stopnia sprężarki.

Analiza parametryczna miała na celu ocenę wybranych parametrów geometrycznych pod kątem ich wpływu na główne własności wytrzymałościowe stopnia wirnikowego, w tym:

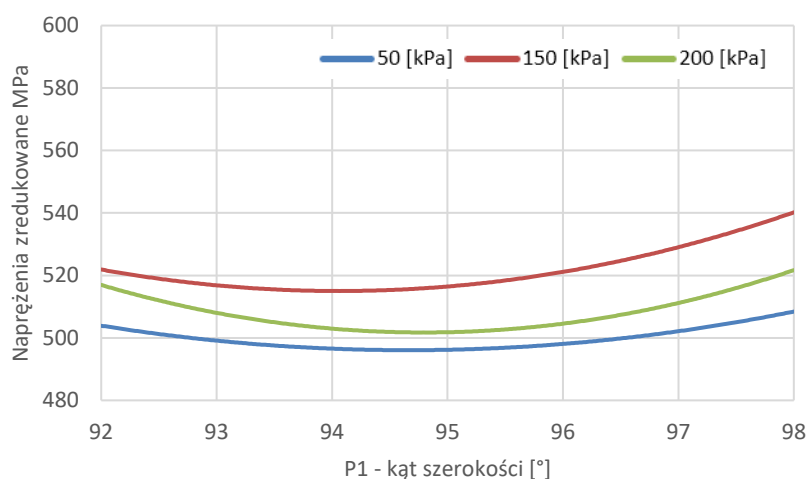
- 1) ocenę wpływu kąta szerokości zamka na maksymalne naprężenia zredukowane, przemieszczenia i odkształcenia względne, przy stałych ustalonych wartościach innych parametrów,
- 2) ocenę wpływu kąta grubości zamka na maksymalne naprężenia zredukowane, przemieszczenia i odkształcenia względne, przy stałych ustalonych wartościach innych parametrów,
- 3) ocenę wpływu grubości części wieńcowej tarczy na maksymalne naprężenia zredukowane, przemieszczenia i odkształcenia względne, przy stałych ustalonych wartościach innych wymiarów geometrycznych, w przypadku konstrukcji integralnej.

Parametr P1 (kąt szerokości zamka – rys. 3.5) definiuje kąt pochylenia powierzchni bocznych zamka trapezowego łopatk. Na rysunkach 3.23÷3.40 przedstawiono wpływ zmiany wartości tego parametru na maksymalne naprężenia zredukowane, odkształcenia względne i przemieszczenia w stopniu wirnikowym sprężarki osiowej przy uwzględnieniu zarówno obciążenia od sił masowych, jak i od sił aerodynamicznych działających na łopatkę. Parametr P1 zmieniał się w zakresie od 92° do 98° przy uwzględnieniu P2 wynoszących kolejno $1,26^\circ$, $1,4^\circ$ oraz $1,6^\circ$.

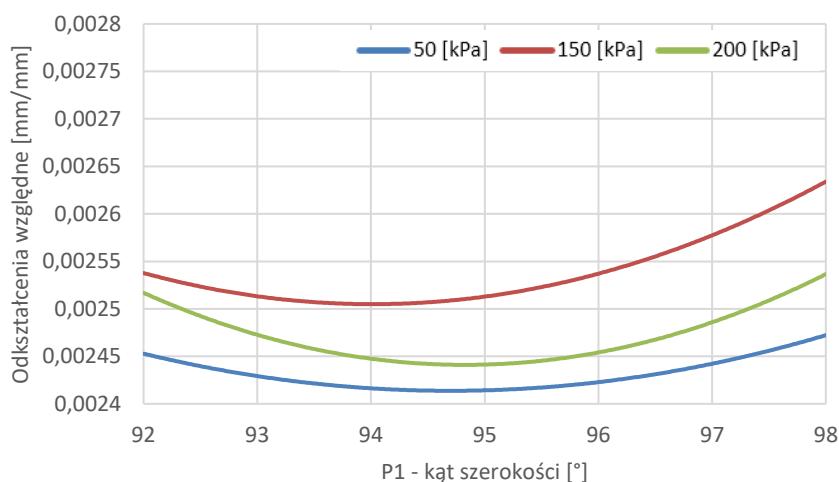
W przypadku naprężeń zredukowanych (rys. 3.23), przy $P2 = 1,26^\circ$ i 65% N_2 najniższe wartości uzyskano w przedziale zmienności kąta szerokości zamka od 93° do 95° , podobnie sytuacja wygląda dla odkształceń względnych (rys. 3.24). Największe wartości występują dla kąta 98° i w zależności od wartości ciśnienia, wynoszą od około 510 do 540 MPa. Wartość przemieszczeń natomiast nie zmienia się znacząco,

⁴ Wymienione ciśnienie jest tzw. ciśnieniem manometru (p_{man}) definiowanym we wlotowym warunku brzegowym programu Fluent. Całkowite ciśnienie na wlocie wynosi $p_{\text{tot}} = p_{\text{atm}} + p_{\text{man}}$, gdzie $p_{\text{atm}} = 1013,25$ [hPa].

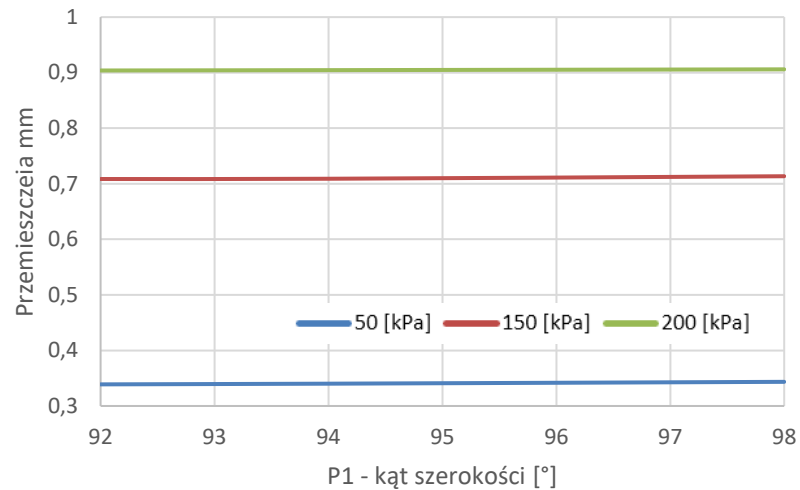
w przypadku zmiany parametru P1. Tutaj wpływ ma ciśnienie obciążające łopatkę, przy jego najniższej wartości przemieszczenie jest na poziomie około 0,35 mm, a przy najwyższej (200 kPa) wynosi około 0,9 mm (rys. 3.25). Zwiększenie prędkości obrotowej do 100% N_2 , spowodowało wzrost wartości maksymalnych naprężeń w stopniu do poziomu 1160 MPa przy obciążeniu ciśnieniem 150 kPa i do około 1180 MPa przy ciśnieniu 200 kPa (rys. 3.26). W przedziale zmienności kąta od 94 do 96°, otrzymano maksymalne wartości naprężeń zredukowanych i odkształceń dla ciśnień mniejszych niż 200 kPa. Natomiast, dla obciążenia ciśnieniem 200 kPa, maksymalne wartości występują dla skrajnych wartości parametru P1, czyli 92° i 98°, najniższe zaś dla wartości 95° (rys. 3.26 i 3.27). W przypadku przemieszczeń, zwiększenie prędkości obrotowej spowodowało wzrost ich wartości. I tak, przykładowo dla obciążenia ciśnieniem na poziomie 200 kPa wartość przemieszczeń całkowitych wzrosła o około 18% (rys. 3.28).



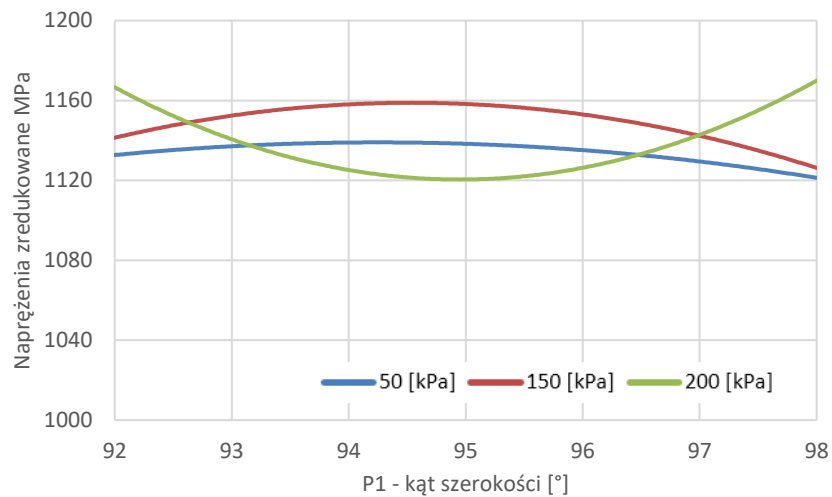
Rysunek 3.23. Wpływ zmiany parametru P1 na naprężenia zredukowane przy $P_2 = 1,26^\circ$ i 65% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



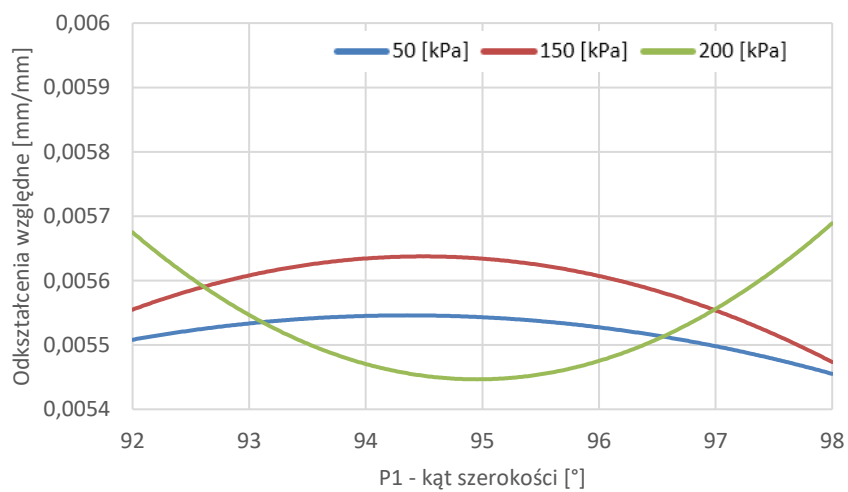
Rysunek 3.24. Wpływ zmiany parametru P1 na odkształcenia względne przy $P_2 = 1,26^\circ$ i 65% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



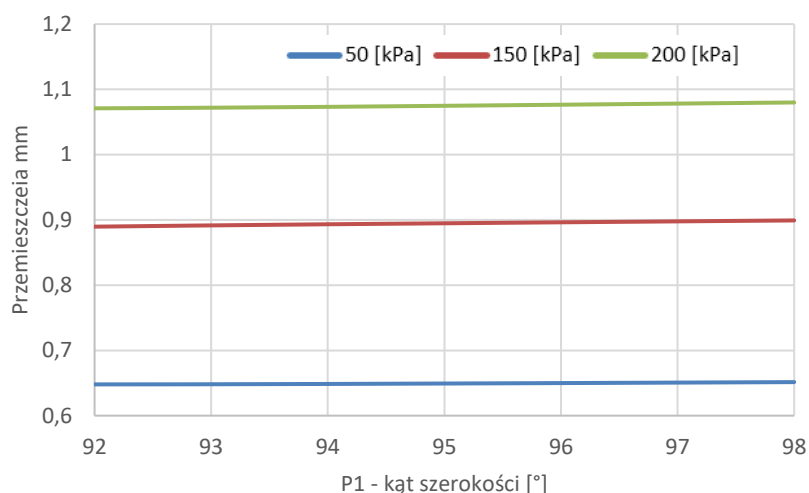
Rysunek 3.25. Wpływ zmiany parametru P1 na przemieszczenia przy $P_2 = 1,26^\circ$ i 65% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



Rysunek 3.26. Wpływ zmiany parametru P1 na napężenia zredukowane przy $P_2 = 1,26^\circ$ i 100% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki

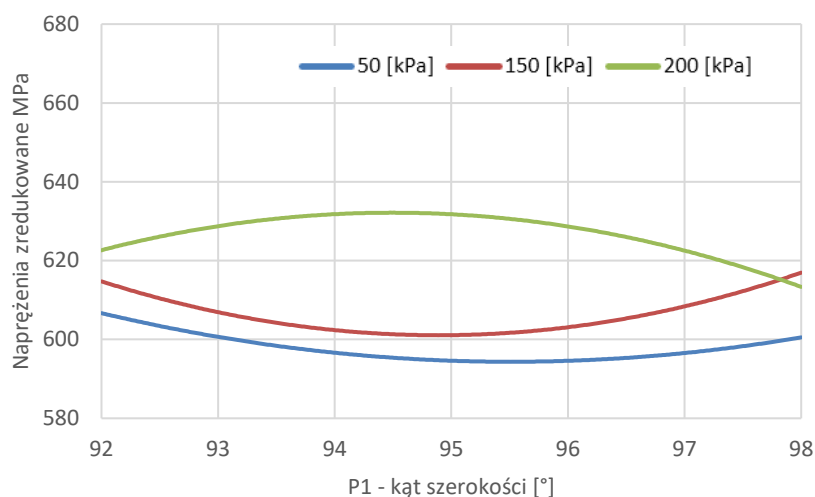


Rysunek 3.27. Wpływ zmiany parametru P1 na odkształcenia względne przy $P_2 = 1,26^\circ$ i 100% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki

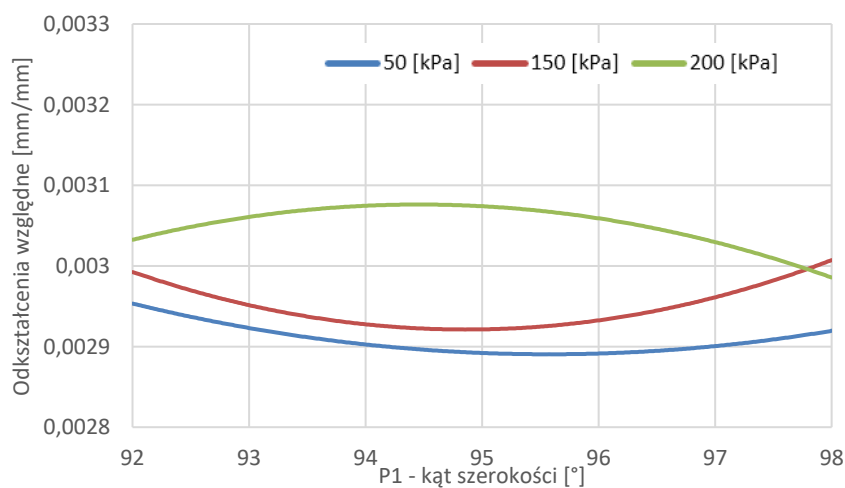


Rysunek 3.28. Wpływ zmiany parametru P1 na przemieszczenia przy $P_2 = 1,26^\circ$ i 100% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki

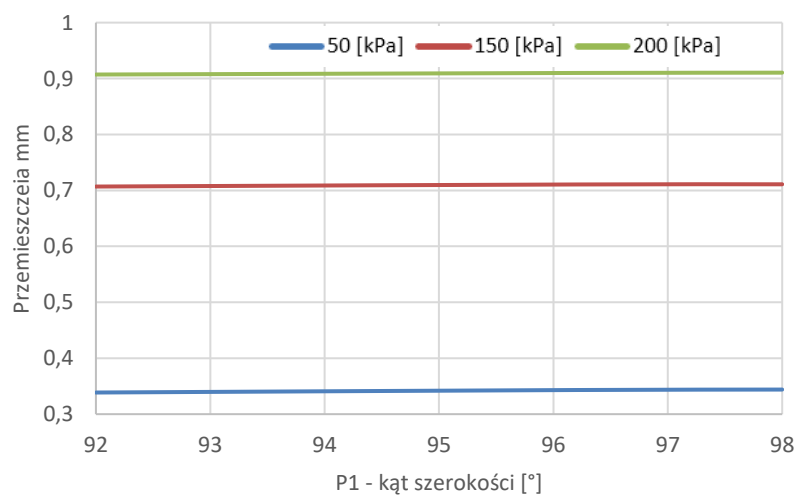
Kolejna analiza wykonana została dla parametru P_2 wynoszącego $1,4^\circ$. Wyniki przedstawiono na wykresach 3.29÷3.35. Dla naprężeń zredukowanych i odkształceń względnych, różnicę w przebiegach, wynikającą ze zmiany prędkości obrotowej, najlepiej widać w przypadku obciążenia ciśnieniem 200 kPa. Przy prędkości biegu jałowego maksymalne wartości naprężeń występują dla kąta szerokości w przedziale od 94° do 95° (rys. 3.29) i są na poziomie 630 MPa, w przypadku maksymalnych obrotów wirnika, osiągane są natomiast dla skrajnych wartości rozpatrywanego parametru P_1 , przy czym największe wartości występują dla $P_1 = 92^\circ$ (rys. 3.32) i wynoszą ponad 1400 MPa. Maksymalne odkształcenia względne, przy 65% N_2 , nie przekraczają wartości 0,0031 (rys. 3.30), a przy 100% N_2 , kształtują się na poziomie 0,0068–0,0069 dla kąta szerokości 92° (rys. 3.33). Dla maksymalnych obrotów najmniejsze odkształcenia względne wynoszą około 0,0067 dla obciążenia 200 kPa i kąta szerokości 96° (rys. 3.33). W przypadku przemieszczeń (rys. 3.31 i 3.34), główny wpływ na ich wartość ma prędkość obrotowa i zadane obciążenie ciśnieniem. Porównując przebiegi przemieszczeń dla $P_2 = 1,26^\circ$ i $P_2 = 1,4^\circ$, nie zauważa się istotnych różnic w rozkładach i wartościach.



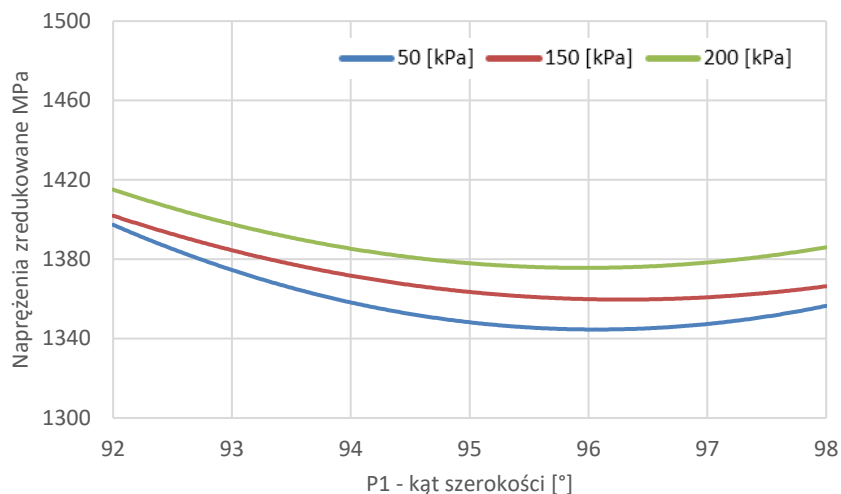
Rysunek 3.29. Wpływ zmiany parametru P1 na napężenia zredukowane przy $P_2 = 1,4^\circ$ i 65% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



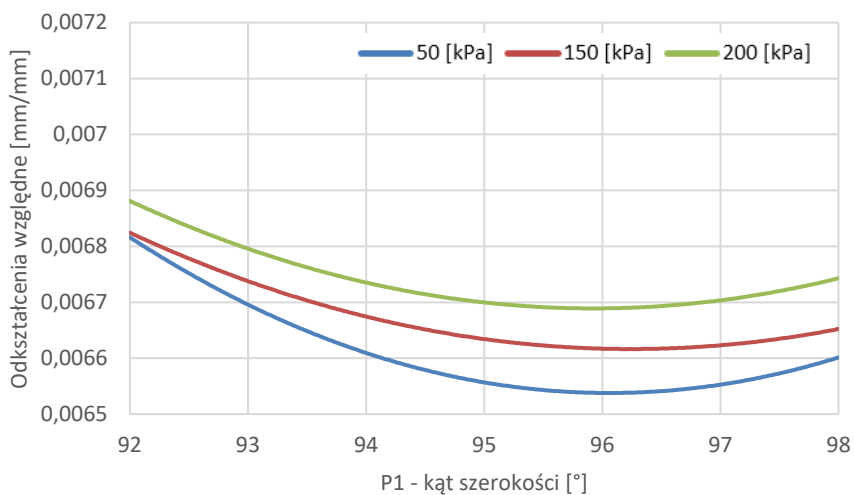
Rysunek 3.30. Wpływ zmiany parametru P1 na odkształcenia względne przy $P_2 = 1,4^\circ$ i 65% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



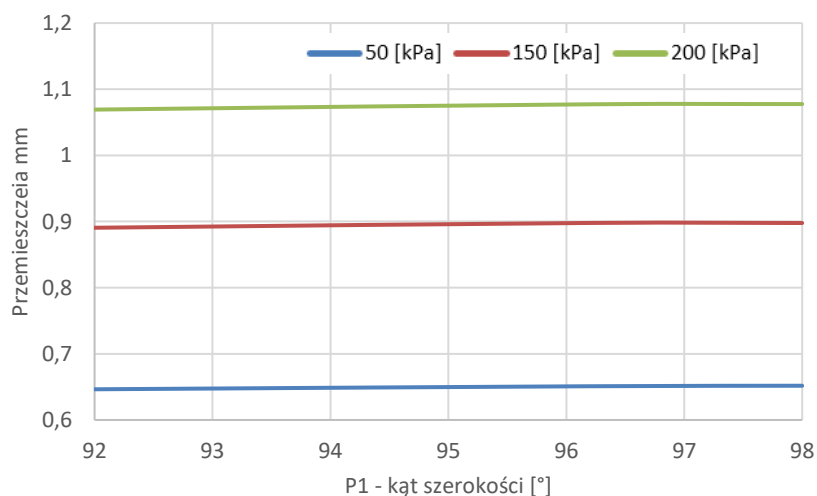
Rysunek 3.31. Wpływ zmiany parametru P1 na przemieszczenia przy $P_2 = 1,4^\circ$ i 65% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



Rysunek 3.32. Wpływ zmiany parametru P1 na napężenia zredukowane przy $P_2 = 1,4^\circ$ i 100% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki

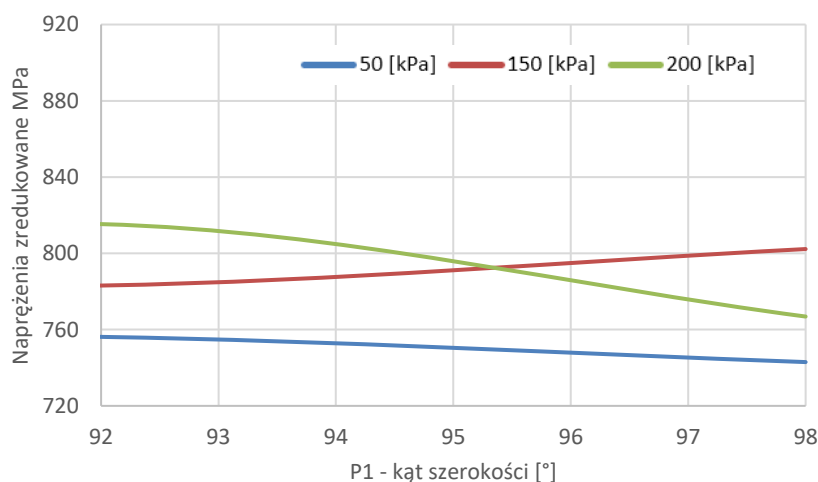


Rysunek 3.33. Wpływ zmiany parametru P1 na odkształcenia względne przy $P_2 = 1,4^\circ$ i 100% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki

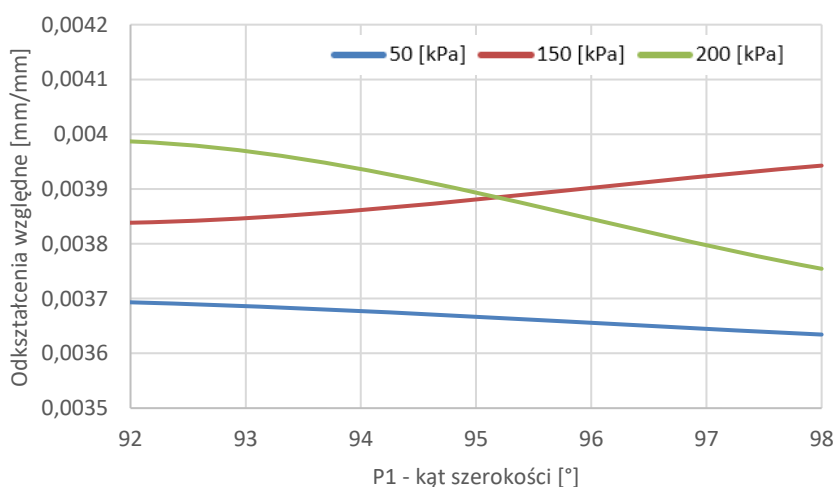


Rysunek 3.34. Wpływ zmiany parametru P1 na przemieszczenia przy $P_2 = 1,4^\circ$ i 100% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki

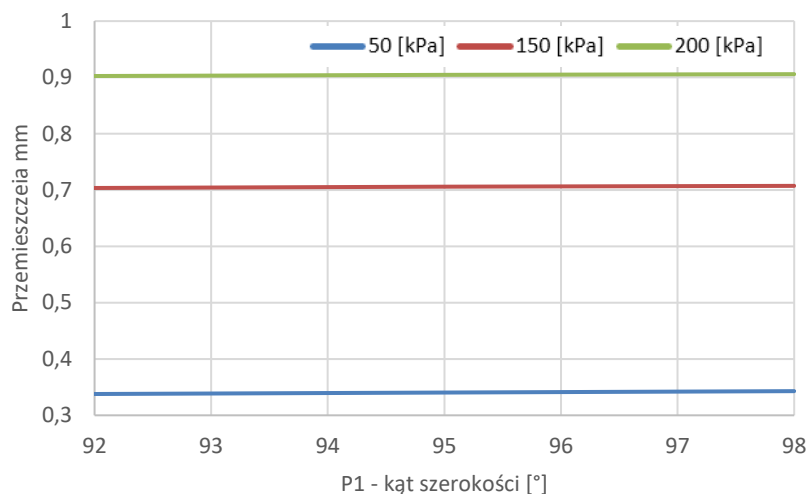
Zwiększenie wartości parametru P_2 do $1,6^\circ$ wpłynęło znacząco na charakter przebiegu i uzyskane wartości naprężeń zredukowanych dla obu przyjętych prędkości obrotowych (rys. 3.35 i 3.38). W wyniku analizy uzyskano stosunkowo duże wartości naprężeń, zwłaszcza w przypadku maksymalnej prędkości obrotowej. Najniższe wartości naprężeń wynoszące około 1700 MPa uzyskano dla $P_1 = 98^\circ$, zaś największe, wynoszące ponad 1900 MPa dla $P_1 = 92^\circ$. Są to wartości, które znacząco przekraczają wytrzymałość zastosowanego materiału. Wraz ze wzrostem naprężeń wzrosły także odkształcenia względne (rys. 3.36, 3.39). Maksymalną wartość (0,0095) osiągnięto przy $P_1 = 92^\circ$ dla prędkości 100% N_2 . Podobnie jak w poprzednim przypadku, wartość przyjętego P_1 i P_2 nie ma istotnego wpływu na wartość przemieszczeń całkowitych w układzie (rys. 3.37 i 3.40). Przemieszczenia pozostają na podobnym poziomie, jak w przypadku $P_2 = 1,26^\circ$ czy $P_2 = 1,4^\circ$. Charakter przebiegu także nie uległ zmianie.



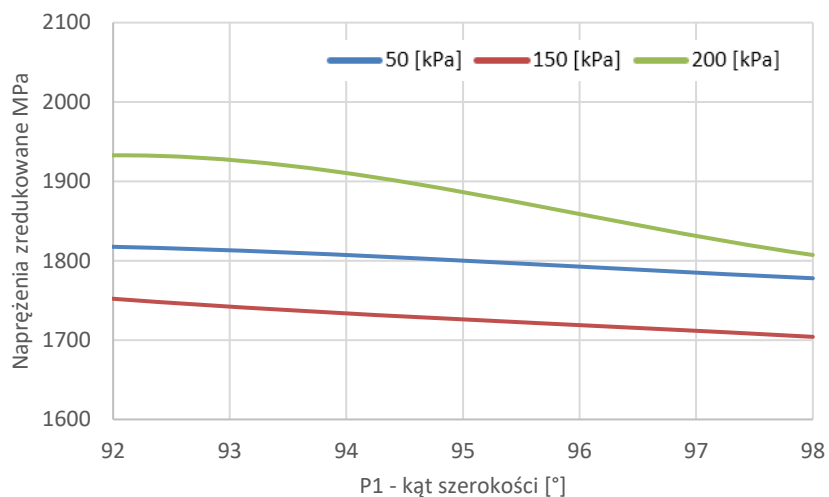
Rysunek 3.35. Wpływ zmiany parametru P_1 na naprężenia zredukowane przy $P_2 = 1,6^\circ$ i 65% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



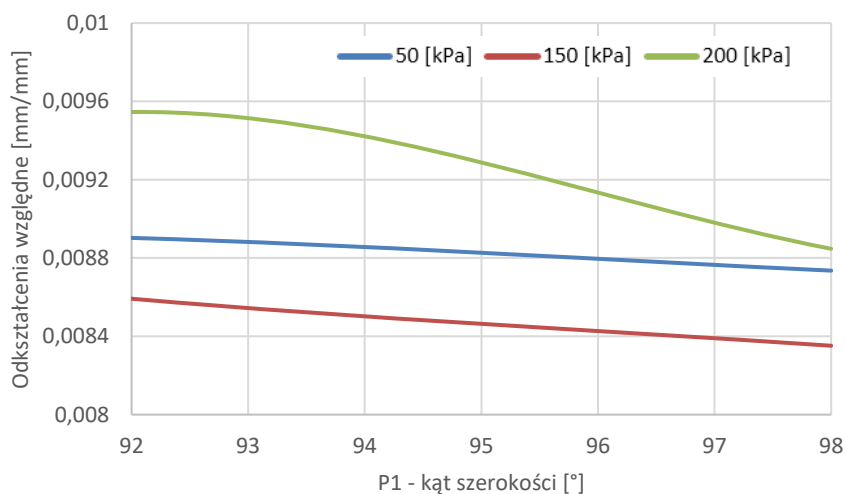
Rysunek 3.36. Wpływ zmiany parametru P_1 na odkształcenia względne przy $P_2 = 1,6^\circ$ i 65% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



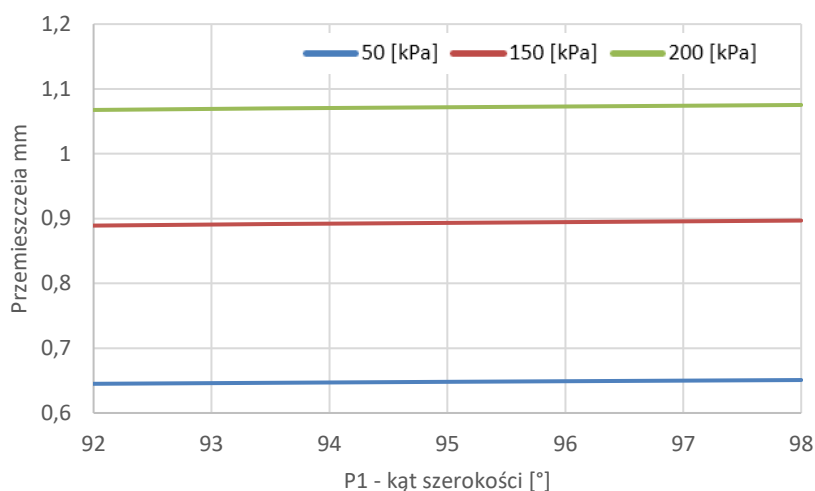
Rysunek 3.37. Wpływ zmiany parametru P1 na przemieszczenia przy $P_2 = 1,6^\circ$ i 65% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



Rysunek 3.38. Wpływ zmiany parametru P1 na napężenia zredukowane przy $P_2 = 1,6^\circ$ i 100% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



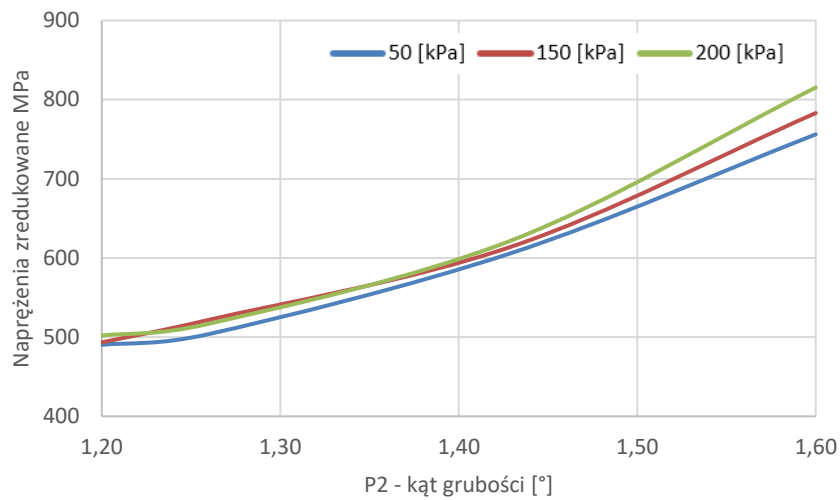
Rysunek 3.39. Wpływ zmiany parametru P1 na odkształcenia względne przy $P_2 = 1,6^\circ$ i 100% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



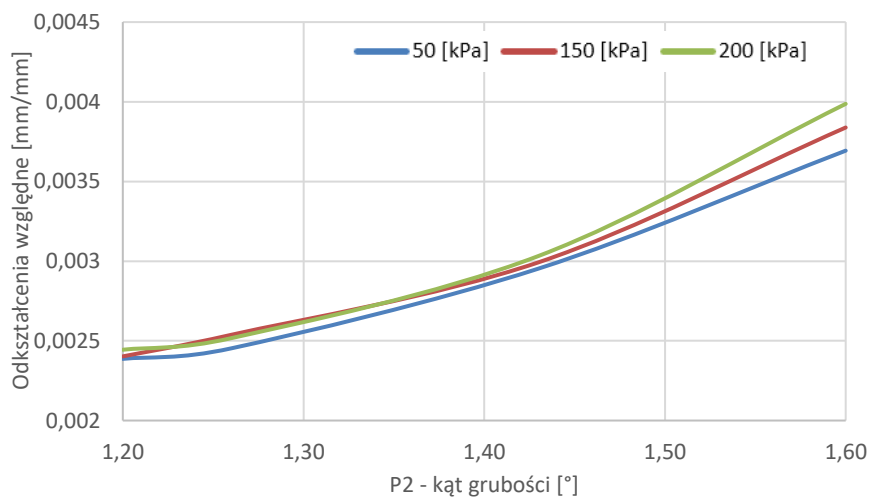
Rysunek 3.40. Wpływ zmiany parametru P1 na przemieszczenia przy $P2 = 1,6^\circ$ i 100% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki

Kolejny etap analizy parametrycznej obejmował ocenę wpływu zmian parametru P2 (kąta grubości) na naprężenia zredukowane, odkształcenia względne i przemieszczenia całkowite w konstrukcji, przy założonych stałych wartościach parametru P1 (kąta szerokości zamka). Wyniki analizy przedstawiono na rysunkach od 3.41 do 3.58. Uwzględniono w nich dwie prędkości obrotowe oraz trzy wartości parametru P1: 92° , 94° i 98° .

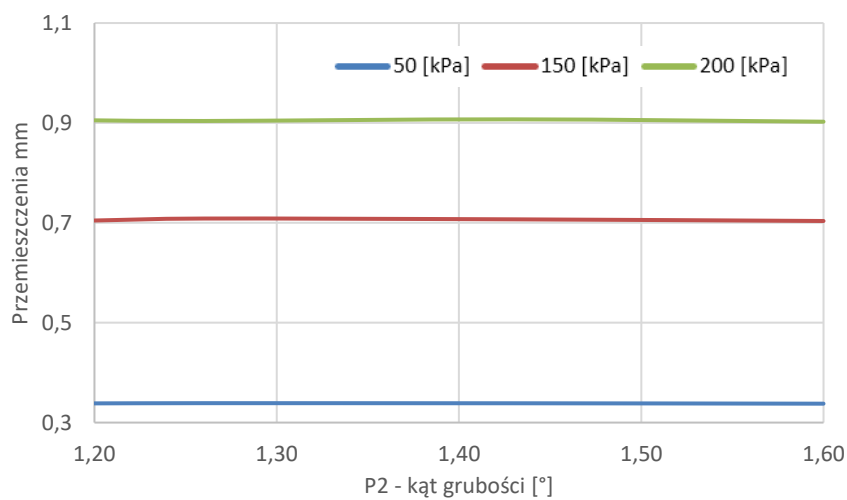
We wszystkich rozpatrywanych przypadkach, naprężenia zredukowane i odkształcenia względne rosną wraz ze zwiększaniem się wartości parametru P2. Można zauważyć, że ustalona wartość kąta szerokości (P1) wpływa w znaczącym stopniu na charakter przebiegu zmian, powodując przy tym także wzrost wartości naprężeń i odkształceń. W pierwszym z trzech rozpatrywanych przypadków, gdzie $P1 = 92^\circ$, naprężenia zredukowane rosną od wartości około 500 MPa dla $P2 = 1,2^\circ$ do ponad 800 MPa dla $P2 = 1,6^\circ$ przy prędkości obrotowej 65% N_2 (rys. 3.41) i od około 1100 MPa dla $P2 = 1,2^\circ$ do prawie 2000 MPa dla $P2 = 1,6^\circ$ (rys. 3.44), w przypadku maksymalnych obrotów wirnika. Ponadto w przedziale od $1,2^\circ$ do $1,26^\circ$, zarówno naprężenia, jak i odkształcenia narastają bardzo nieznacznie. Największy ich wzrost następuje dopiero po przekroczeniu, przez kąt grubości wartości $1,4^\circ$. Dodatkowy wpływ mają także uwzględnione wartości obciążenia ciśnieniem, przy czym największe różnice widoczne są w przedziale dużych wartości parametru P2. Przemieszczenia, w tym przypadku także, zależą w głównej mierze od prędkości obrotowej wirnika sprężarki i przyłożonego do pióra łopatki ciśnienia. Wpływ samego parametru P2 nie jest w tym przypadku znaczący (rys. 3.43 i 3.46).



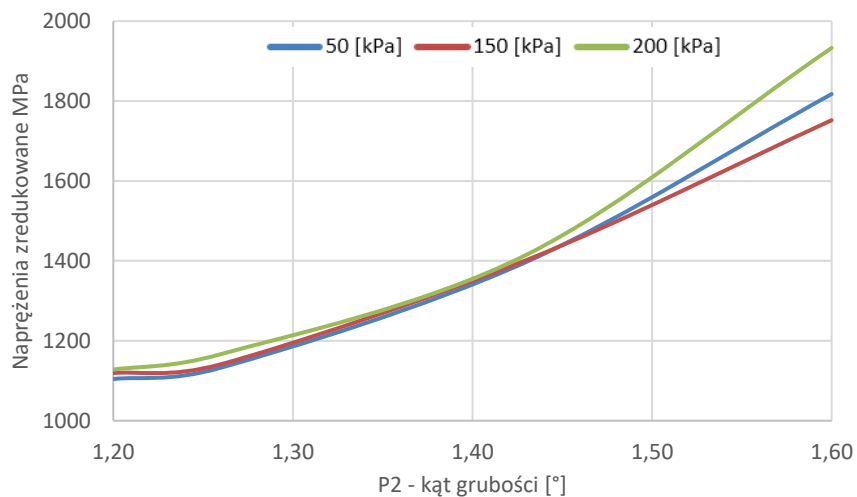
Rysunek 3.41. Wpływ zmiany parametru P2 na naprężenia zredukowane przy $P1 = 92^\circ$ i 65% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



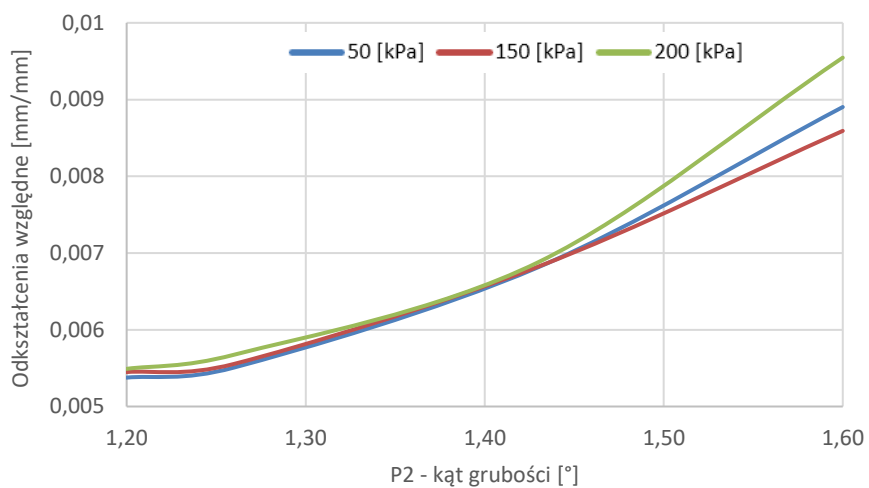
Rysunek 3.42. Wpływ zmiany parametru P2 na odkształcenia względne przy $P1 = 92^\circ$ i 65% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



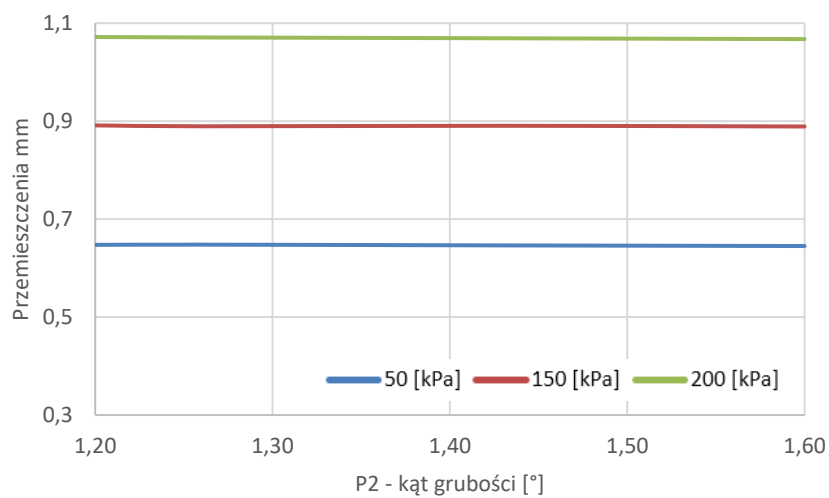
Rysunek 3.43. Wpływ zmiany parametru P2 na przemieszczenia przy $P1 = 92^\circ$ i 65% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



Rysunek 3.44. Wpływ zmiany parametru P2 na napężenia zredukowane przy $P1 = 92^\circ$ i 100% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



Rysunek 3.45. Wpływ zmiany parametru P2 na odkształcenia względne przy $P1 = 92^\circ$ i 100% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki

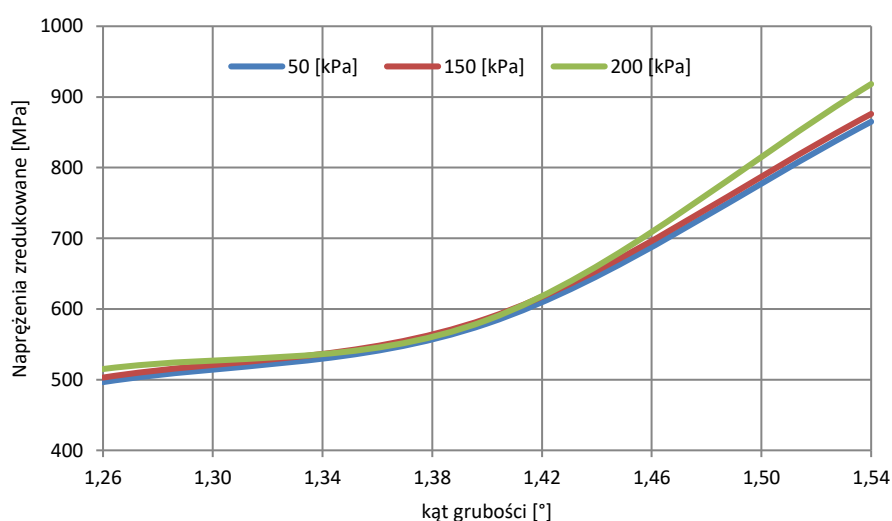


Rysunek 3.46. Wpływ zmiany parametru P2 na przemieszczenia przy $P1 = 92^\circ$ i 100% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki

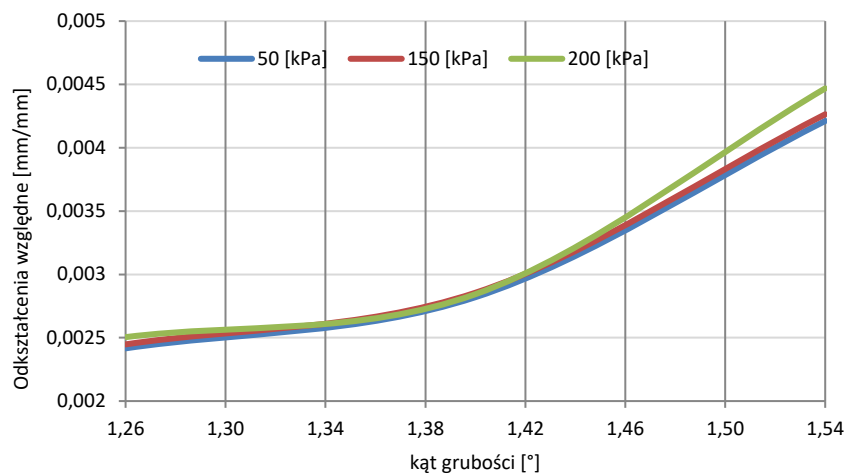
Na rysunkach od 3.47 do 3.52 przedstawiono wpływ kąta grubości na naprężenia zredukowane, odkształcenia względne i przemieszczenia przy założonej wartości parametru $P1 = 94^\circ$. Najmniejsze naprężenia, jak i odkształcenia występują w przedziale od $1,26^\circ$ do około $1,4^\circ$. Po przekroczeniu tej wartości ich wielkość znacząco rośnie (rys. 3.47 i 3.50). Przebieg zmian parametrów jest podobny dla obu prędkości obrotowych wirnika. Zwiększenie kąta szerokości zamka skutkuje, w tym przypadku wzrostem naprężeń i odkształceń o około 10% w stosunku do pierwszego analizowanego przypadku ($P1 = 92,475^\circ$).

W przypadku przemieszczeń całkowitych, podobnie jak we wcześniejszych analizach, ich wartość nie uległa istotnym zmianom, zresztą tak jak i sam przebieg charakterystyki. Najmniejsze wartości przemieszczeń, na poziomie 0,35 mm uzyskano dla minimalnego obciążenia ciśnieniem i prędkości 65% N_2 (rys. 3.49). Przy zwiększeniu prędkości obrotowej do 100% N_2 , ich wartość wzrosła do około 0,65 mm, czyli o ponad 50% (rys. 3.52). Dla maksymalnego ciśnienia 200 kPa przemieszczenia nie przekraczają natomiast wartości 0,9 mm przy 65% N_2 oraz 1,1 mm przy 100% N_2 (rys. 3.49, 3.52).

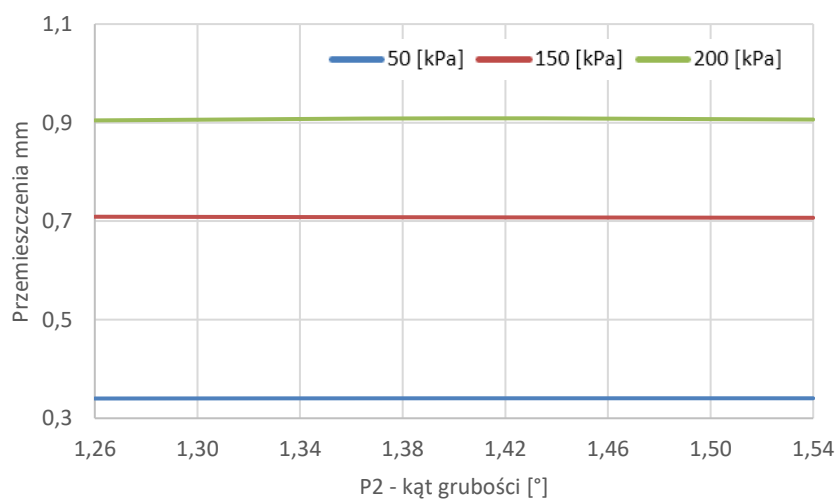
W trzecim rozpatrywanym przypadku, gdzie przyjęto $P1 = 98^\circ$, przemieszczenia całkowite (rys. 3.55 i 3.58) pozostają na podobnym poziomie wartości, jak w dwóch wcześniejszych przypadkach. Wynika to z faktu, że wartość przemieszczenia w stopniu wirnikowym zależy będzie głównie od wartości prędkości obrotowej i obciążenia aerodynamicznego działającego na pióro łopatki.



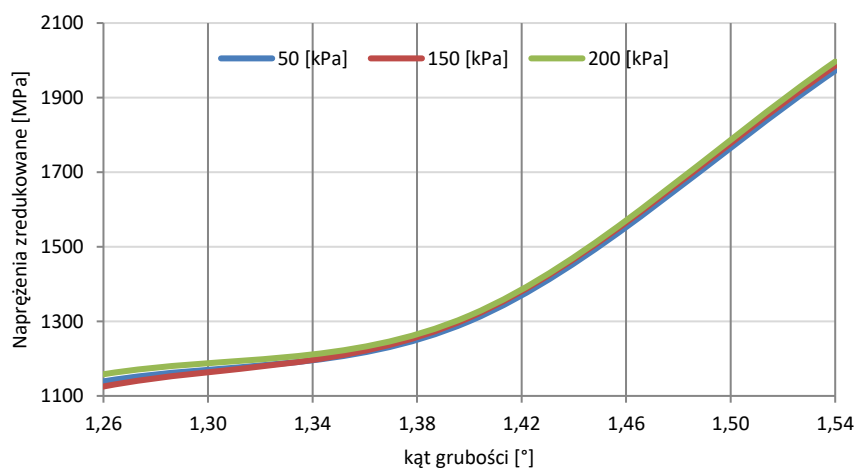
Rysunek 3.47. Wpływ zmiany parametru $P2$ na naprężenia zredukowane przy $P1 = 94^\circ$ i 65% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



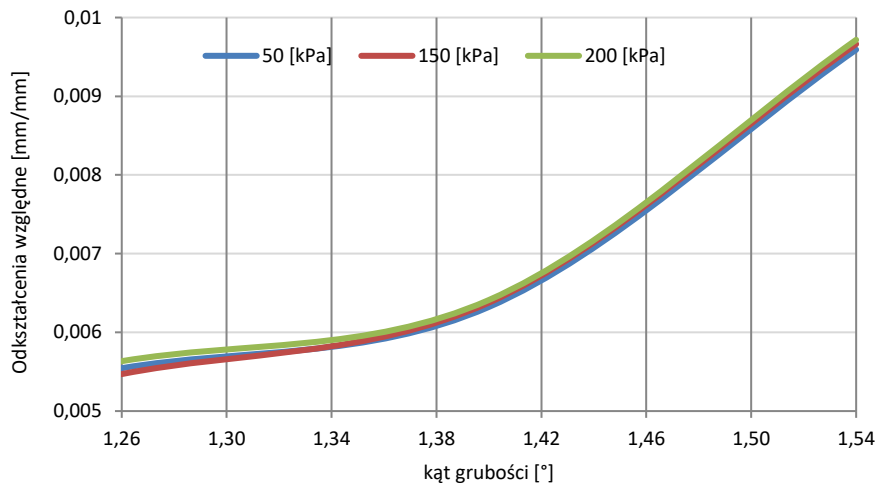
Rysunek 3.48. Wpływ zmiany parametru P2 na odkształcenia względne przy $P1 = 94^\circ$ i 65% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



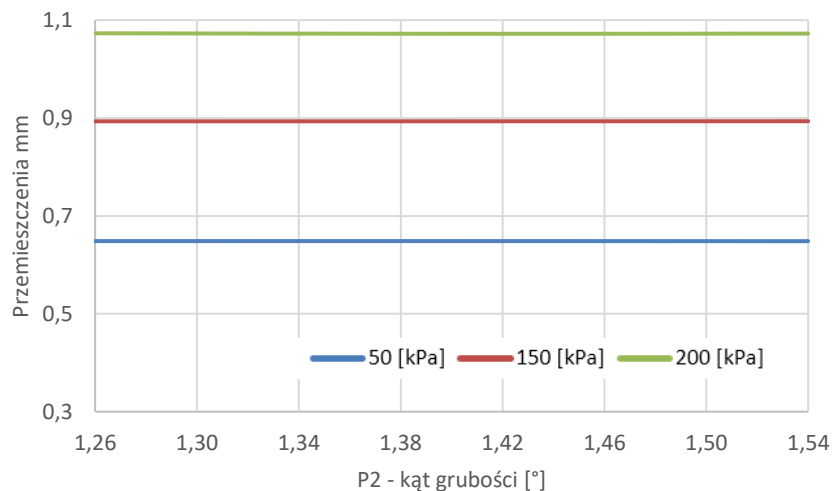
Rysunek 3.49. Wpływ zmiany parametru P2 na przemieszczenia przy $P1 = 94^\circ$ i 65% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



Rysunek 3.50. Wpływ zmiany parametru P2 na naprężenia zredukowane przy $P1 = 94^\circ$ i 100% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki

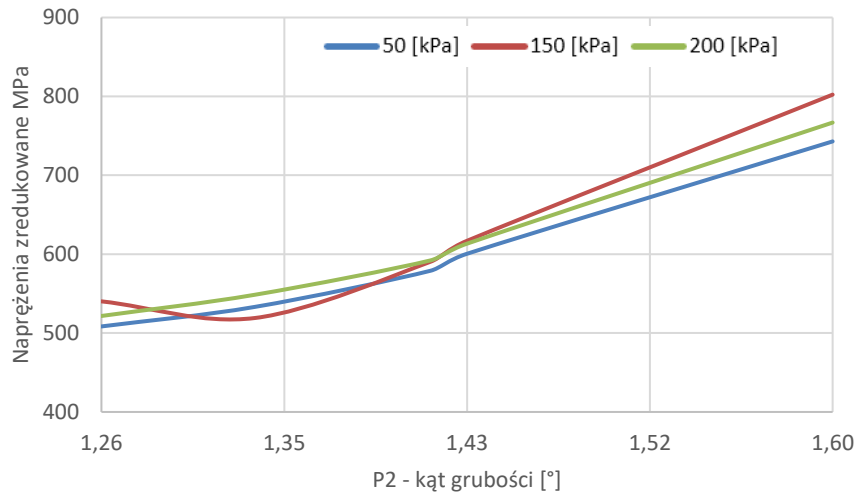


Rysunek 3.51. Wpływ zmiany parametru geometrycznego P2 na odkształcenia względne przy $P_1 = 94^\circ$ i 100% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki

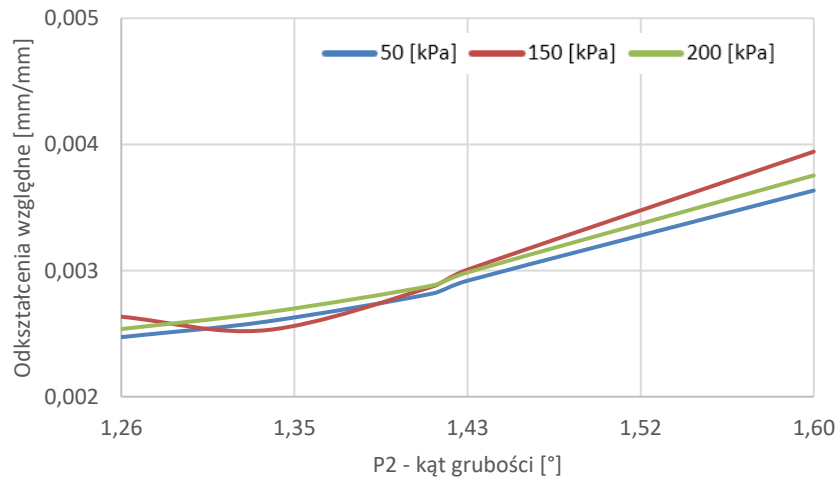


Rysunek 3.52. Wpływ zmiany parametru P2 na przemieszczenia przy $P_1 = 94^\circ$ i 100% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki

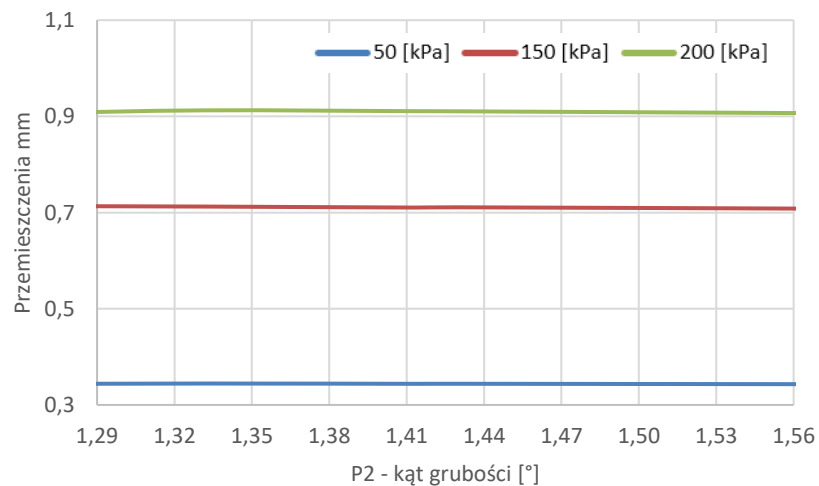
Wartość naprężeń zredukowanych i odkształceń względnych, przy $P_1 = 98^\circ$ i prędkości obrotowej 65% N_2 , zmienia się w przedziale od 500 MPa do około 800 MPa (rysunek 3.53 i 3.54). Niewielkie różnice w przebiegach widoczne są w przypadku ciśnienia 150 kPa, gdzie najmniejsze naprężenia występują dla $P_2 = 1,33^\circ$, a w pozostałych dwóch przypadkach dla $P_2 = 1,26^\circ$. Analogicznie sytuacja wygląda dla odkształceń względnych. W przypadku maksymalnej prędkości obrotowej (100% N_2), zarówno naprężenia zredukowane, jak i odkształcenia względne, w przedziale $1,26 \div 1,33^\circ$ utrzymują się na stałym poziomie 1170÷1200 MPa i 0,0057÷0,0059, w zależności od ciśnienia. Dopiero po przekroczeniu wartości $P_2 = 1,33^\circ$ ich wartości rosną, naprężenia do około 1800 MPa (rys. 3.56), odkształcenia względne do około 0,0088 (rys. 3.57).



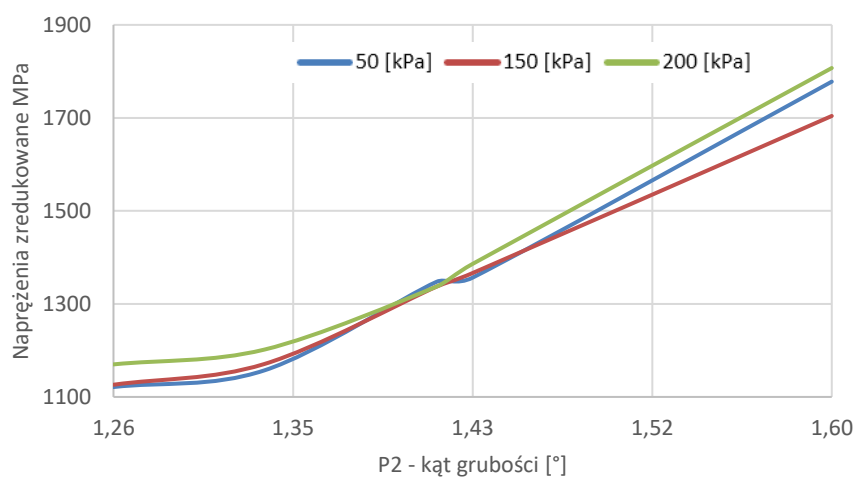
Rysunek 3.53. Wpływ zmiany parametru P2 na naprężenia zredukowane przy $P1 = 98^\circ$ i 65% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



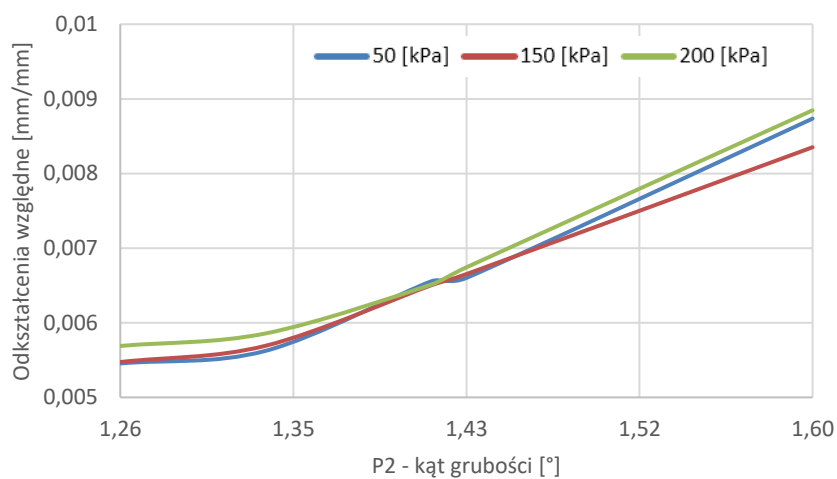
Rysunek 3.54. Wpływ zmiany parametru P2 na odkształcenia względne przy $P1 = 98^\circ$ i 65% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



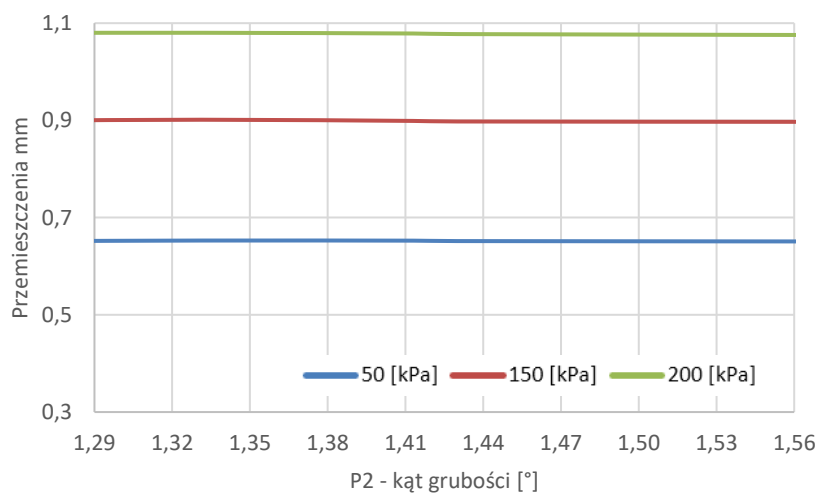
Rysunek 3.55. Wpływ zmiany parametru P2 na przemieszczenia przy $P1 = 98^\circ$ i 65% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



Rysunek 3.56. Wpływ zmiany parametru P2 na naprężenia zredukowane przy $P_1 = 98^\circ$ i 100% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



Rysunek 3.57. Wpływ zmiany parametru P2 na odkształcenia względne przy $P_1 = 98^\circ$ i 100% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



Rysunek 3.58. Wpływ zmiany parametru P2 na przemieszczenia przy $P_1 = 98^\circ$ i 100% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki

Drugą, analizowaną konstrukcją była konstrukcja integralna stopnia wirnikowego sprężarki. W przypadku tej konfiguracji pierwszym rozpatrywanym parametrem był parametr V12 (rys. 3.4). Wartość tego parametru zmieniała się w granicach od 5 do około 12 mm. Zakres zmian parametru był taki sam, jak w przypadku analizy parametrycznej bez sprzężenia. Przyjęto dodatkowo, że parametr V14 pozostaje stały, a jego wartość wynosi kolejno 9,1 mm, 8 mm, 7 mm i 5 mm. Na rysunkach od 3.59 do 3.82 przedstawione zostały wyniki analizy dla dwóch wybranych prędkości obrotowych: 65% N₂ i 100% N₂ oraz dwóch różnych rozkładów ciśnień na wlocie do sprężarki (ograniczono się do obciążeń wyznaczonych dla wartości 150 i 200 kPa ze względu na większą sztywność konstrukcji w części wieńcowej, związanej z wyeliminowaniem zamka).

W pierwszym analizowanym przypadku (V14 = 9,1 mm) maksymalne wartości naprężeń zredukowanych to około 545 MPa (rys. 3.59), z kolei maksymalna wartość odkształceń względnych to 0,003. Wartości ekstremalne uzyskano dla parametru V12 wynoszącego około 10 mm przy 65% N₂. Nie zmieniło się to także w sytuacji, gdy zwiększyło się ciśnienie na wlocie do sprężarki (rys. 3.59, 3.61). Najmniejsze wartości uzyskano natomiast dla V12 = 5 mm. W przypadku przemieszczeń, maksymalne wartości (około 0,42 mm) uzyskano dla V12 z przedziału od 7 do 8 mm, minimalne zaś dla dwóch skrajnych wartości, 5 mm i 12 mm (rys. 3.60). Wzrost prędkości obrotowej do 100% N₂, spowodował wzrost wartości naprężeń o około 5% (rys. 3.71). Najmniejsze wartości naprężeń uzyskano dla parametru V12 w przedziale 5–7 mm. Wartość przemieszczeń wzrosła natomiast o około 60% (rys. 3.72). Maksymalną wartość ~1,05 mm uzyskano dla V12 = 8,5 mm. W przypadku odkształceń, maksymalną wartość otrzymano dla grubości 10,25 mm (rys. 3.73).

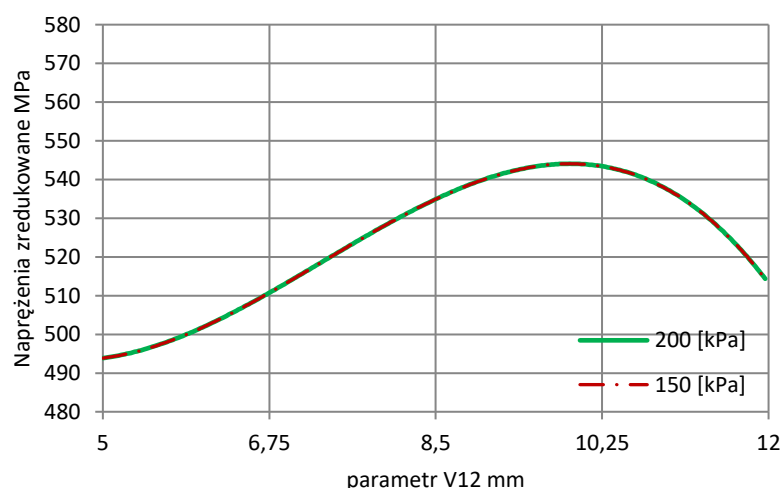
W drugiej analizie przyjęto parametr V14 równy 8 mm. Zmniejszenie wymiaru V14 o około 12% spowodowało wzrost wartości maksymalnych naprężeń i odkształceń o niecałe 5%, przy prędkości obrotowej 65% N₂. Maksymalne wartości naprężeń zredukowanych, na poziomie 565 MPa uzyskano w tym przypadku dla V12 w przedziale 6,75÷7,5 mm, minimalne, zaś (nieprzekraczające 510 MPa) dla grubości w przedziale 11÷12 mm (rys. 3.62). Odkształcenia względne (rys. 3.64) w analizowanym zakresie zmian parametru V12 nie przekroczyły natomiast wartości 0,0035. W przypadku przemieszczeń całkowitych konstrukcji (rys. 3.63), ich maksymalna wartość zmniejszyła się o około 2% w stosunku do przemieszczeń wyznaczonych przy V14 = 9,1 mm. Ich maksymalną wartość (0,411 mm) uzyskano dla wartości V12 w przedziale od 7,25 do 8,75 mm. Dla maksymalnych obrotów wirnika sprężarki, największe wartości naprężeń

zredukowanych nie przekraczają 672 MPa dla $V_{12} = 10,25$ mm, z kolei po przekroczeniu tej wartości maleją do poziomu 665 MPa dla $V_{12} = 12$ mm (rys. 3.74). Przeszacowania całkowite i odkształcenia względne początkowo rosną wraz ze zwiększaniem się wymiaru V_{12} , a następnie po przekroczeniu wartości 8,5 mm maleją (rys. 3.75, 3.76). Maksymalne odkształcenia nie przekraczają wartości 0,012, przeszacowania natomiast 1,03 mm.

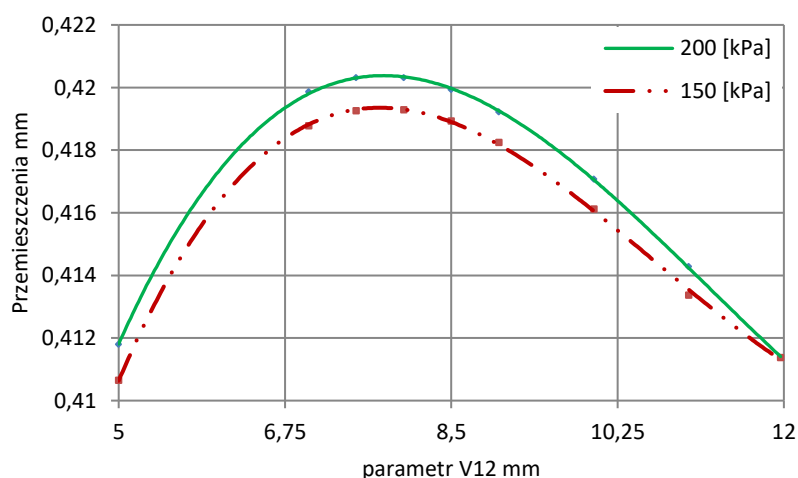
Trzeci analizowany przypadek uwzględnia wyniki dla $V_{14} = 7$ mm. Na rysunkach 3.65÷3.67 przedstawiono rozkłady naprężeń, przeszacowań i odkształceń dla prędkości obrotowej równej 65% N_2 . Naprężenia zredukowane i odkształcenia względne początkowo rosną, naprężenia do wartości 540 MPa, odkształcenia do około 0,0033 dla $V_{12} = 6,75$ mm. W tym przypadku, największe wartości parametrów wystąpiły dla maksymalnej grubości 12 mm, przy czym naprężenia nie przekroczyły 550 MPa (rys. 3.65), a odkształcenia względne 0,0034 (rys. 3.67). Zmiana przeszacowań całkowitych w zależności od parametru V_{12} ma zbliżony przebieg do wcześniej analizowanych przypadków. Najmniejsze wartości występują dla skrajnych grubości V_{12} , największe (około 0,403 mm) dla grubości około 8 mm (rys. 3.66). Dla prędkości obrotowej wynoszącej 100% N_2 uzyskano maksymalne naprężenia zredukowane na poziomie 667 MPa dla $V_{12} = 6,5$ mm (rys. 3.77). Największe wartości odkształceń względnych występują przy grubości V_{12} wynoszącej 6,75 mm i 12 mm (rys. 3.79). W przypadku przeszacowań całkowitych w konstrukcji, maksymalna ich wartość nie przekracza 1,005 mm (rys. 3.78).

W czwartym z rozpatrywanych przypadków grubość V_{14} wynosi 5 mm. Wyniki dla obu zakresów prędkości obrotowej przedstawiono na rysunkach 3.68–3.70, dla 65% N_2 oraz 3.80–3.82 dla 100% N_2 . Jak wynika z przedstawionych wykresów, przy prędkości biegu jałowego, naprężenia zredukowane nie przekraczają 550 MPa, dla założonej kombinacji parametrów V_{12} i V_{14} . Maksymalne przeszacowania całkowite konstrukcji wynoszą, w tym przypadku około 0,386 mm, natomiast odkształcenia pozostają na poziomie ~0,003. W przypadku 100% N_2 , wartość naprężeń zredukowanych nie przekracza wartości 670 MPa. Najmniejsze wartości, na poziomie 662 MPa, osiąga na $V_{12} = 6,75$ mm. Przeszacowania natomiast rosną do wartości 0,96 mm, w przedziale zmienności V_{12} od 5 do 8,5 mm, a następnie maleją do wartości około 0,95 mm. Wartość odkształcenia względnego rośnie liniowo wraz ze zwiększaniem się wartości parametru V_{12} .

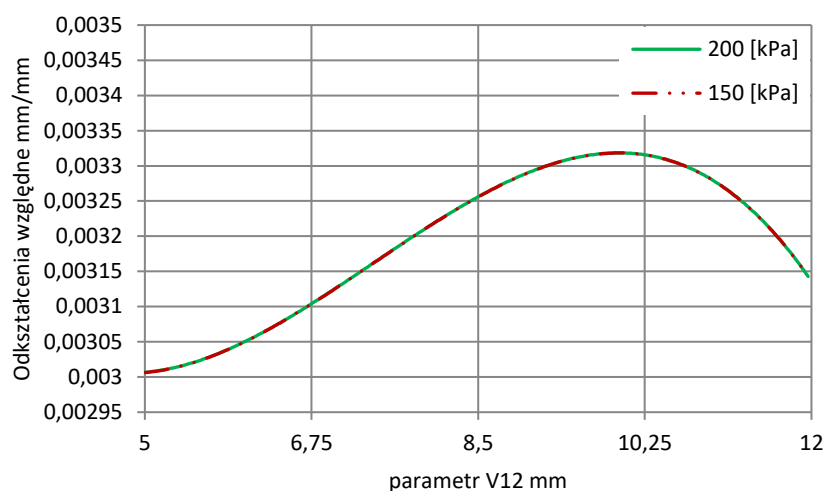
W analizowanych przypadkach zmianie ulega także charakter przebiegu krzywych naprężeń zredukowanych i odkształceń względnych i zależy on od wartości parametru V14. Mianowicie, dla największej z przyjętej wartości tego parametru ($V14 = 9,1$ mm) funkcja rośnie dla V12 w przedziale $6,75 \div 10,25$ mm, w pozostałych przypadkach obliczeniowych, w tym samym przedziale zmian V12, funkcja maleje. Należy zauważyć, że we wszystkich rozpatrywanych powyżej przypadkach, zmiana ciśnienia nie wpłynęła znacząco na zmianę wartości maksymalnych naprężeń i odkształceń w konstrukcji. Wynikać to może ze zwiększonej sztywności konstrukcji integralnej w stosunku do klasycznej z połączeniem zamkowego. Podobnie sytuacja wygląda w przypadku przemieszczeń, zmiana zadanego obciążenia ciśnieniem jest na tyle mała, że tylko w bardzo niewielkim stopniu wpływa ona na ich wartość.



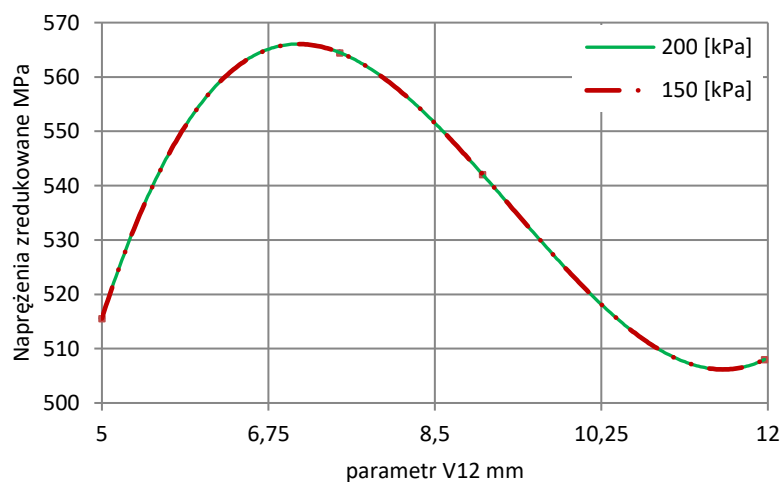
Rysunek 3.59. Wpływ zmiany parametru V12 na naprężenia zredukowane przy $V14 = 9,1$ mm i 65% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



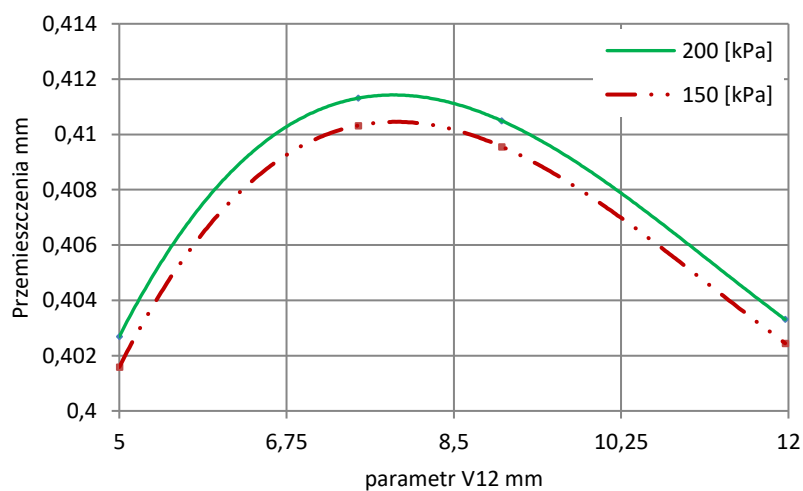
Rysunek 3.60. Wpływ zmiany parametru V12 na przemieszczenia przy $V14 = 9,1$ mm i 65% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



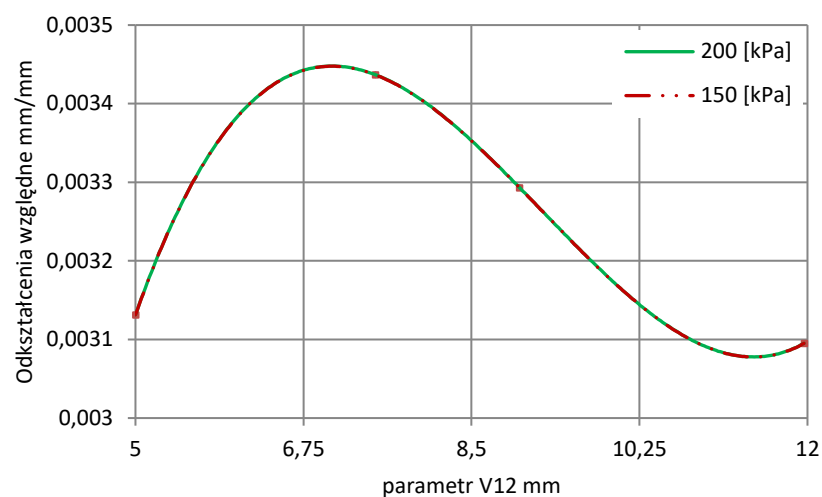
Rysunek 3.61. Wpływ zmiany parametru V12 na odkształcenia względne przy V14 = 9,1 mm i 65% N₂ dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



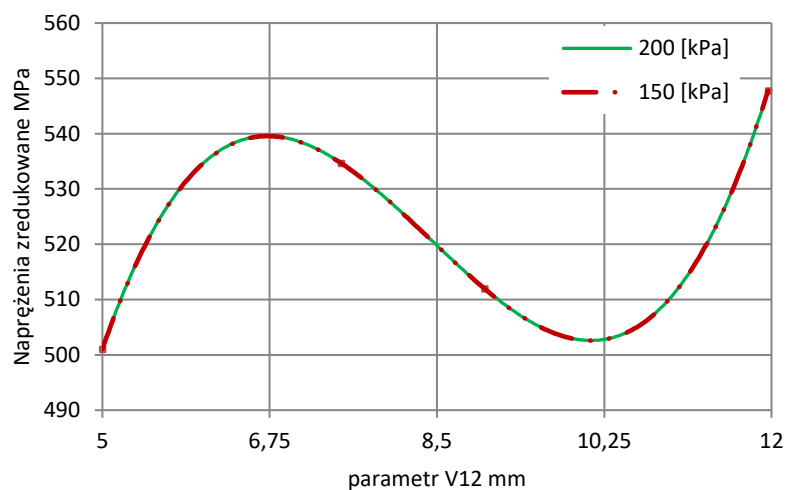
Rysunek 3.62. Wpływ zmiany parametru V12 na napężenia zredukowane przy V14 = 8 mm i 65% N₂ dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



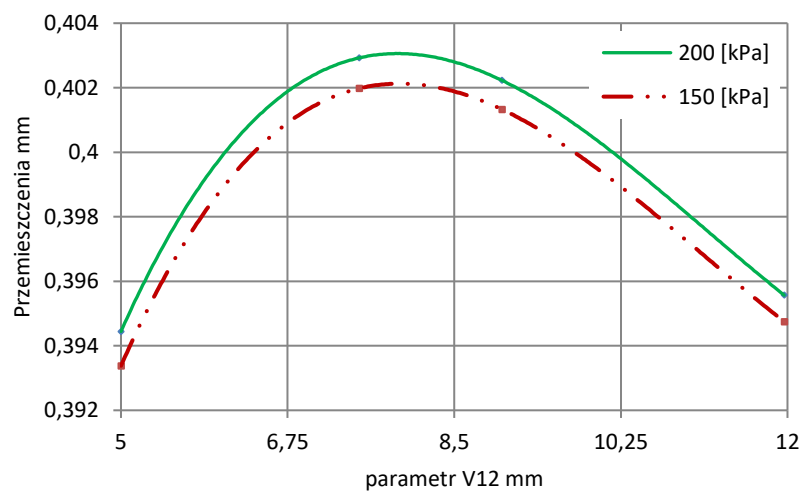
Rysunek 3.63. Wpływ zmiany parametru V12 na przemieszczenia przy V14 = 8 mm i 65% N₂ dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



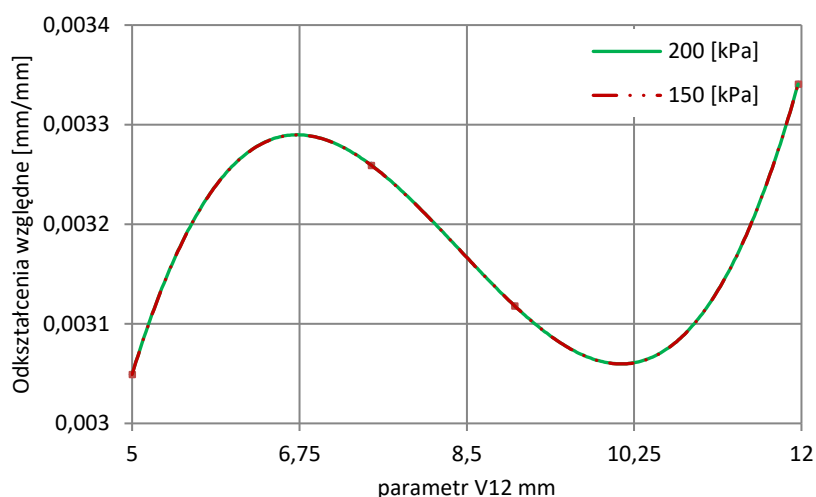
Rysunek 3.64. Wpływ zmiany parametru V12 na odkształcenia względne przy V14 = 8 mm i 65% N₂ dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



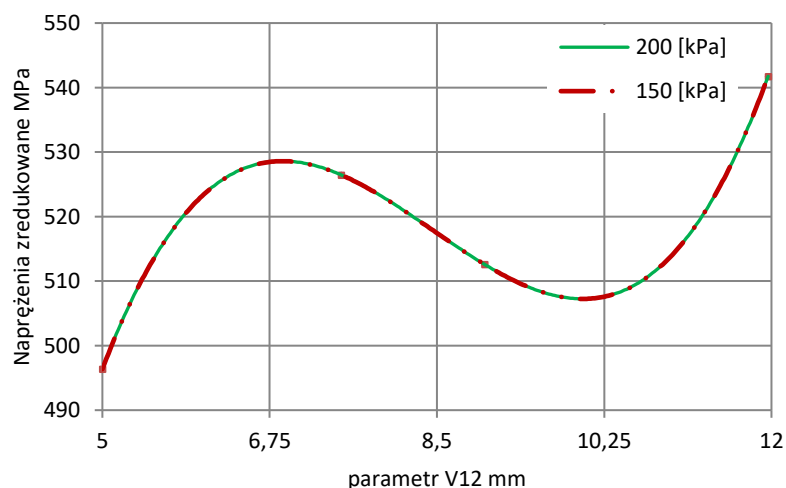
Rysunek 3.65. Wpływ zmiany parametru V12 na napężenia zredukowane przy V14 = 7 mm i 65% N₂ dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



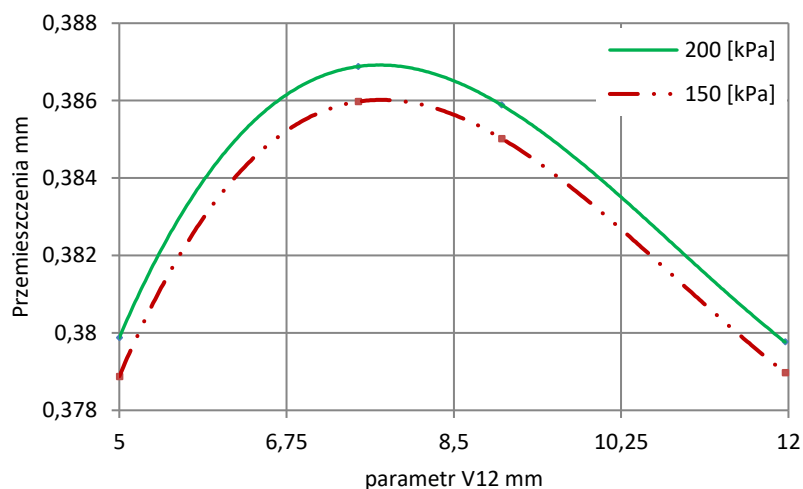
Rysunek 3.66. Wpływ zmiany parametru V12 na przemieszczenia przy V14 = 7 mm i 65% N₂ dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



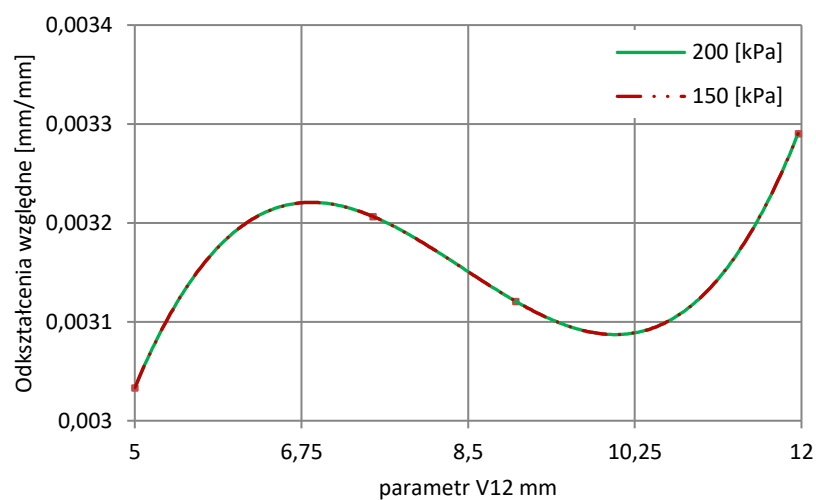
Rysunek 3.67. Wpływ zmiany parametru V12 na odkształcenia względne przy V14 = 7 mm i 65% N₂ dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



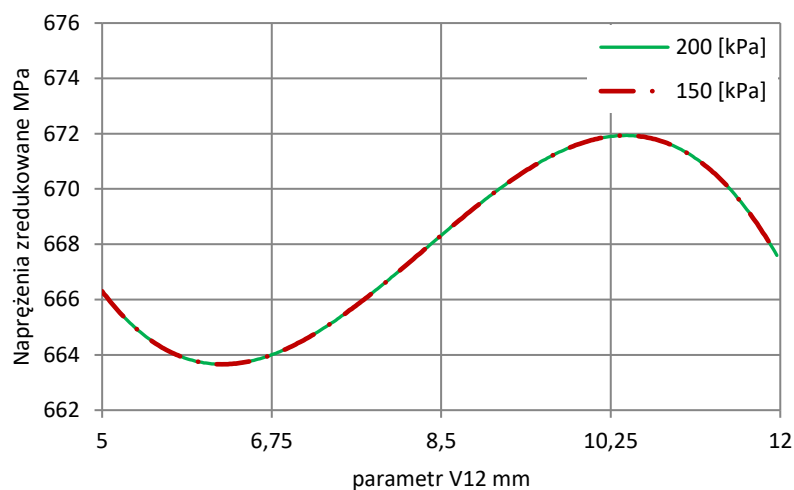
Rysunek 3.68. Wpływ zmiany parametru V12 na napężenia zredukowane przy V14 = 5 mm i 65% N₂ dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



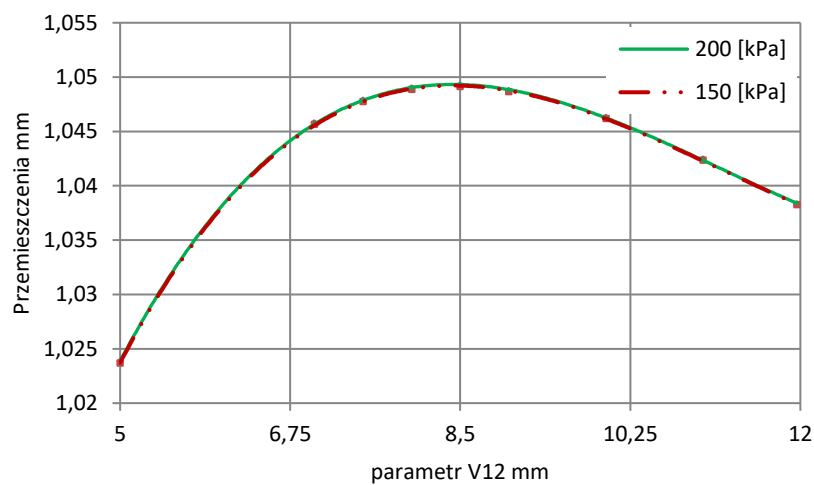
Rysunek 3.69. Wpływ zmiany parametru V12 na przemieszczenia przy V14 = 5 mm i 65% N₂ dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



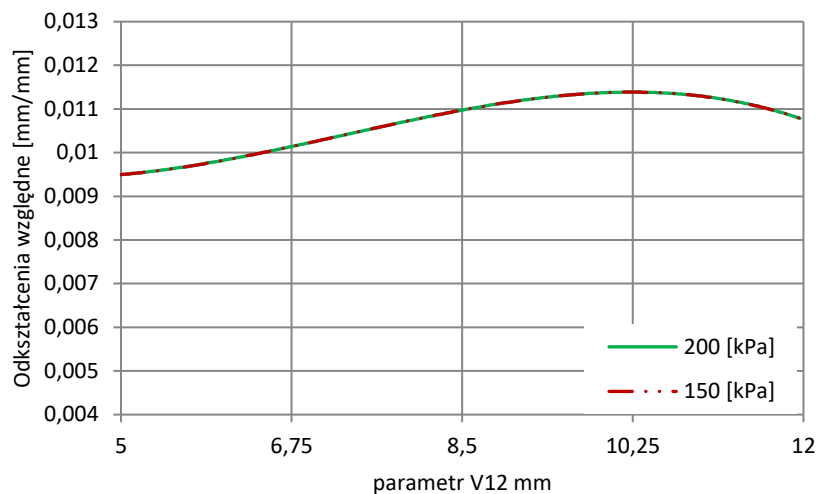
Rysunek 3.70. Wpływ zmiany parametru V12 na odkształcenia względne przy V14 = 5 mm i 65% N₂ dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



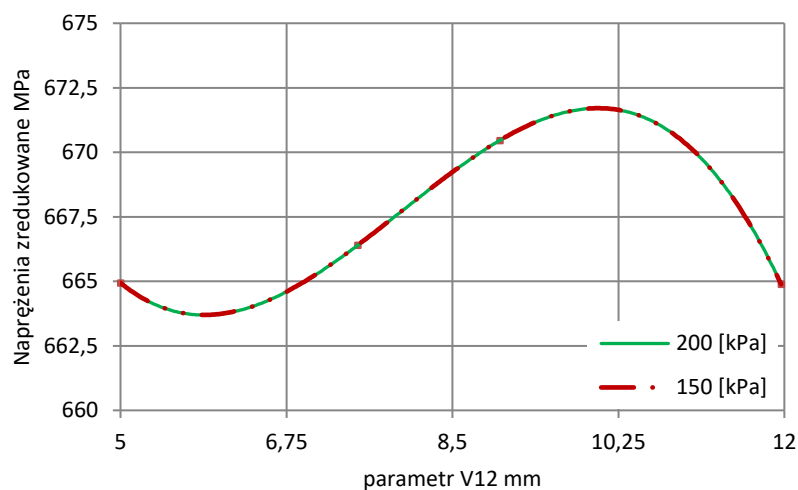
Rysunek 3.71. Wpływ zmiany parametru V12 na napężenia zredukowane przy V14 = 9,1 mm i 100% N₂ dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



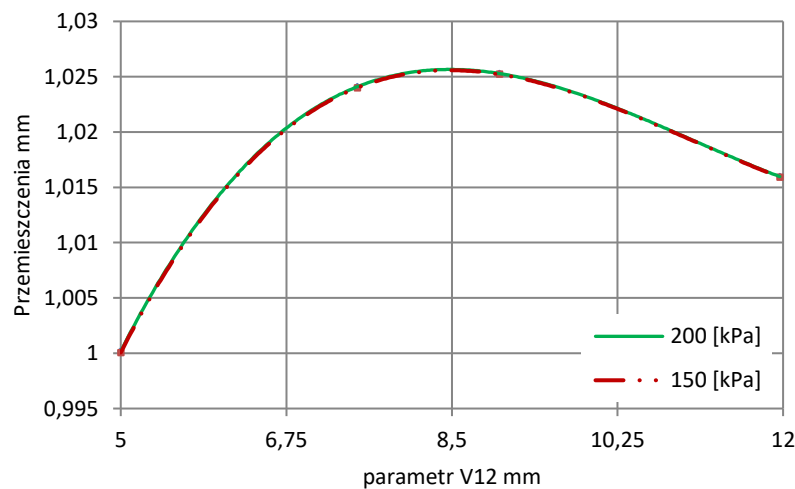
Rysunek 3.72. Wpływ zmiany parametru V12 na przemieszczenia przy V14 = 9,1 mm i 100% N₂ dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



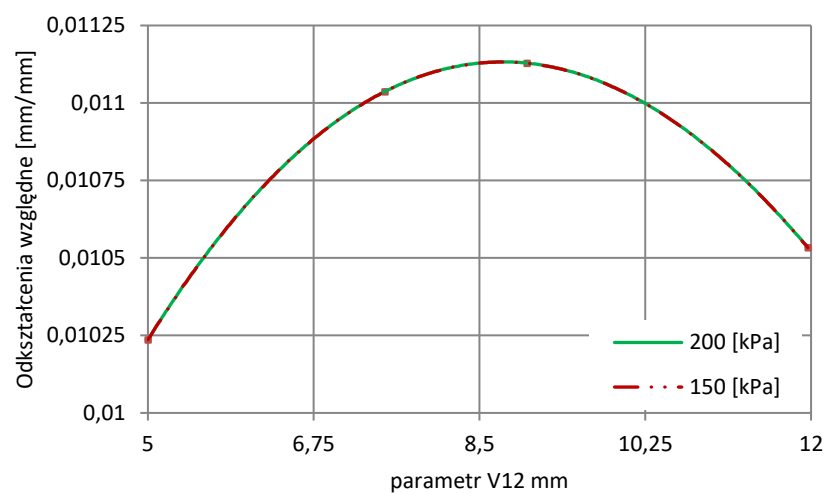
Rysunek 3.73. Wpływ zmiany parametru V12 na odkształcenia względne przy V14 = 9,1 mm i 100% N₂ dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



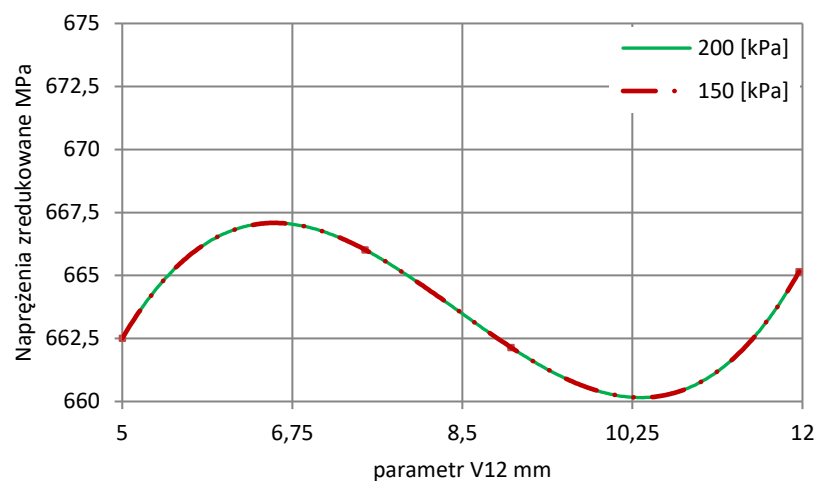
Rysunek 3.74. Wpływ zmiany parametru V12 na napężenia zredukowane przy V14 = 8 mm i 100% N₂ dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



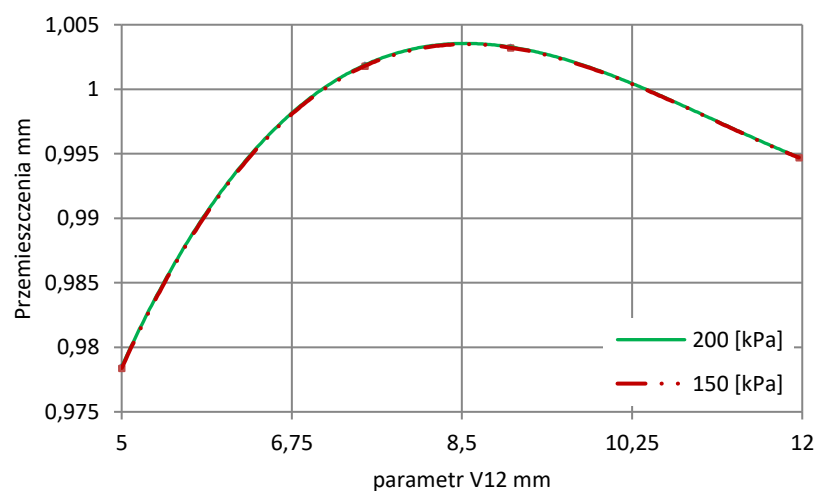
Rysunek 3.75. Wpływ zmiany parametru V12 na przemieszczenia przy V14 = 8 mm i 100% N₂ dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



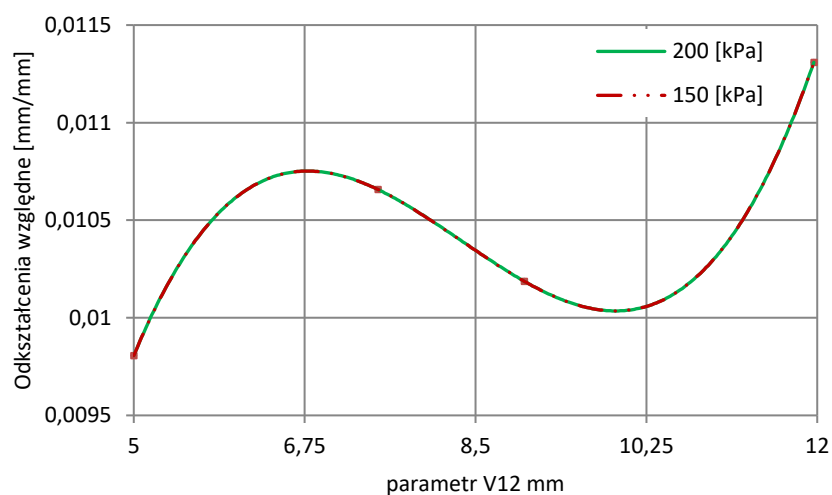
Rysunek 3.76. Wpływ zmiany parametru V12 na odkształcenia względne przy V14 = 8 mm i 100% N₂ dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



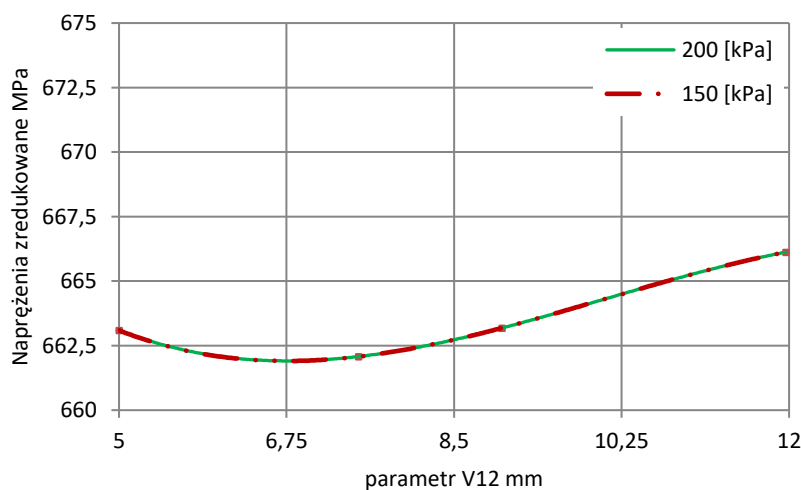
Rysunek 3.77. Wpływ zmiany parametru V12 na napężenia zredukowane przy V14 = 7 mm i 100% N₂ dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



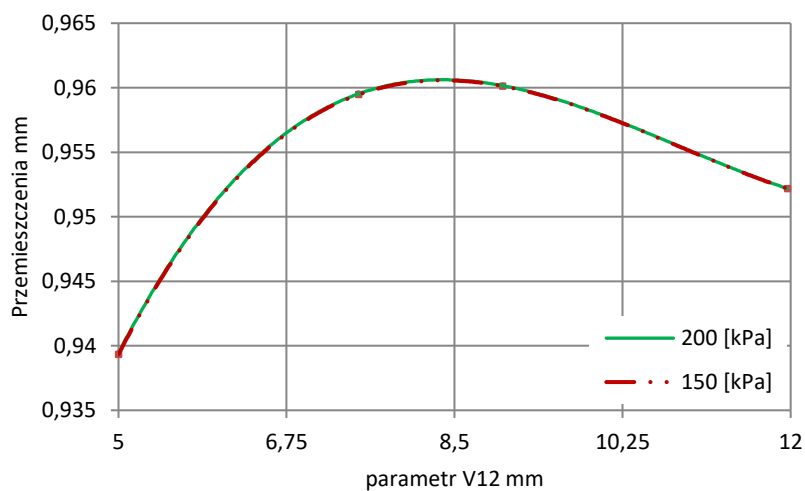
Rysunek 3.78. Wpływ zmiany parametru V12 na przemieszczenia przy V14 = 7 mm i 100% N₂ dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



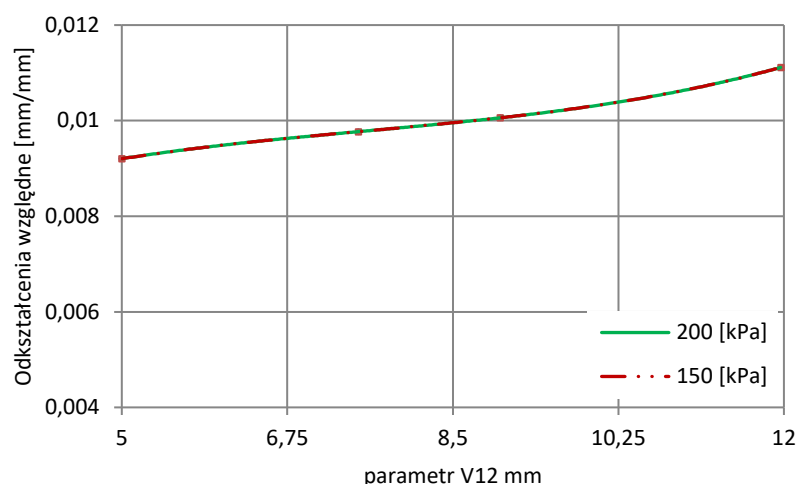
Rysunek 3.79. Wpływ zmiany parametru V12 na odkształcenia względne przy V14 = 7 mm i 100% N₂ dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



Rysunek 3.80. Wpływ zmiany parametru V12 na napężenia zredukowane przy V14 = 5 mm i 100% N₂ dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



Rysunek 3.81. Wpływ zmiany parametru V12 na przemieszczenia przy V14 = 5 mm i 100% N₂ dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



Rysunek 3.82. Wpływ zmiany parametru V12 na odkształcenia względne przy $V14 = 5 \text{ mm}$ i $100\% \text{ N}_2$ dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki

Drugim z rozpatrywanych parametrów konstrukcji integralnej była grubość V14 (rys. 3.4). Przeanalizowano wpływ wartości tego parametru na naprężenia zredukowane, odkształcenia względne i przemieszczenia całkowite w konstrukcji stopnia wirnikowego sprężarki. Wyniki przedstawiono na rysunkach od 3.83 do 3.106. Parametr V14 w przedstawionej analizie zmieniał się w granicach od 6 do 9 mm. Uwzględniono, tak jak poprzednio dwa zakresy prędkości obrotowej wirnika oraz dwie (w danym przypadku obliczeniowym) wartości ciśnienia obciążającego pióro łopatki. Przyjęto dodatkowo, że parametr V12 pozostaje stały, a jego wartość wynosi kolejno 11,97 mm, 10 mm, 8 mm i 5 mm.

W pierwszym z analizowanych przypadków grubość V12 wynosiła 11,97 mm. Rozkłady naprężeń zredukowanych, przemieszczeń całkowitych i odkształceń względnych dla prędkości obrotowej wynoszącej $65\% \text{ N}_2$ przedstawiono na rys. 3.83–3.85. Maksymalne wartości naprężeń (około 552 MPa) uzyskano dla parametru V14 wynoszącego 5,9 mm. Podobnie w przypadku odkształceń względnych, maksymalne wartości występują przy grubości V14 = 6 mm i nie przekraczają wartości 0,0034 (rys. 3.85). Przemieszczenia całkowite natomiast rosną liniowo, wraz ze wzrostem wartości parametru V14 (rys. 3.84). Dla maksymalnej grubości 9 mm osiągają wartość około 0,4 mm. Przy maksymalnych obrotach wirnika sprężarki, naprężenia zredukowane wzrastają do wartości około 669 MPa (rys. 3.95). Z kolei przemieszczenia natomiast rosną liniowo od 0,95 do 1,04 mm, wraz ze wzrostem grubości V14. Maksymalne

odkształcenia względne nie przekraczają wartości 0,0112 dla rozpatrywanego przypadku (rys. 3.97).

Kolejny przypadek obliczeniowy uwzględniał wartość $V_{12} = 10$ mm. Na rysunkach 3.86–3.88 przedstawiono wpływ ustalonej kombinacji parametrów geometrycznych na naprężenia zredukowane, przemieszczenia i odkształcenia względne w konstrukcji. Naprężenia zredukowane, w tym przypadku nie przekraczają wartości 540 MPa. Najmniejsze wartości naprężeń uzyskano dla grubości V_{14} wynoszącej 8,2 mm. Podobnie sytuacja wygląda dla odkształceń względnych, najmniejsze wartości (0,003) uzyskano dla $V_{14} = 8,2$ mm, największe nie przekraczają 0,033 i występują przy grubości $V_{14} = 9$ mm (rys. 3.88). Przemieszczenia całkowite rosną liniowo od wartości 0,39 mm dla $V_{14} = 6$ mm do 0,417 mm dla $V_{14} = 9$ mm (rys. 3.87). Zwiększenie prędkości obrotowej powoduje wzrost maksymalnych naprężeń do wartości około 670 MPa (3.98) i odkształceń względnych do wartości 0,011 (rys. 3.100). Przemieszczenia całkowite konstrukcji, przy 100% N_2 , zwiększają się o około 60%, przykładowo dla grubości $V_{14} = 9$ mm wynoszą 1,045 mm (rys. 3.99).

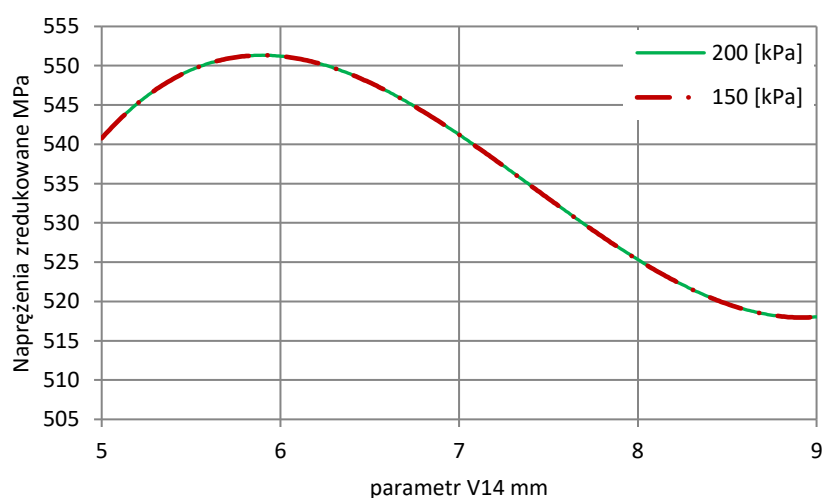
W trzecim z analizowanych przypadków grubość wieńca V_{14} wynosi 8 mm. Naprężenia zredukowane, przemieszczenia i odkształcenia względne przedstawiono na rysunkach 3.89–3.91 dla prędkości obrotowej odpowiadającej 65% N_2 , i 3.101÷3.103 dla prędkości obrotowej odpowiadającej 100% N_2 . Maksymalne naprężenia, przy 65% N_2 , nie przekraczają 530 MPa, największe wartości występują dla grubości V_{14} w przedziale 7,5÷8,5 mm (rys. 3.89). Analogicznie prezentuje się rozkład odkształceń względnych, największe wartości, uzyskano dla grubości w przedziale 7,5÷8,5 mm (rys. 3.91). W przypadku przemieszczeń, charakter przebiegu nie zmienia się. Przemieszczenia rosną liniowo od wartości 0,39 mm do 0,42 mm, przy 65% N_2 (rys. 3.90) i od 0,98 do 1,05 mm przy 100% N_2 . Zwiększenie zakresu prędkości obrotowej do 100% N_2 wpłynęło także na wartość maksymalnych naprężeń zredukowanych, ich wartość wzrosła o około 20%. Odkształcenia względne zmieniają się w niewielkim zakresie, od 0,009 do 0,01.

Wyniki dla ostatniej kombinacji parametrów V_{14} i V_{12} przedstawiono na rysunkach 3.92–3.94 dla prędkości obrotowej 65% N_2 , oraz 3.104–3.106 dla prędkości 100% N_2 . Dla pierwszego zakresu prędkości obrotowej uzyskano maksymalne naprężenia zredukowane na poziomie 535 MPa dla najmniejszej grubości $V_{14} = 6$ mm. Podobnie w przypadku odkształceń względnych, maksymalną wartość 0,0032 otrzymano dla grubości 6 mm (rys. 3.94). Przemieszczenia całkowite zmieniają się liniowo, rosną od

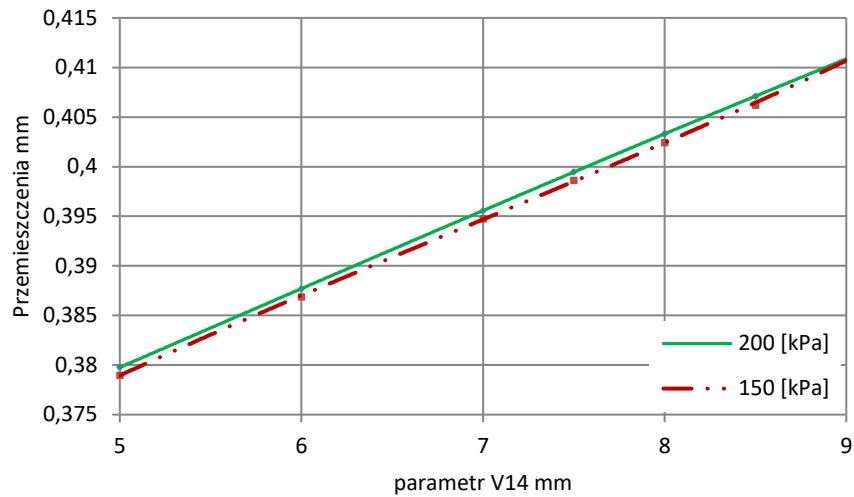
wartości 0,385 mm dla $V_{14} = 6$ mm do 0,41 mm dla $V_{14} = 9$ mm (rys. 3.93). Dla drugiego zakresu prędkości obrotowej, naprężenia zredukowane nie przekraczają 670 MPa, największe występują dla grubości $V_{14} = 6$ mm. Przemieszczenia całkowite rosną od wartości 0,96 do 1,02 mm dla skrajnych wartości parametru V_{14} (rys. 3.105). Odształcenia względne zmieniają się od 0,009 do 0,01, przy czym maksymalna wartość występuje dla zakresu grubości V_{14} od 8 do 8,5 mm (rys. 3.106).

W analizowanych przypadkach zmianie ulega także charakter przebiegu krzywych naprężeń zredukowanych i odkształceń względnych, który w głównym stopniu zależy od wartości parametru V_{12} , ale także od wartości prędkości obrotowej. Mianowicie, dla parametru V_{12} równego 8 mm i 5 mm, funkcja rośnie w przedziale zmiany $V_{14} = 7 \div 8$ mm. W pozostałych przypadkach obliczeniowych, w tym samym przedziale zmian V_{14} , funkcja maleje, dla prędkości biegu jałowego. Przy prędkości maksymalnej krzywa naprężeń, dla $V_{12} = 8$ mm maleje w przedziale zmiany $V_{14} = 7 \div 8$ mm, natomiast krzywa odkształceń względnych maleje w tym samym przedziale dla $V_{12} = 10$ mm.

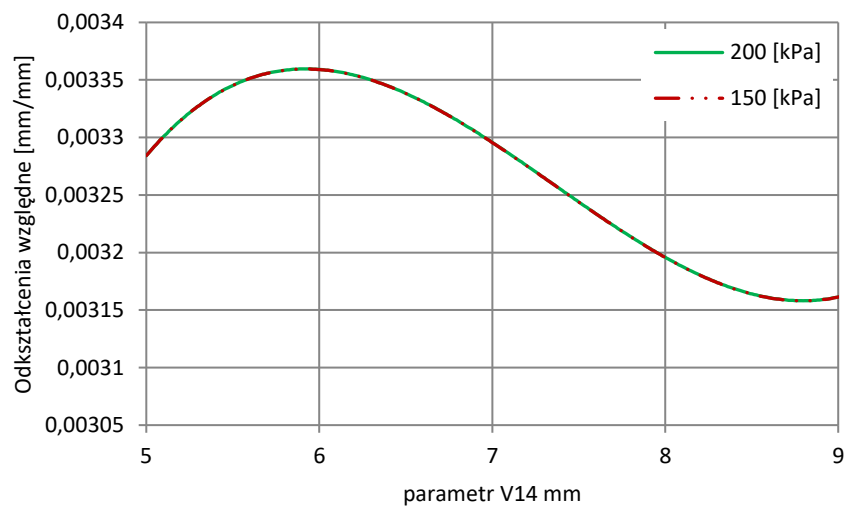
Należy zauważyć, że podobnie, jak przy pierwszym analizowanym parametrze (V_{12}) we wszystkich rozpatrywanych powyżej przypadkach, zmiana ciśnienia nie wpłynęła znacząco na zmianę wartości maksymalnych naprężeń i odkształceń w stopniu integralnym, co może wynikać z założonych warunków pracy sprężarki oraz ze zwiększonej sztywności konstrukcji integralnej w stosunku do klasycznego połączenia zamkowego. Podobnie sytuacja wygląda w przypadku przemieszczeń. Zmiana zadanego obciążenia ciśnieniowego jest na tyle mała, że w bardzo niewielkim stopniu wpływa ono na ich wartość.



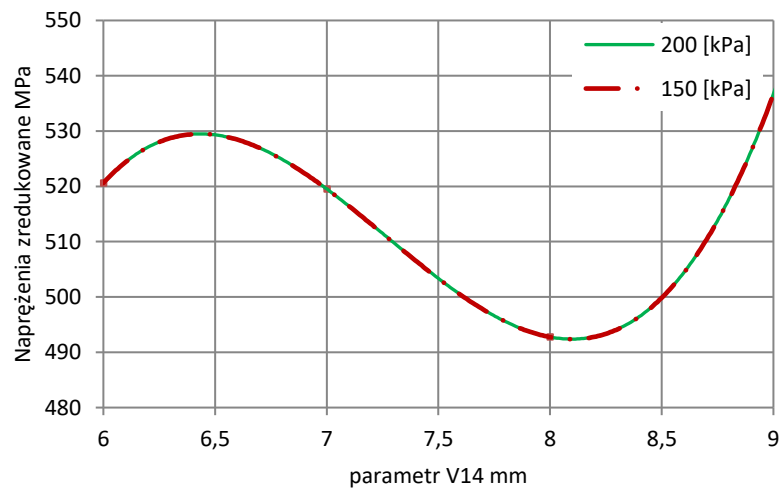
Rysunek 3.83. Wpływ zmiany parametru V_{14} na naprężenia zredukowane przy $V_{12} = 11,97$ mm i 65% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



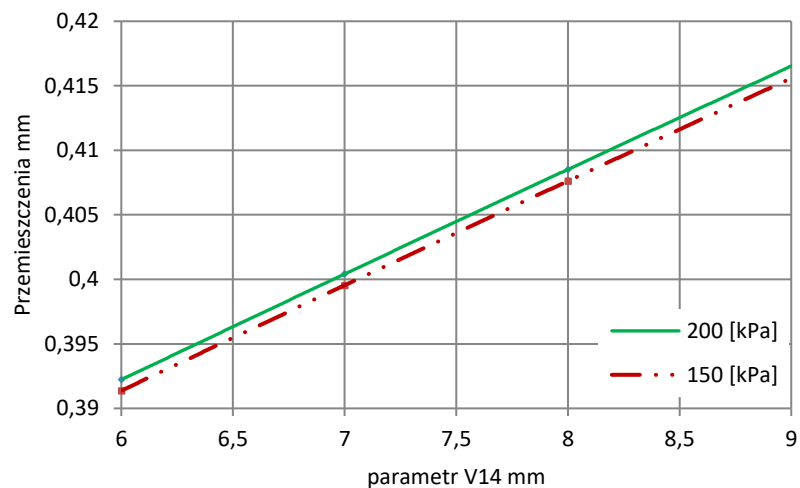
Rysunek 3.84. Wpływ zmiany parametru V14 na przemieszczenia przy $V_{12} = 11,97$ mm i 65% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



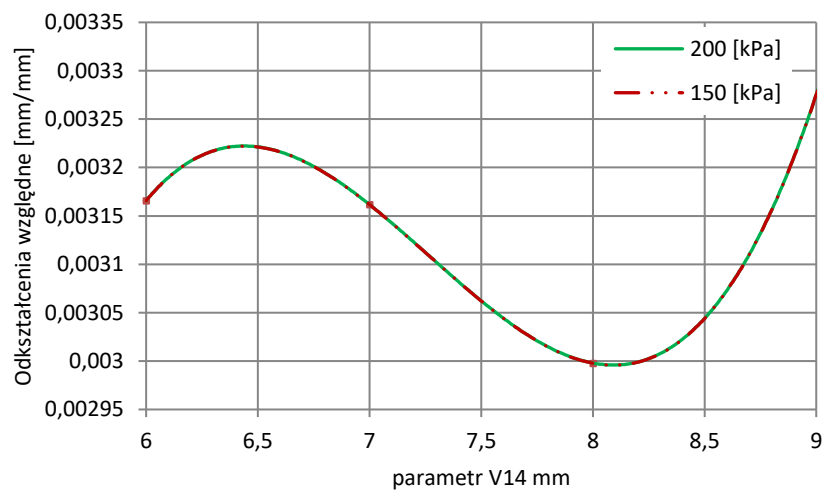
Rysunek 3.85. Wpływ zmiany parametru V14 na odkształcenia względne przy $V_{12} = 11,97$ mm i 65% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



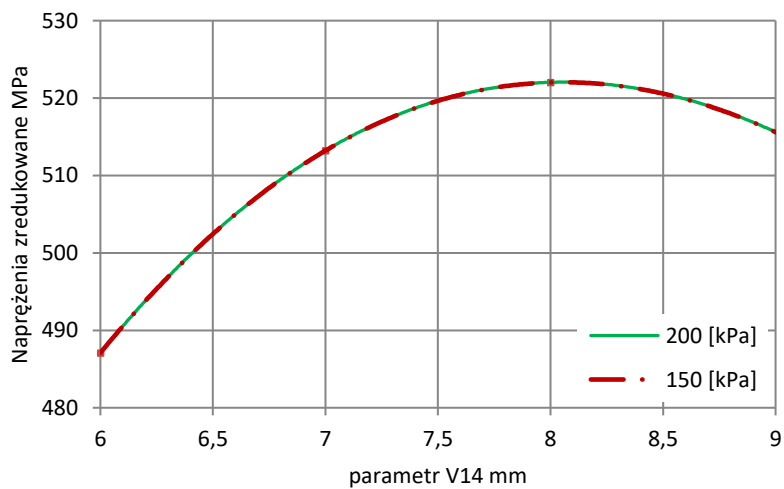
Rysunek 3.86. Wpływ zmiany parametru V14 na napężenia zredukowane przy $V_{12} = 10$ mm i 65% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



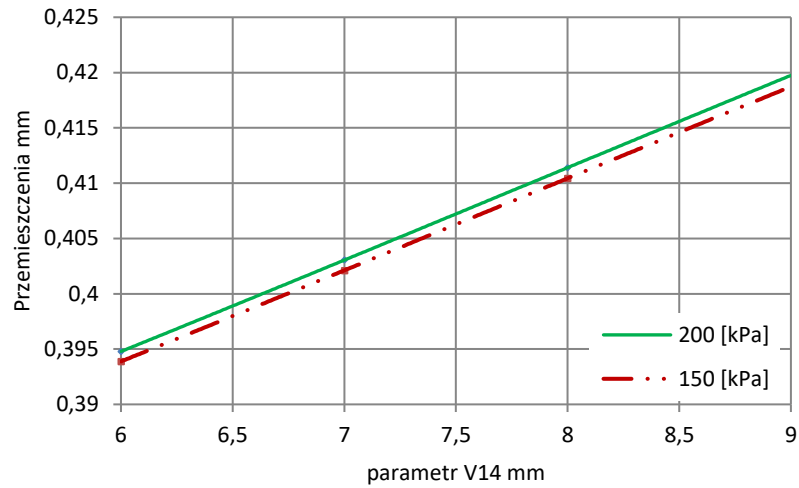
Rysunek 3.87. Wpływ zmiany parametru V14 na przemieszczenia przy V12 = 10 mm i 65% N₂ dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



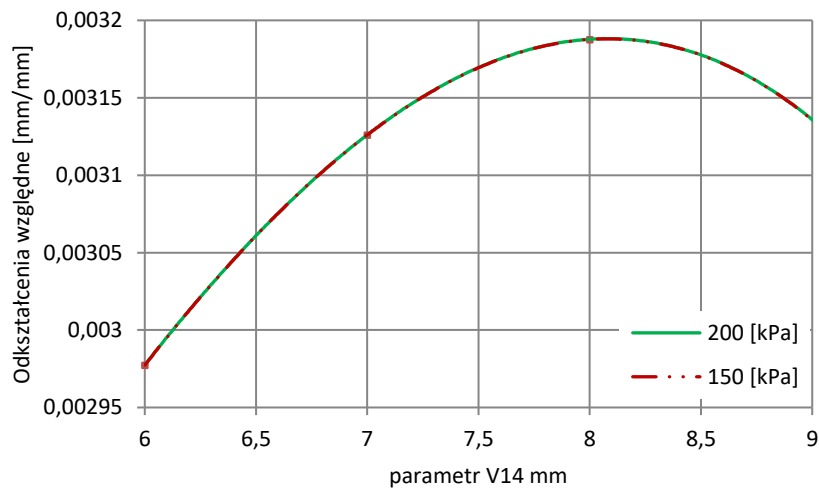
Rysunek 3.88. Wpływ zmiany parametru V14 na odkształcenia względne przy V12 = 10 mm i 65% N₂ dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



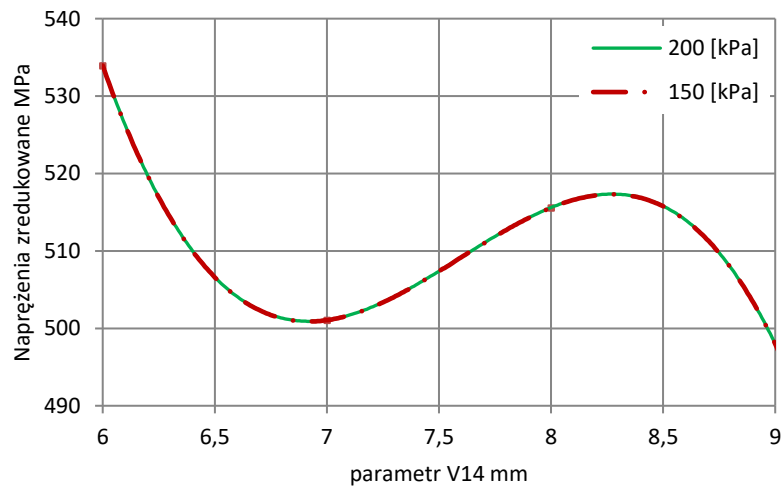
Rysunek 3.89. Wpływ zmiany parametru V14 na napężenia zredukowane przy V12 = 8 mm i 65% N₂ dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



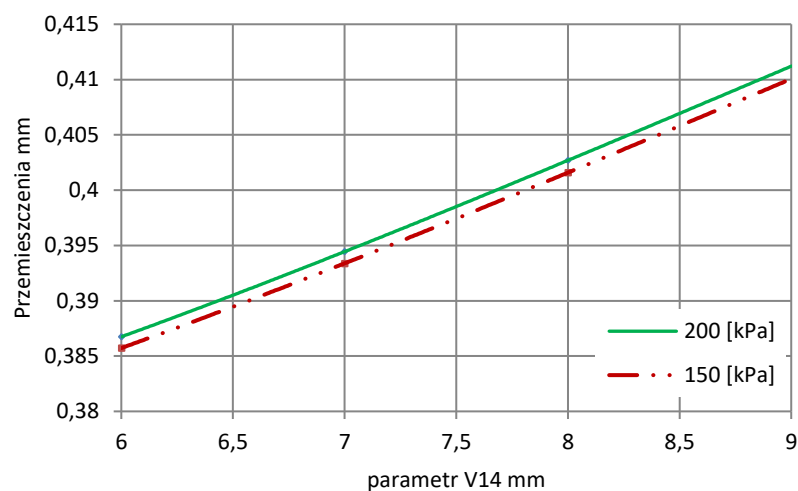
Rysunek 3.90. Wpływ zmiany parametru V14 na przemieszczenia przy V12 = 8 mm i 65% N₂ dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



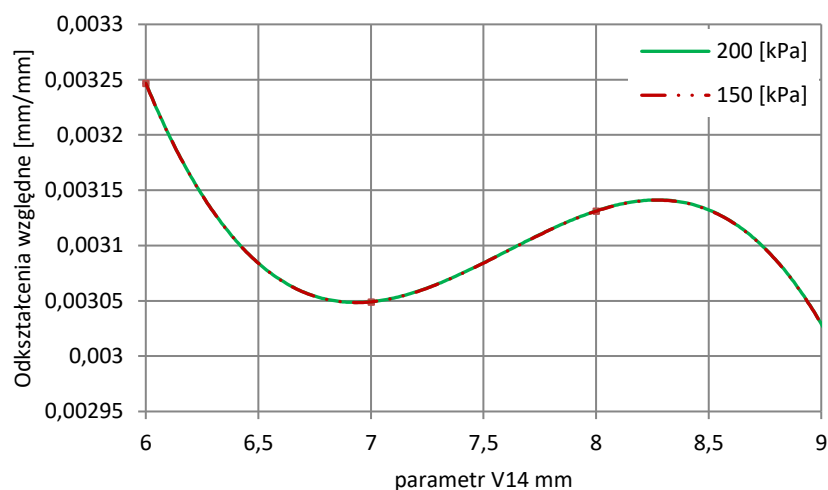
Rysunek 3.91. Wpływ zmiany parametru V14 na odkształcenia względne przy V12 = 8 mm i 65% N₂ dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



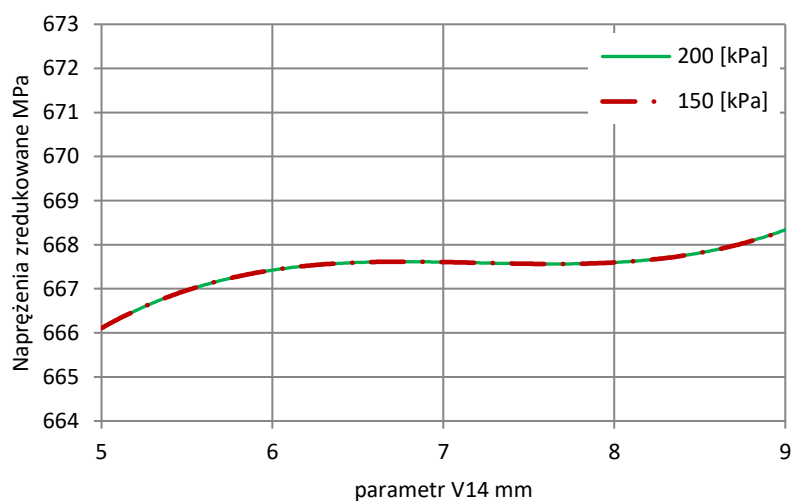
Rysunek 3.92. Wpływ zmiany parametru V14 na napężenia zredukowane przy V12 = 5 mm i 65% N₂ dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



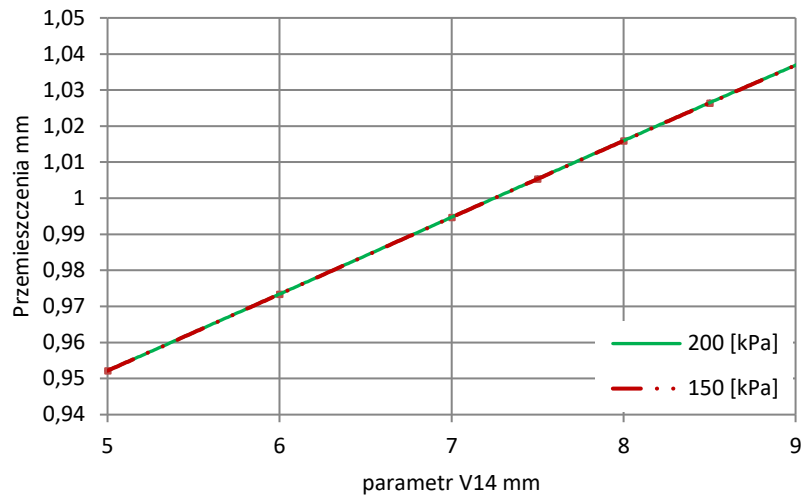
Rysunek 3.93. Wpływ zmiany parametru V14 na przemieszczenia przy V12 = 5 mm i 65% N₂ dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



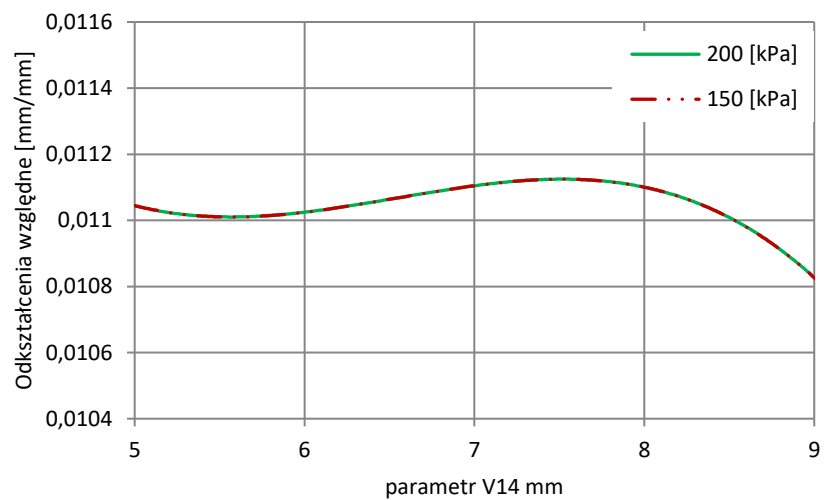
Rysunek 3.94. Wpływ zmiany parametru V14 na odkształcenia względne przy V12 = 5 mm i 65% N₂ dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



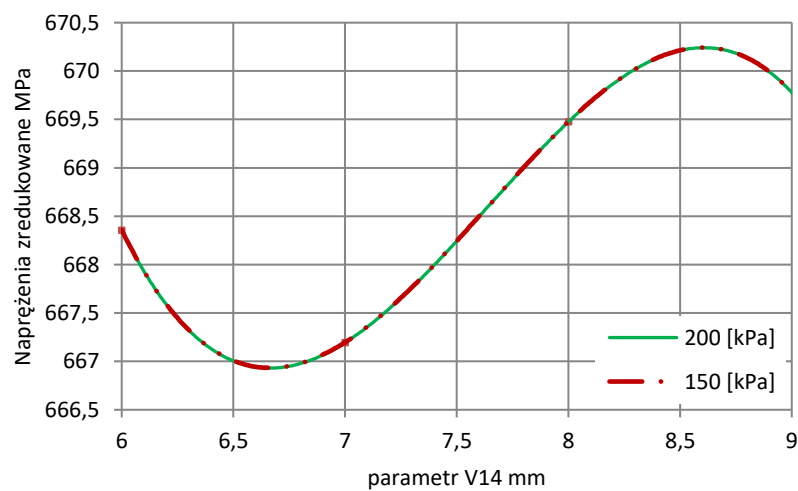
Rysunek 3.95. Wpływ zmiany parametru V14 na napężenia zredukowane przy V12 = 11,97 mm i 100%N₂ dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



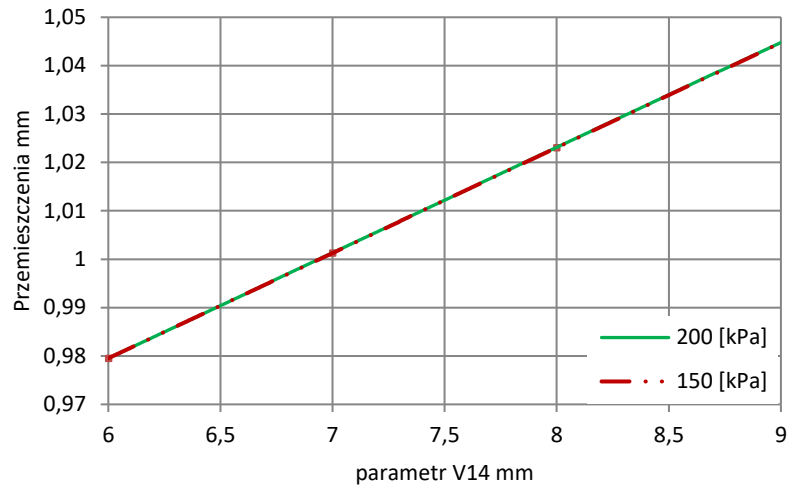
Rysunek 3.96. Wpływ zmiany parametru V14 na przemieszczenia przy $V_{12} = 11,97$ mm i 100% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



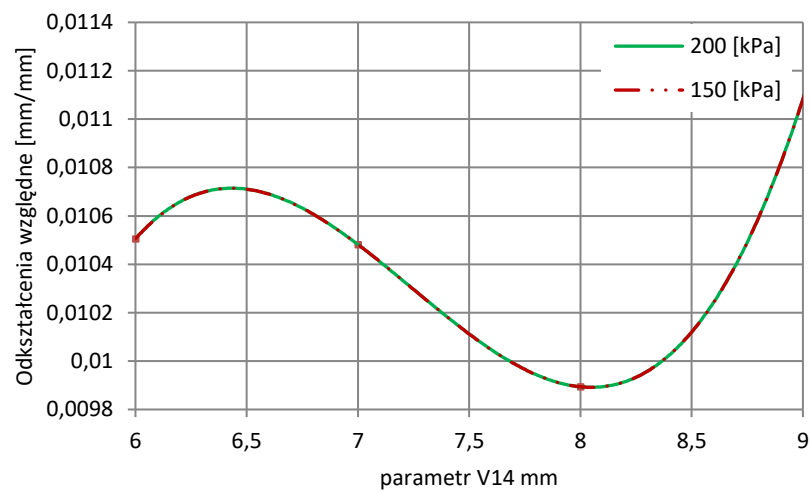
Rysunek 3.97. Wpływ zmiany parametru V14 na odkształcenia względne przy $V_{12} = 11,97$ mm i 100% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



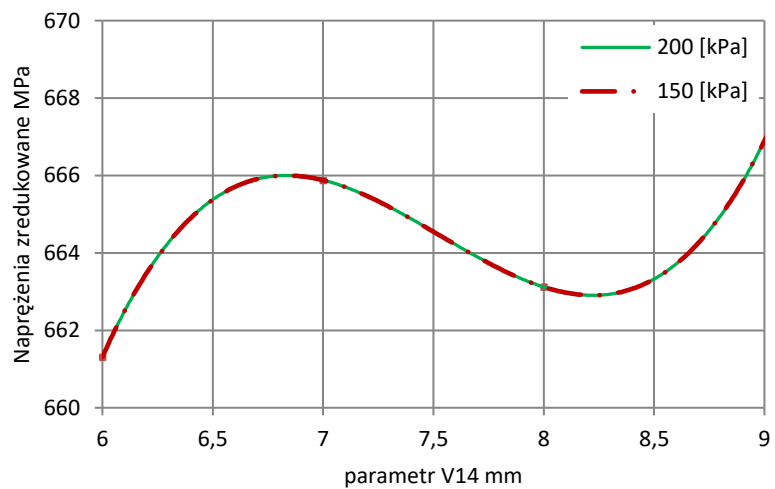
Rysunek 3.98. Wpływ zmiany parametru V14 na napężenia zredukowane przy $V_{12} = 10$ mm i 100% N_2 dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



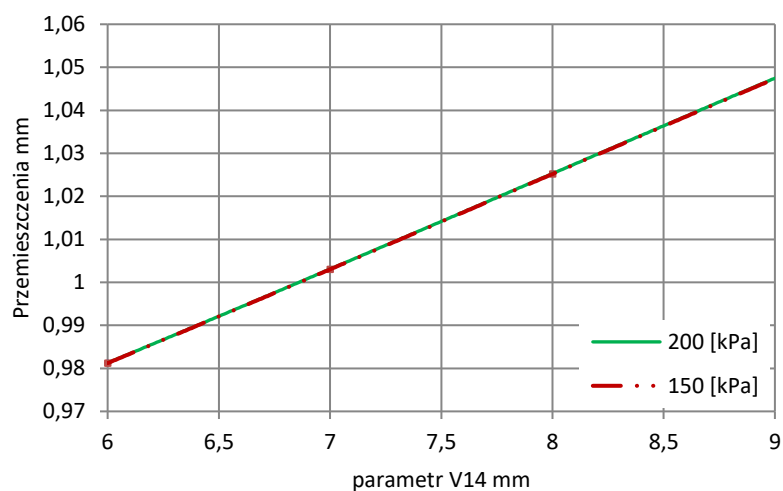
Rysunek 3.99. Wpływ zmiany parametru V14 na przemieszczenia przy V12 = 10 mm i 100% N₂ dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



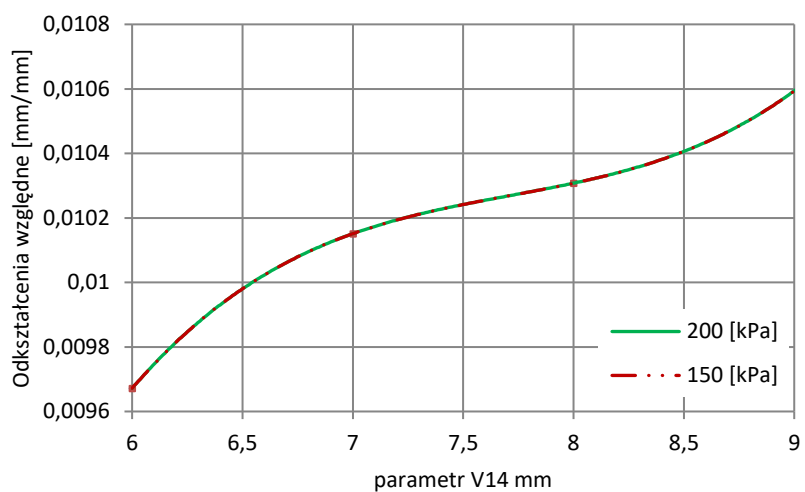
Rysunek 3.100. Wpływ zmiany parametru V14 na odkształcenia względne przy V12 = 10 mm i 100% N₂ dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



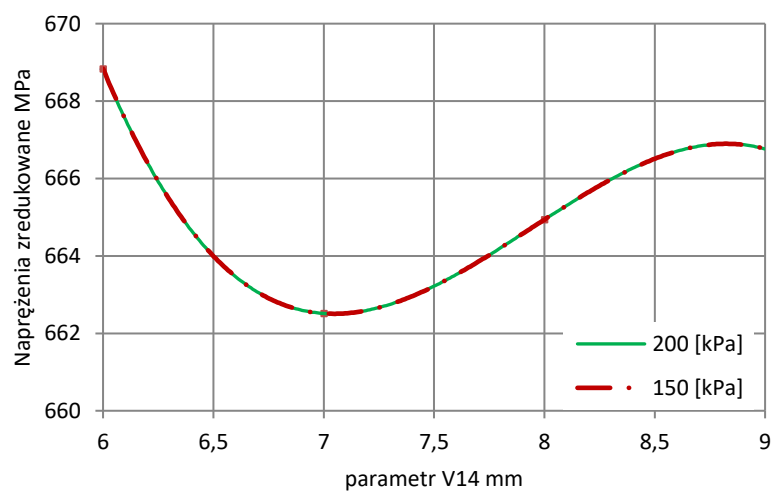
Rysunek 3.101. Wpływ zmiany parametru V14 na napężenia zredukowane przy V12 = 8 mm i 100% N₂ dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



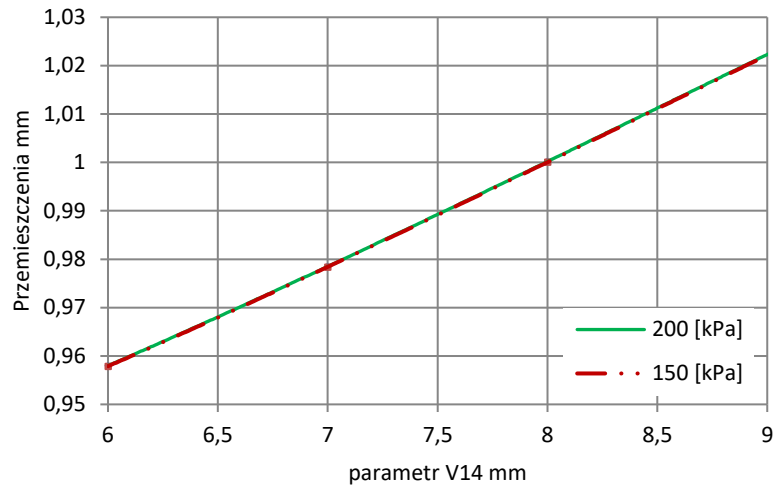
Rysunek 3.102. Wpływ zmiany parametru V14 na przemieszczenia przy V12 = 8 mm i 100% N₂ dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



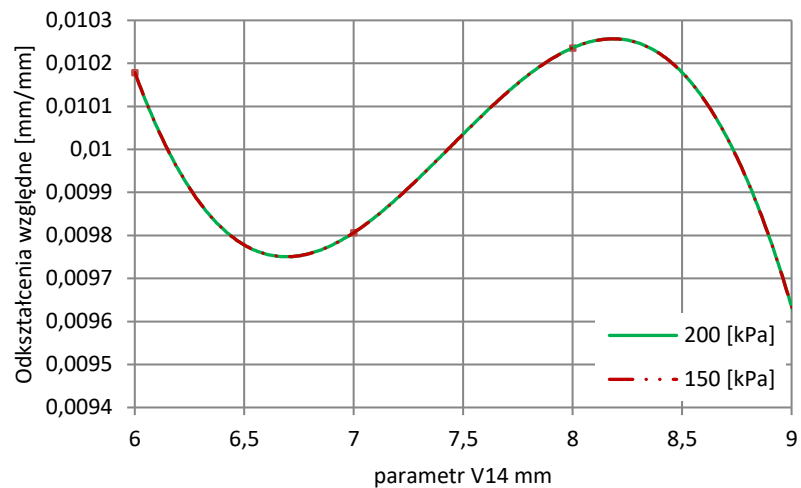
Rysunek 3.103. Wpływ zmiany parametru V14 na odkształcenia względne przy V12 = 8 mm i 100% N₂ dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



Rysunek 3.104. Wpływ zmiany parametru V14 na napężenia zredukowane przy V12 = 5 mm i 100% N₂ dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki



Rysunek 3.105. Wpływ zmiany parametru V14 na przemieszczenia przy V12 = 5 mm i 100% N₂ dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki

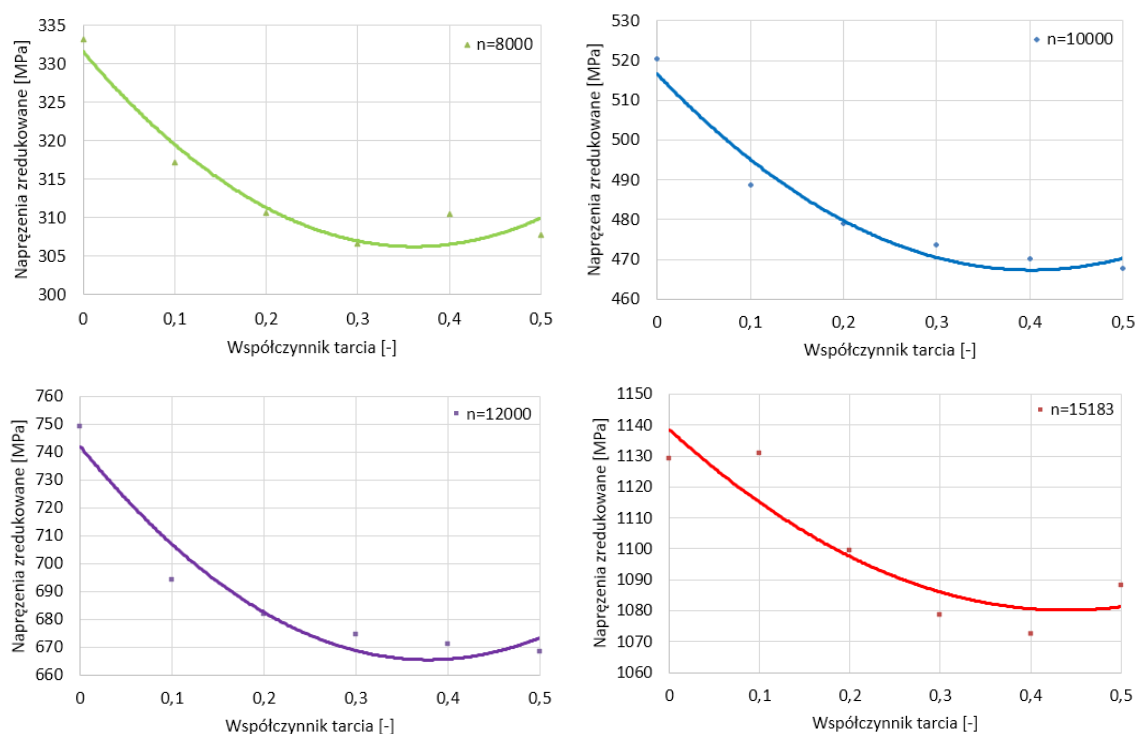


Rysunek 3.106. Wpływ zmiany parametru V14 na odkształcenia względne przy V12 = 5 mm i 100% N₂ dla różnych ciśnień na wlocie do stopnia sprężarki

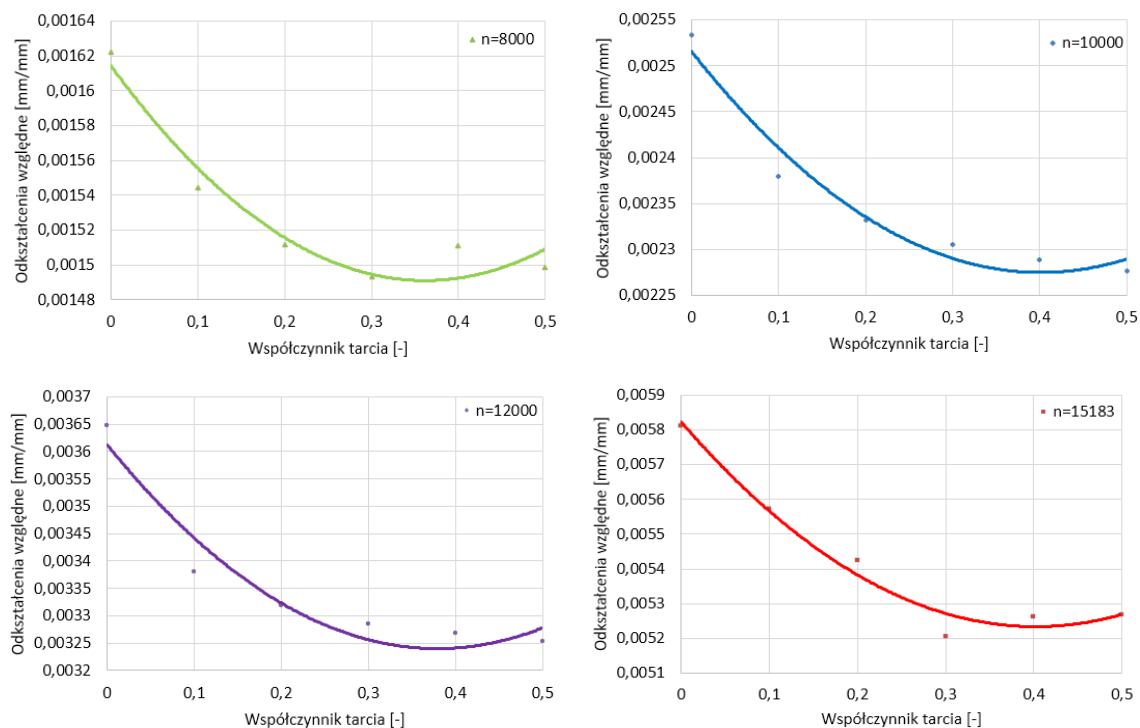
Przeprowadzona analiza dostarczyła informacji o wpływie wybranych kombinacji parametrów geometrycznych P1, P2 (konstrukcja klasyczna z zamkiem) i V12, V14 (konstrukcja integralna) na przebiegi zmian i wartość maksymalnych naprężeń zredukowanych, odkształceń względnych i przemieszczeń w konstrukcji stopnia wirnikowego sprężarki przy obciążeniu siłami masowymi wynikającymi z prędkości obrotowej oraz obciążeniu siłami aerodynamicznymi poprzez zadany rozkład ciśnienia na łopatkę.

3.4. Wpływ współczynnika tarcia na wytrzymałość konstrukcji stopnia wirnikowego sprężarki

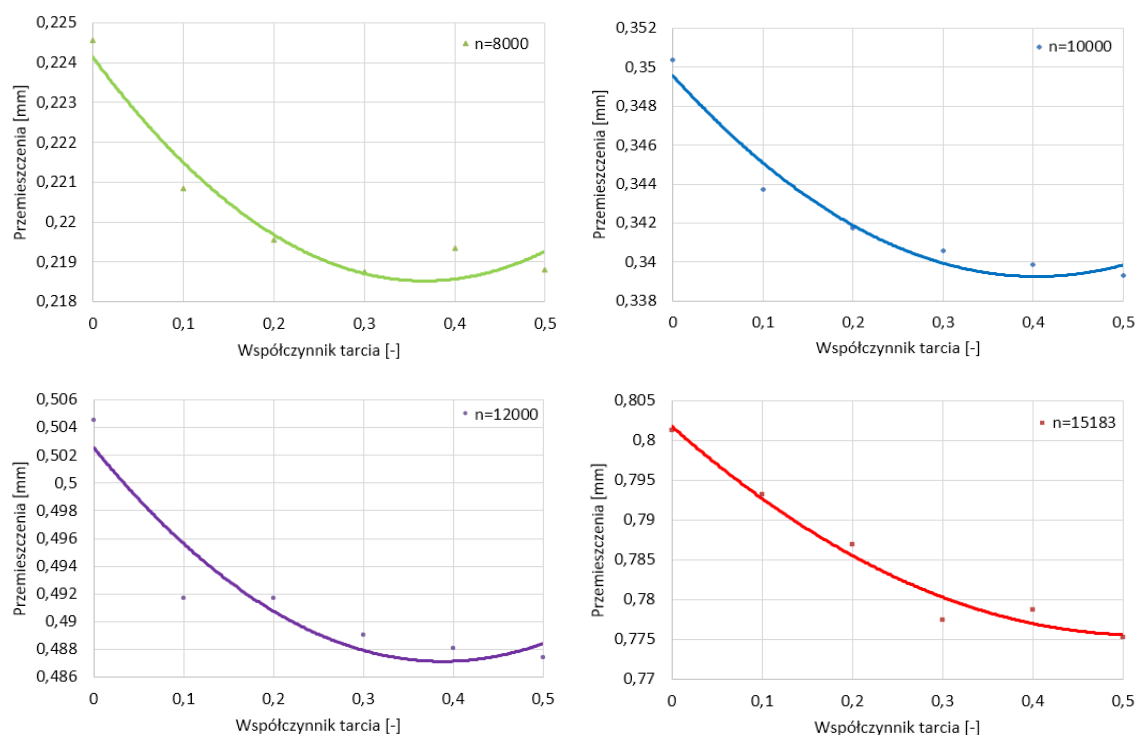
W analizie konstrukcji klasycznej, gdzie łopatka wirnikowa i element nośny połączone są poprzez zamek dość istotną rolę będzie odgrywało tarcie występujące na powierzchniach stykających się i współpracujących ze sobą elementów. W przyjętej metodyce uwzględniono je poprzez zastosowanie w obliczeniach odpowiedniego rodzaju kontaktu tj. kontaktu z tarcieniem, który w oprogramowaniu ANSYS zdefiniowany jest jako *Frictional*. Definiowana w programie wartość współczynnika tarcia, zależy od rodzaju materiału, z którego wykonane są współpracujące podzespoły i zazwyczaj wartość ta wyznaczania jest eksperymentalnie. Chcąc sprawdzić, jak duży wpływ na maksymalne naprężenia zredukowane, odkształcenia względne i przemieszczenia w stopniu wirnikowych sprężarki ma przyjęta wartość współczynnika tarcia, wykonano szereg numerycznych symulacji wytrzymałościowych. Przyjęto obciążenie od siły odśrodkowej zadanej poprzez dobór odpowiedniej prędkości obrotowej wirnika. Uzyskane wyniki zestawiono na rysunkach 3.107–3.109.



Rysunek 3.107. Wpływ wartości współczynnika tarcia na maksymalne naprężenia zredukowane przy różnych zakresach prędkości obrotowej n [obr/min]



Rysunek 3.108. Wpływ wartości współczynnika tarcia na maksymalne odkształcenia względne przy różnych zakresach prędkości obrotowej n [obr/min]



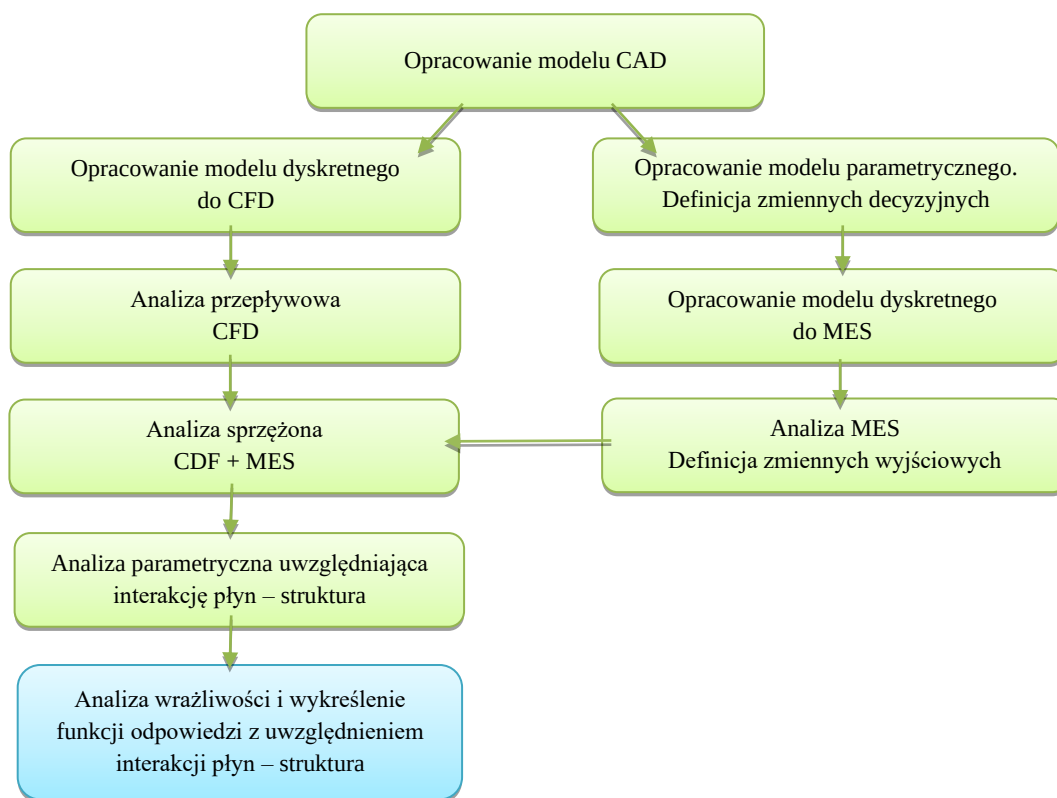
Rysunek 3.109. Wpływ wartości współczynnika tarcia na maksymalne przemieszczenia przy różnych zakresach prędkości obrotowej n [obr/min]

Jak można zauważyć, na przedstawionych wykresach, współczynnik tarcia zmieniał się w przedziale $0 \div 0,5$. Wyniki przedstawiono dla czterech wybranych prędkości obrotowych, których wartości odpowiadają rzeczywistym zakresom pracy wirnika sprężarki, gdzie, w tym przypadku, prędkość 15183 obr/min odpowiada 100% N_2 , czyli maksymalnej prędkości obrotowej wirnika wysokiego ciśnienia. Linie trendu, w przypadku naprężeń zredukowanych, przemieszczeń i odkształceń względnych mają podobny przebieg dla prędkości obrotowych mniejszych od maksymalnych obrotów wirnika. Wszystkie trzy parametry maleją wraz ze wzrostem współczynnika tarcia do wartości około $0,35 \div 0,4$, po przekroczeniu tej wartości następuje natomiast niewielki wzrost. Widać także, że minimum lokalne przesuwa się wraz ze wzrostem prędkości. Tylko w przypadku przemieszczeń przy 100% N_2 , minimum osiągnięte jest dopiero dla wartości 0,5. Wzrost współczynnika tarcia z wartości 0,1 do wartości 0,3, powoduje spadek maksymalnych wartości naprężeń i odkształceń względnych o około 5%, w przypadku przemieszczeń zaś o około $2,5 \div 3\%$ w zależności od wartości obrotów. Przyjęcie zatem do obliczeń wartości współczynnika tarcia z przedziału $0,1 \div 0,3$ nie wpłynie krytycznie na maksymalne wartości naprężeń zredukowanych, przemieszczeń czy odkształceń względnych w stopniu wirnikowym sprężarki.

W powyższej analizie uwzględniony został także przypadek bez tarcia, czyli taki, w którym współczynnik tarcia jest równy 0 (w programie ANSYS, tak przyjęte warunki kontaktu są równoważne z innym dostępnym rodzajem kontaktu tzw. beztarciowym – *Frictionless*). Widać, że dla takiego założenia wszystkie rozpatrywane parametry wytrzymałościowe konstrukcji osiągają maksymalne wartości. Należy jednak pamiętać, że jest to przypadek tylko teoretyczny. W rzeczywistej konstrukcji w połączeniu zamkowym łopatka-tarcza pomiędzy przylegającymi powierzchniami zawsze wystąpi jakieś przynajmniej minimalne tracie.

4. Ocena wpływu wybranych parametrów geometrycznych na własności wytrzymałościowe stopnia wirnikowego z uwzględnieniem interakcji płyn – struktura

Do analizy wpływu wybranych parametrów geometrycznych na własności wytrzymałościowe stopnia wirnikowego sprężarki zastosowano moduł DesignXplorer programu ANSYS Workbench i dostępne w nim metody wykreślania powierzchniowych funkcji odpowiedzi (*Response Surface*). Moduł ten jako dane wejściowe wykorzystuje dane i wyniki z wcześniej przeprowadzonych analiz, w tym przede wszystkim z analiz parametrycznych (rys. 4.1). Powierzchniowa funkcja, w tym przypadku, budowana jest na podstawie liczby parametrów wejściowych i określonej liczby rozwiązań (punktów projektowych).



Rysunek 4.1. Schemat algorytmu realizacji analizy wrażliwości i wykreślania funkcji odpowiedzi

W poniższej analizie do zobrazowania funkcji odpowiedzi ilustrujących zależności między parametrami wejściowymi a wartością wynikową (na potrzeby analizy wrażliwości) wykorzystano wykresy powierzchniowe. Czułość reprezentuje zmianę

parametru wyjściowego, gdy zmienia się jeden parametr wejściowy, a wszystkie inne wejścia mają aktualną wartość. Zmienność wyjścia jest obliczana jako:

$$\text{czułość} = (\pm) 100 \cdot \frac{\text{zmiana wartości jednego parametru}}{\text{zakres zmienności wszystkich parametrów}} \quad (4.1)$$

Analiza wrażliwości dostarcza więc informacji na temat wagi każdej zmiennej wejściowej, czyli wielkości jej wpływu na wartości wynikowe. Dodatnie wartości czułości występują, gdy wzrost zmiennej parametrycznej (decyzyjnej) powoduje wzrost wartości wyniku. Ujemne natomiast, gdy zwiększenie zmiennej powoduje spadek wartości parametru wyjściowego.

Celem przeprowadzonej analizy była ocena wybranych własności wytrzymałościowych stopnia wirnikowego sprężarki pod kątem ich wrażliwości na zmiany określonych parametrów geometrycznych z uwzględnieniem interakcji płyn – struktura, w tym:

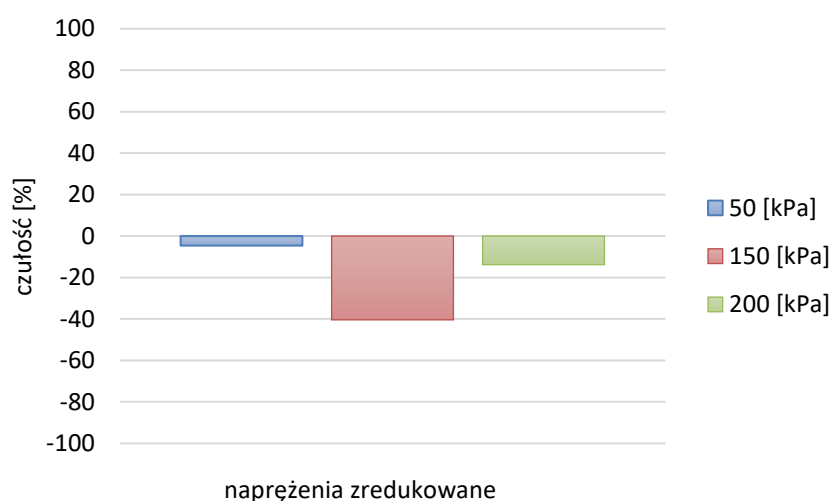
- 1) czułości maksymalnych przemieszczeń całkowitych i naprężeń zredukowanych na zmiany parametru P1 (kąta szerokości zamka) dla konstrukcji klasycznej z połączeniem zamkowym;
- 2) czułości maksymalnych przemieszczeń całkowitych i naprężeń zredukowanych na zmiany parametru P2 (kąta grubości zamka) dla konstrukcji klasycznej z połączeniem zamkowym;
- 3) czułości maksymalnych przemieszczeń całkowitych i naprężeń zredukowanych na zmiany parametru V12 i V14, definiujących grubości przedniej i tylnej części wieńcowej tarczy w konstrukcji integralnej.

Efektem analizy jest wyznaczenie powierzchniowych funkcji odpowiedzi przedstawiających zależność zmiennych wyjściowych (naprężeń i przemieszczeń) od zadanych parametrów wejściowych, w tym przypadku: kąta szerokości (P1), kąta grubości zamka łopatki (P2) i grubości wieńca tarczy konstrukcji.

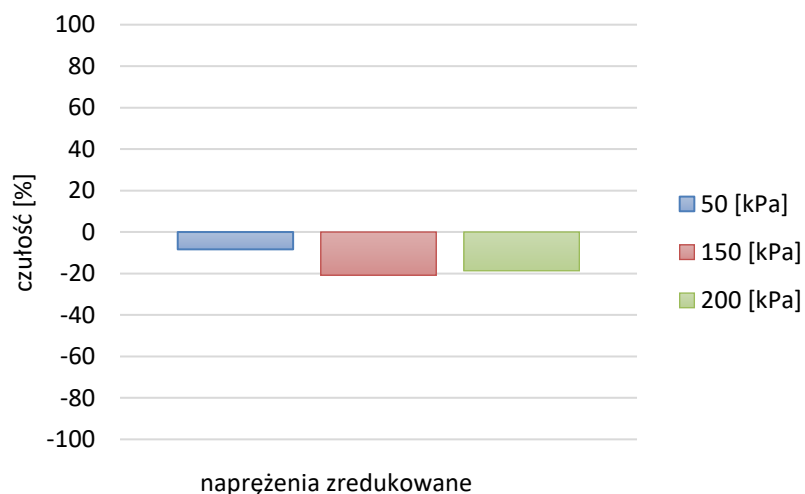
4.1. Konstrukcja klasyczna stopnia wirnikowego sprężarki z połączeniem zamkowym

W poniższym przypadku sprawdzano wrażliwość maksymalnych naprężeń zredukowanych i przemieszczeń całkowitych na zmiany parametrów geometrycznych: P1 i P2 oraz wykreślono płaszczyzny odpowiedzi ilustrujące zależności między tymi parametrami i zmiennymi wyjściowymi. Wyniki przedstawiono dla prędkości obrotowej wirnika wysokiego ciśnienia: 65% N_2 i 100% N_2 oraz trzech różnych obciążeń ciśnieniowych na wlocie do kanału łopatkowego.

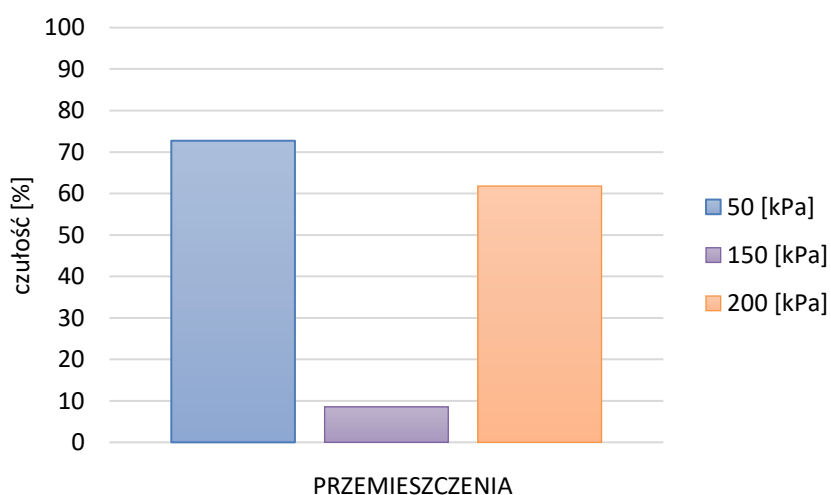
Na rysunkach 4.2–4.3 przedstawiono wyniki analizy czułości maksymalnych naprężeń zredukowanych na zmiany parametru P1 i P2 przy prędkości biegu jałowego (65% N_2). Można zauważyć, że wynikowa wartość naprężeń jest silniej uzależniona od zmian parametru P2 (rys. 4.3), czyli kąta grubości zamka, niż od zmian parametru P1. Tylko w przypadku obciążenia ciśnieniem o wartości 150 kPa silniejsze uzależnienie wykazuje dla parametru P1 (rys. 4.2). Podobnie sytuacja wygląda dla przemieszczeń całkowitych (rys. 4.3 i 4.4). Ich wartość wynikowa wykazuje silniejsze uzależnienie od parametru P2, choć w przypadku dwóch skrajnych wartości ciśnień, wartość maksymalnych przemieszczeń wrażliwa jest także, w dość dużym stopniu, na parametr P1 (rys. 4.4).



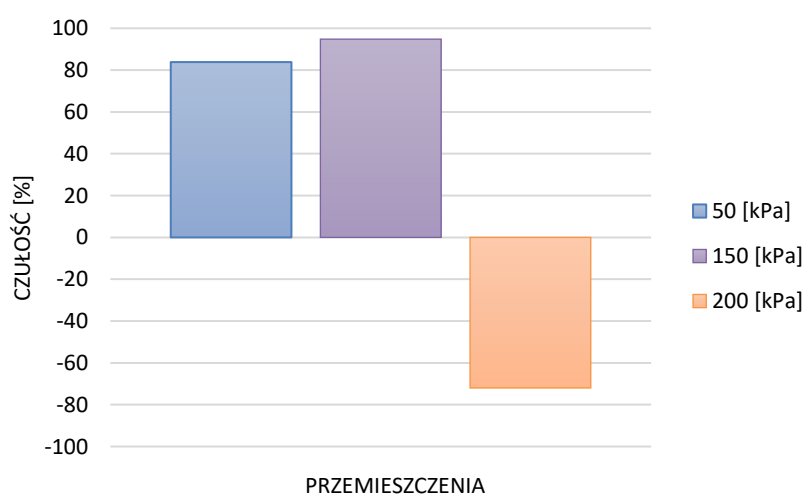
Rysunek 4.2. Wrażliwość maksymalnych naprężeń zredukowanych na zmiany parametru P1 przy 65% N_2 i różnej wartości ciśnienia na wlocie do sprężarki



Rysunek 4.3. Wrażliwość maksymalnych naprężeń zredukowanych na zmiany parametru P2 przy 65% N₂ i różnej wartości ciśnienia na wlocie do sprężarki



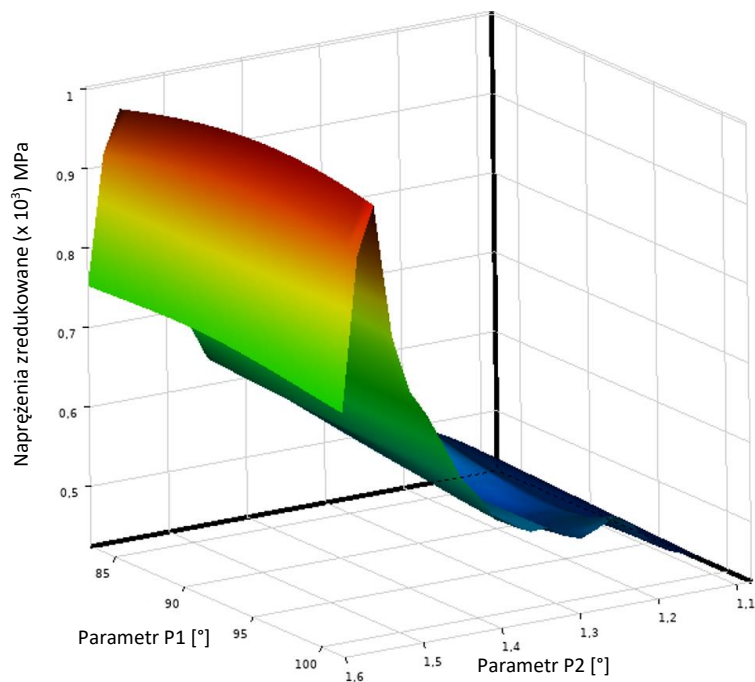
Rysunek 4.4. Wrażliwość maksymalnego przemieszczenia na zmiany parametru P1 przy 65%N₂ i różnej wartości ciśnienia na wlocie do sprężarki



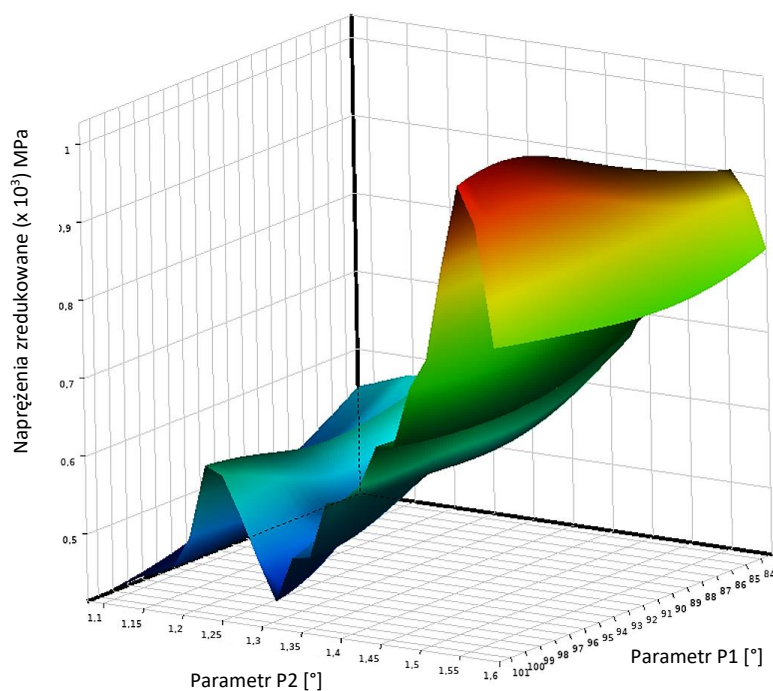
Rysunek 4.5. Wrażliwość maksymalnego przemieszczenia na zmiany parametru P2 przy 65%N₂ i różnej wartości ciśnienia na wlocie do sprężarki

Kolejny etap analizy obejmował wykreślenie powierzchni odpowiedzi obrazujących zależność pomiędzy parametrami wejściowymi (P1, P2) i wartością wynikową. Do generowania wykresów wykorzystano aplikację *Response Surface*. Na rysunkach od 4.6 do 4.8 przedstawiono otrzymane powierzchniowe wykresy maksymalnych naprężeń zredukowanych dla trzech zadanych wartości ciśnienia na wlocie do sprężarki. W pierwszym przypadku, przy ciśnieniu 50 kPa (rys. 4.6) naprężenia zredukowane osiągają największe wartości (kolor czerwony na wykresie) dla parametru $P2 = 1,55^\circ$ i wynoszą około 980 MPa, po przekroczeniu tej wartości następuje załamanie powierzchni i spadek naprężeń do poziomu około 760 MPa. Najmniejsze wartości (kolor granatowy na wykresie) uzyskano dla P2 w przedziale od $1,1$ do około $1,4^\circ$. Przy ciśnieniu 150 kPa (rys. 4.7), podobnie jak we wcześniejszym przypadku, największe wartości naprężeń osiągane są dla $P2 = 1,55^\circ$ po przekroczeniu tej wartości spadają. Najmniejsze wartości naprężeń zredukowanych występują natomiast dla maksymalnych wartości parametru P1 i minimalnych wartości P2, dodatkowo dla wartości $P2 = 1,3$ mm występuje lokalne minimum. Różnię widać także w przypadku zmienności parametru P1. największe wartości naprężeń uzyskano dla skrajnego przedziału zmienności tego parametru, od 97° do 100° . Zwiększenie ciśnienia do 200 kPa nie wpłynęło znacząco na kształt płaszczyzny odpowiedzi. Największe wartości naprężeń uzyskano w tym przypadku dla parametru P1, w przedziale wartości $88 \div 90^\circ$ (około 900 MPa) oraz $95 \div 97^\circ$ (około 950 MPa), przy P2 wynoszącym 1,55 (rys. 4.8). Ponadto, można zauważyć, że we wszystkich rozpatrywanych przypadkach, naprężenia zaczynają intensywnie rosnąć po osiągnięciu przez kąt grubości zamka (P2) wartości $1,4^\circ$.

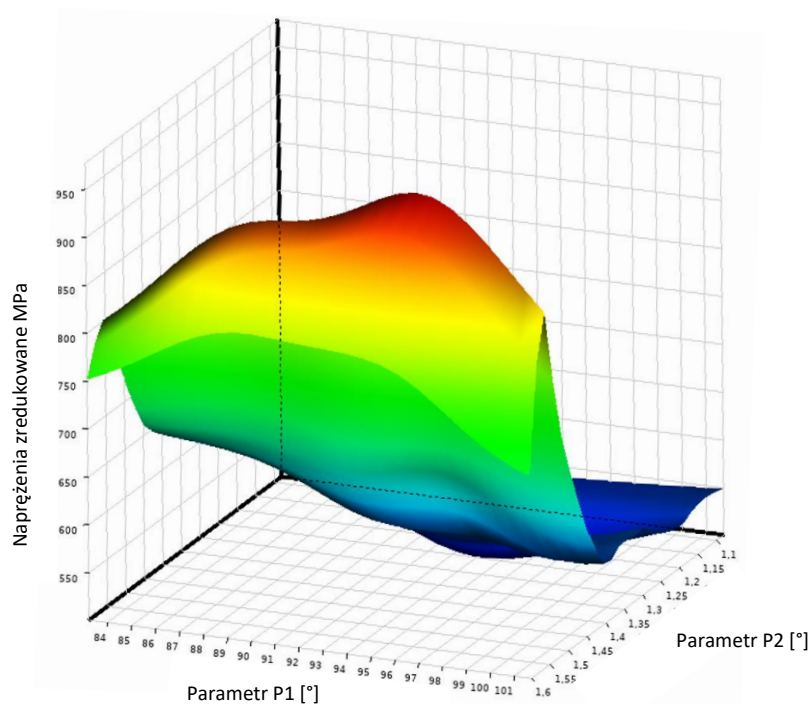
Powierzchnie odpowiedzi dla przemieszczeń przedstawiono na rysunkach 4.9–4.11. Przy najmniejszym przyjętym ciśnieniu, maksymalne wartości przemieszczeń osiągane są dla parametru P1 w przedziale $96 \div 97^\circ$ i wynoszą około 0,34 mm. Po przekroczeniu tej wartości nieznacznie maleją (rys. 4.9). Inaczej prezentuje się płaszczyzna odpowiedzi dla ciśnienia 150 kPa. Tutaj po osiągnięciu przez parametr P2 wartości $1,15^\circ$, przemieszczenia w zasadzie ustalają się na niezmiennym poziomie 0,7 mm (rys. 4.10). Zwiększenie ciśnienia do 200 kPa wpłynęło dość istotnie na kształt płaszczyzny odpowiedzi i wartość maksymalnych przemieszczeń. W obszarze największych wartości przemieszczeń wystąpiło lokalne maksimum. Największe wartości przemieszczeń, na poziomie 0,9 mm uzyskano dla kąta szerokości zamka (parametr P1) w przedziale $94 \div 100^\circ$ i kąta grubości (parametr P2) w przedziale $1,3 \div 1,55^\circ$.



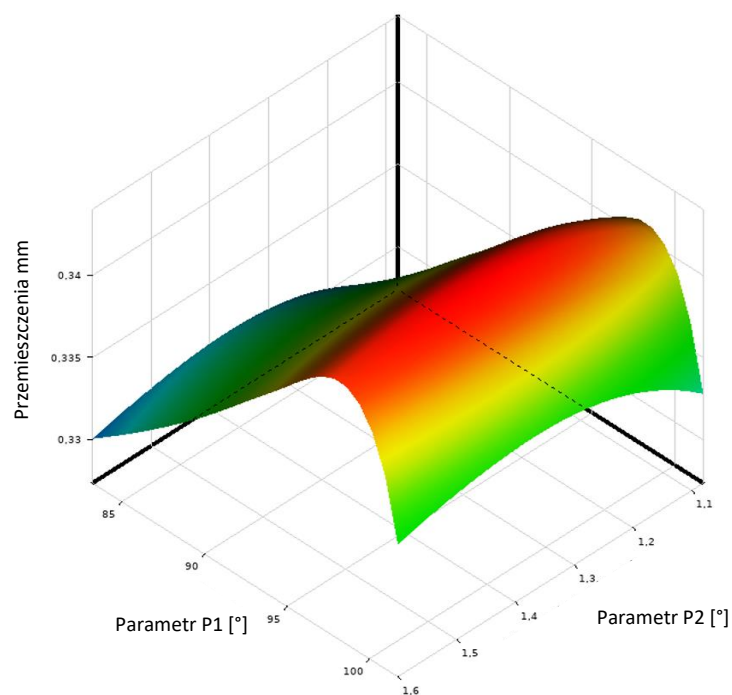
Rysunek 4.6. Powierzchniowy wykres funkcji odpowiedzi obrazujący wpływ wybranych parametrów geometrycznych na napężenia zredukowane przy 65% N_2 i ciśnieniu na wlocie do sprężarki 50 kPa



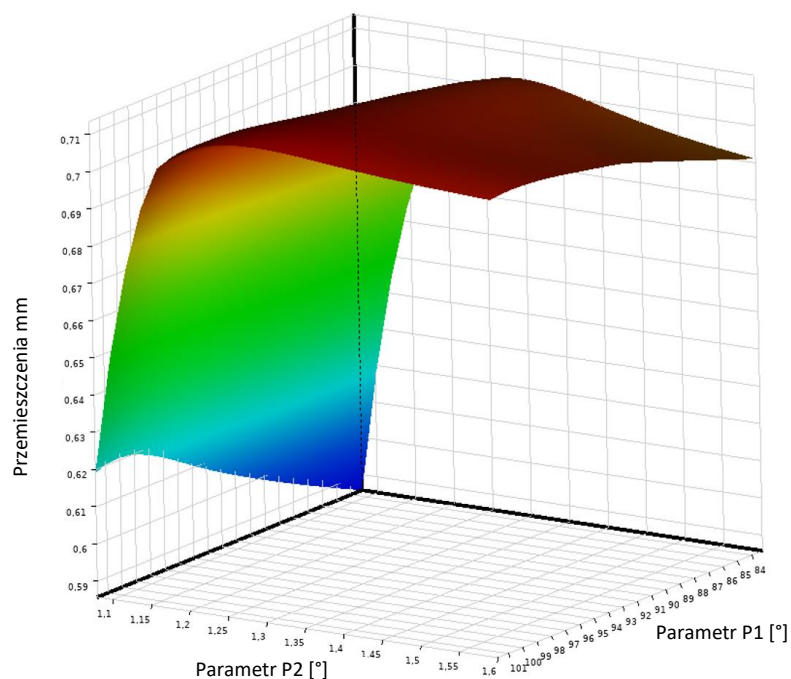
Rysunek 4.7. Powierzchniowy wykres funkcji odpowiedzi obrazujący wpływ wybranych parametrów geometrycznych na napężenia zredukowane przy 65% N_2 i ciśnieniu na wlocie do sprężarki 150 kPa



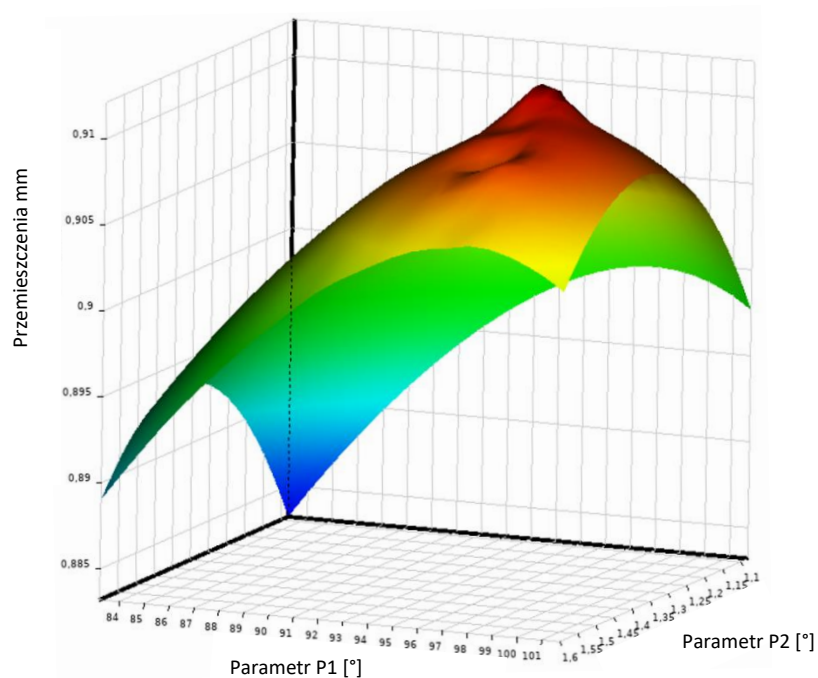
Rysunek 4.8 Powierzchniowy wykres funkcji odpowiedzi obrazujący wpływ wybranych parametrów geometrycznych na napężenia zredukowane przy 65% N_2 i ciśnieniu na wlocie do sprężarki 200 kPa



Rysunek 4.9. Powierzchniowy wykres funkcji odpowiedzi obrazujący wpływ wybranych parametrów geometrycznych na przemieszczenia przy 65% N_2 i ciśnieniu na wlocie do sprężarki 50 kPa



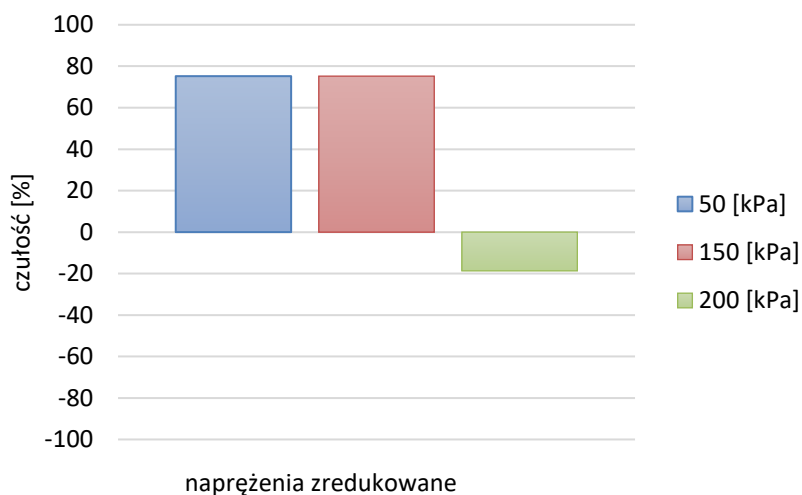
Rysunek 4.10. Powierzchniowy wykres funkcji odpowiedzi obrazujący wpływ wybranych parametrów geometrycznych na przemieszczenia przy 65% N_2 i ciśnieniu na wlocie do sprężarki 150 kPa



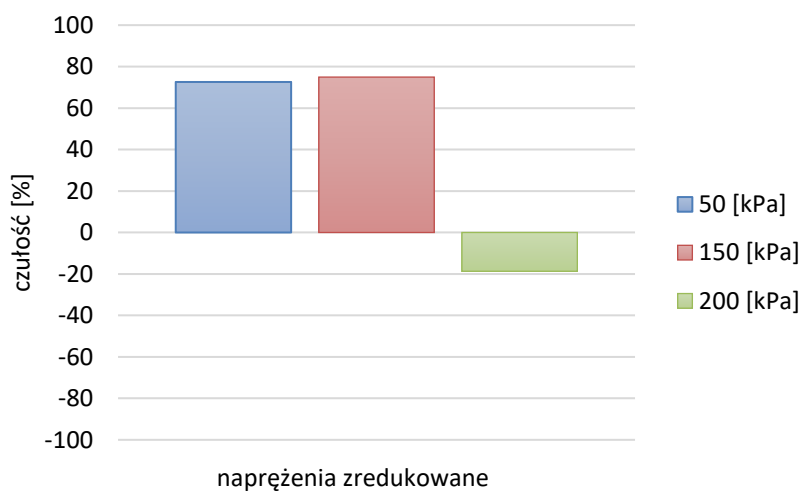
Rysunek 4.11. Powierzchniowy wykres funkcji odpowiedzi obrazujący wpływ wybranych parametrów geometrycznych na przemieszczenia przy 65% N_2 i ciśnieniu na wlocie do sprężarki 200 kPa

Na rysunkach 4.12–4.13 przedstawiono wyniki analizy czułości maksymalnych naprężeń zredukowanych na zmiany parametru P1 i P2 przy maksymalnej prędkości obrotowej wirnika (100% N_2). Można zauważyć, że wynikowa wartość naprężeń równie

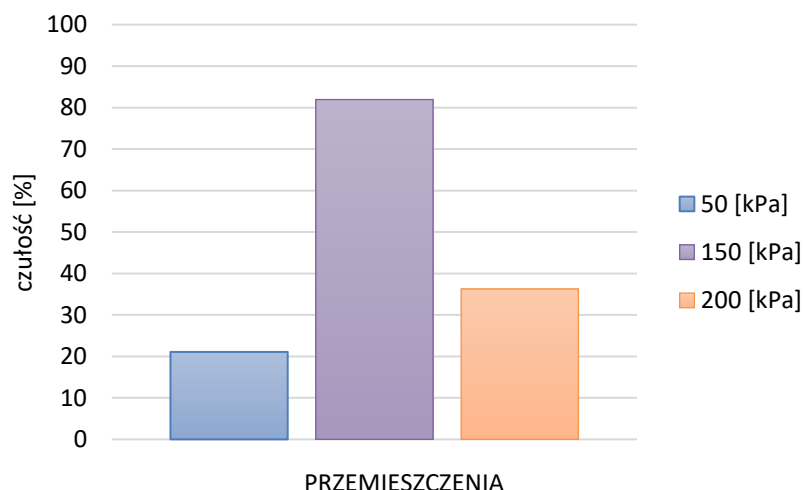
silnie uzależniona jest od parametru P1 (rys. 4.12), jak i parametru P2 (rys. 4.13). Inaczej sytuacja wygląda natomiast dla przemieszczeń całkowitych (rys. 4.14 i 4.15), gdzie wartość wynikowa wykazuje silniejsze uzależnienie od parametru P1, co jest widoczne zwłaszcza przy obciążeniu ciśnieniem 150 kPa.



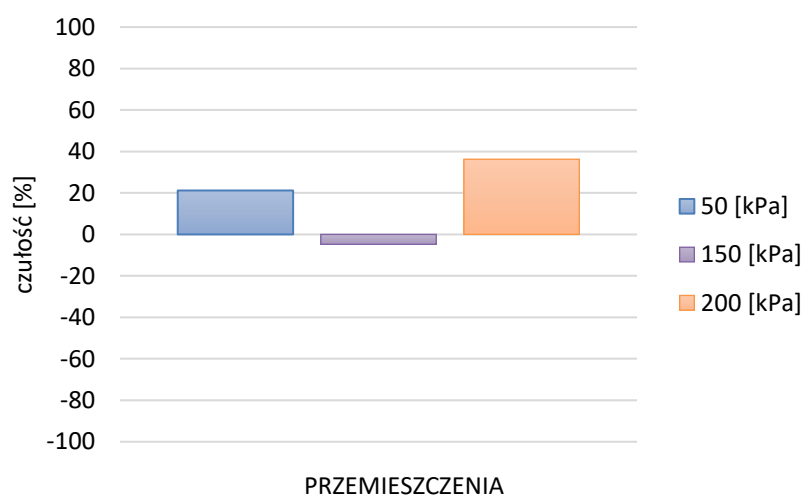
Rysunek 4.12. Wrażliwość maksymalnych naprężeń zredukowanych na zmiany parametru P1 przy 100% N₂ i różnej wartości ciśnienia na wlocie do sprężarki



Rysunek 4.13. Wrażliwość maksymalnych naprężeń zredukowanych na zmiany parametru P2 przy 100% N₂ i różnej wartości ciśnienia na wlocie do sprężarki



Rysunek 4.14. Wrażliwość maksymalnego przemieszczenia na zmiany parametru P1 przy 100% N₂ i różnej wartości ciśnienia na wlocie do sprężarki

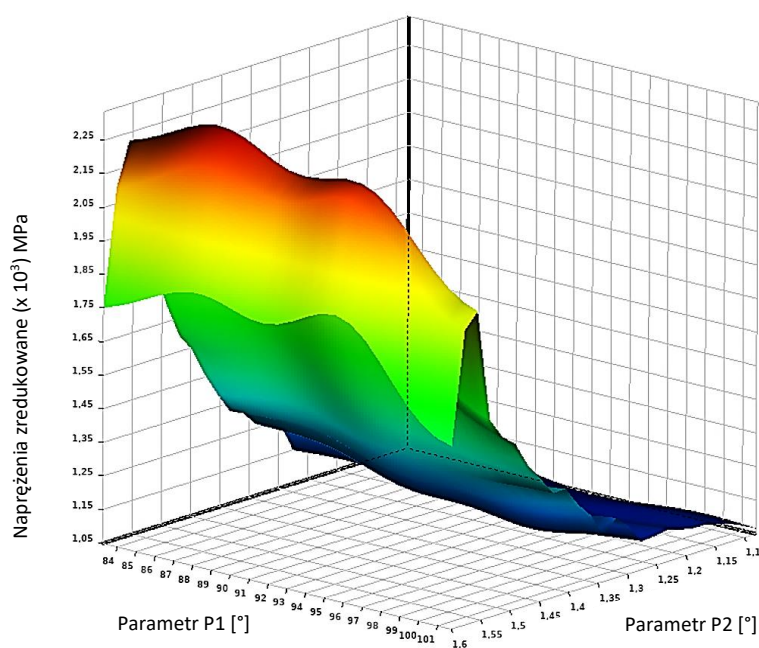


Rysunek 4.15. Wrażliwość maksymalnego przemieszczenia na zmiany parametru P2 przy 100% N₂ i różnej wartości ciśnienia na wlocie do sprężarki

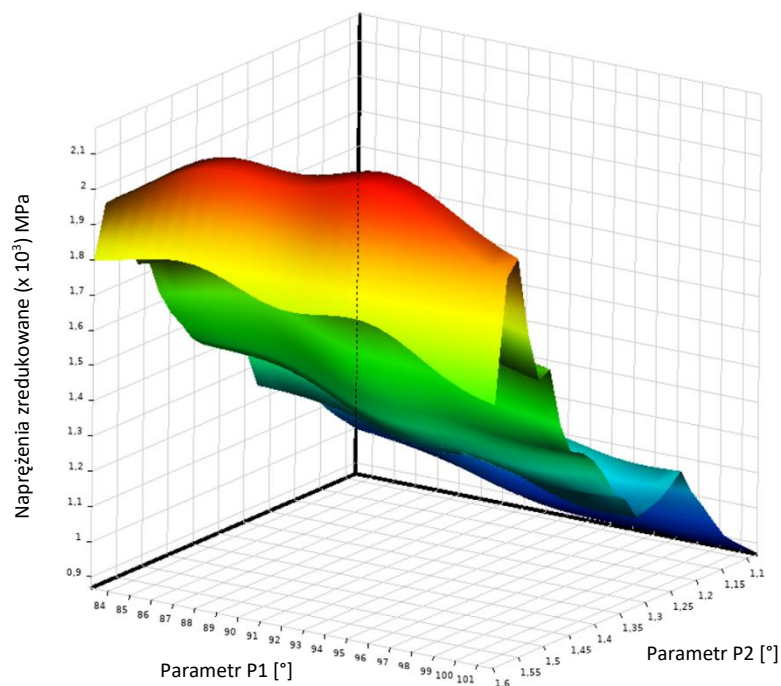
Wykreślone powierzchnie odpowiedzi dla maksymalnych naprężeń zredukowanych, dla trzech wybranych wartości ciśnienia na wlocie do sprężarki, przedstawiono na rysunkach 4.16–4.18. Można zauważyć, że na wszystkich przedstawionych wykresach widoczne są dwa lokalne ekstrema. W pierwszym przypadku, przy ciśnieniu 50 kPa naprężenia zredukowane osiągają największe wartości dla kombinacji parametru $P2 = 1,55^\circ$ z parametrem $P1$ z przedziału $84 \div 96^\circ$, ich wartość przekracza już 2000 MPa. Dla większych kątów grubości ($P2$), następuje załamanie powierzchni i naprężenia maleją, osiągając dla skrajnych wartości ($P2 = 1,6^\circ$ i $P1 = 101^\circ$) wartość około 1500 MPa. Najmniejsze wartości naprężeń uzyskano dla $P2$ w przedziale od $1,1^\circ$ do około $1,4^\circ$. Przy ciśnieniu 150 kPa (rys. 4.17), podobnie jak we wcześniejszym przypadku,

największe wartości naprężeń występują przy $P2 = 1,55^\circ$. Po przekroczeniu tej wartości spadają.

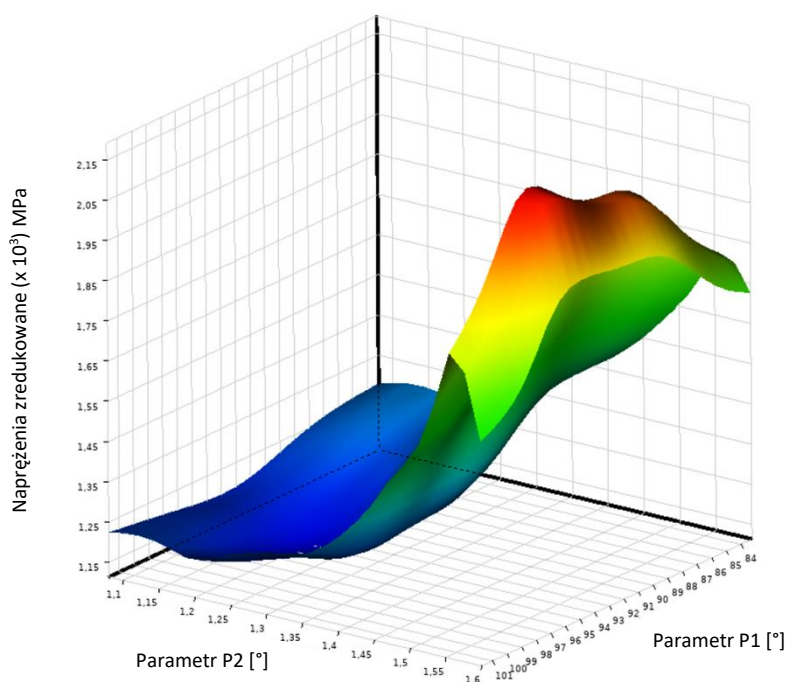
W przypadku parametru P1, największe wartości naprężeń uzyskano dla środkowych wartości przedziału zmienności tego parametru, w zakresie od 86° do 97° . Zwiększenie ciśnienia do 200 kPa spowodowało wygładzenie kształtu płaszczyzny odpowiedzi. Największe wartości naprężeń (około 2100 MPa) uzyskano dla $P2 = 1,55^\circ$ i P1 w przedziale 96° – 99° (rys. 4.18). Można zauważyć ponadto, że we wszystkich rozpatrywanych przypadkach, naprężenia zaczynają intensywnie rosnąć po osiągnięciu przez kąt grubości zamka (P2) wartości $1,4^\circ$, co najlepiej widoczne jest w ostatnim analizowanym przypadku. Dodatkowo, dla wartości parametru P1 w przedziałach od 101° do 96° oraz od 88° do 84° zauważalne są, we wszystkich trzech przypadkach, obszary spadku naprężeń maksymalnych, nawet do wartości około 1700 MPa.



Rysunek 4.16. Powierzchniowy wykres funkcji odpowiedzi obrazujący wpływ wybranych parametrów geometrycznych na naprężenia zredukowane przy 100% N₂ i ciśnieniu na wlocie do sprężarki 50 kPa



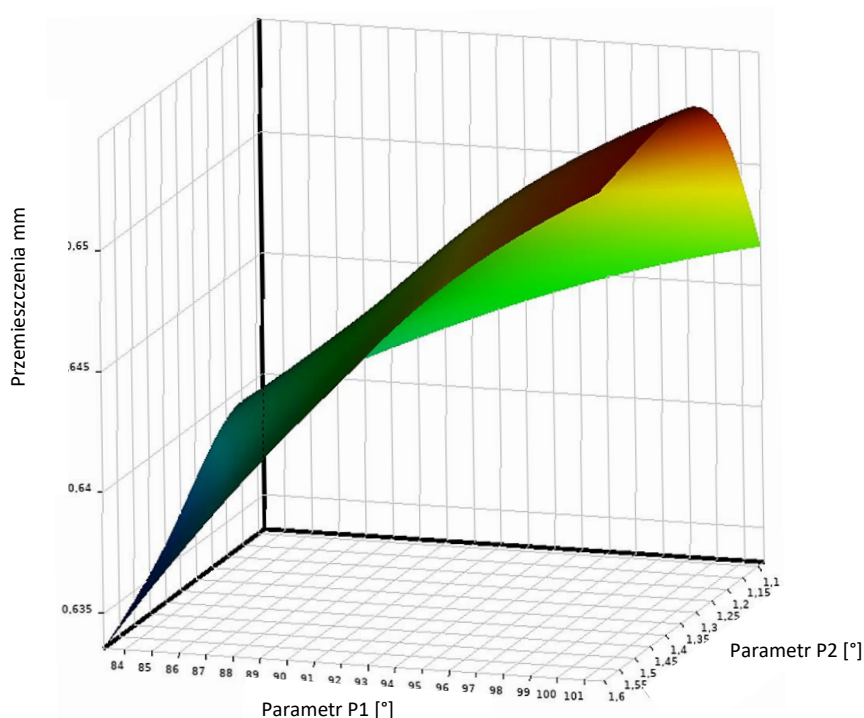
Rysunek 4.17. Powierzchniowy wykres funkcji odpowiedzi obrazujący wpływ wybranych parametrów geometrycznych na napężenia zredukowane przy 100% N₂ i ciśnieniu na wlocie do sprężarki 150 kPa



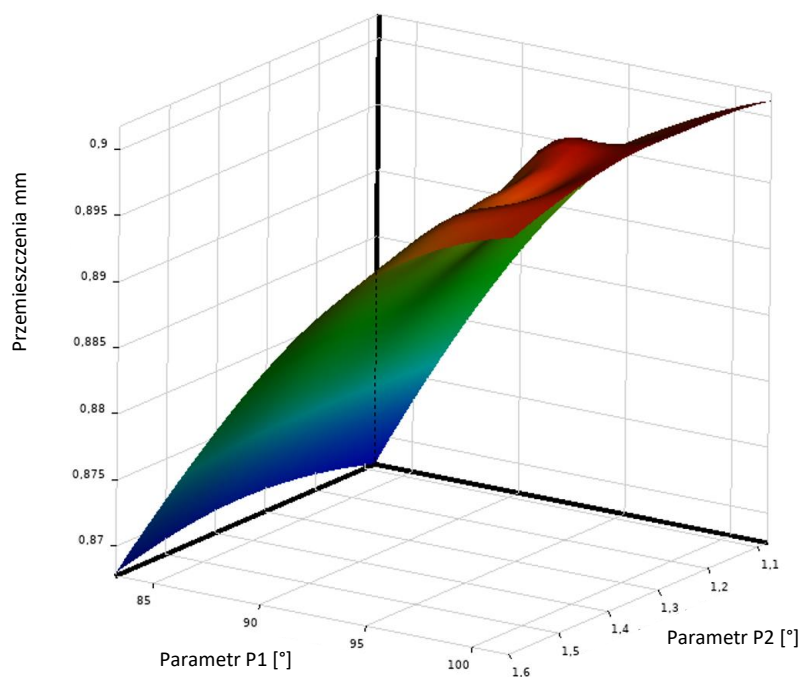
Rysunek 4.18. Powierzchniowy wykres funkcji odpowiedzi obrazujący wpływ wybranych parametrów geometrycznych na napężenia zredukowane przy 100% N₂ i ciśnieniu na wlocie do sprężarki 200 kPa

Powierzchnie odpowiedzi dla przemieszczeń całkowitych w konstrukcji przedstawiono na rysunkach 4.19–4.21. Przy najmniejszym przyjętym ciśnieniu, maksymalne

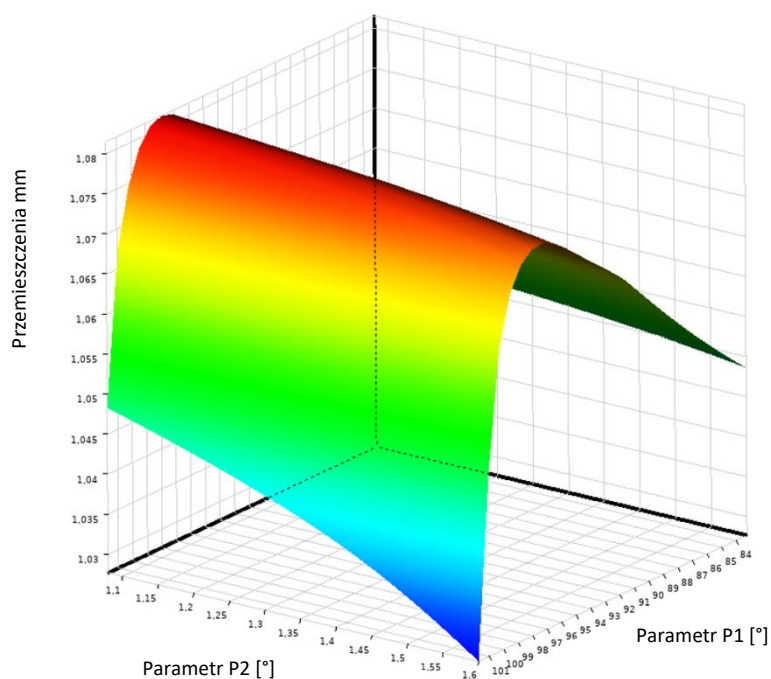
wartości przemieszczeń osiągane są dla maksymalnych wartości parametru P1 ($98 \div 101^\circ$) i wynoszą około 0,66 mm (rys. 4.19). Podobnie prezentuje się płaszczyzna odpowiedzi dla ciśnienia 150 kPa. Największe wartości przemieszczeń występują dla maksymalnych kątów szerokości zamka (P1) i całego zakresu wartości parametru P2, wynoszą około 0,9 mm (rys. 4.20). Zwiększenie ciśnienia wpłynęło dość istotnie na kształt powierzchni odpowiedzi i wartość maksymalnych przemieszczeń. W zakresie zmian parametru P1, od wartości 84° do 98° przemieszczenia powoli rosną, największą wartość, na poziomie 1,1 mm osiągają dla kąta 98° , następnie po osiągnięciu tej wartości, maleją (rys. 4.21).



Rysunek 4.19. Powierzchniowy wykres funkcji odpowiedzi obrazujący wpływ wybranych parametrów geometrycznych na przemieszczenia przy 100% N₂ i ciśnieniu na wlocie do sprężarki 50 kPa



Rysunek 4.20. Powierzchniowy wykres funkcji odpowiedzi obrazujący wpływ wybranych parametrów geometrycznych na przemieszczenia przy 100% N_2 i ciśnieniu na wlocie do sprężarki 150 kPa



Rysunek 4.21. Powierzchniowy wykres funkcji odpowiedzi obrazujący wpływ wybranych parametrów geometrycznych na naprężenia zredukowane i przemieszczenia przy 100% N_2 i ciśnieniu na wlocie do sprężarki 200 kPa

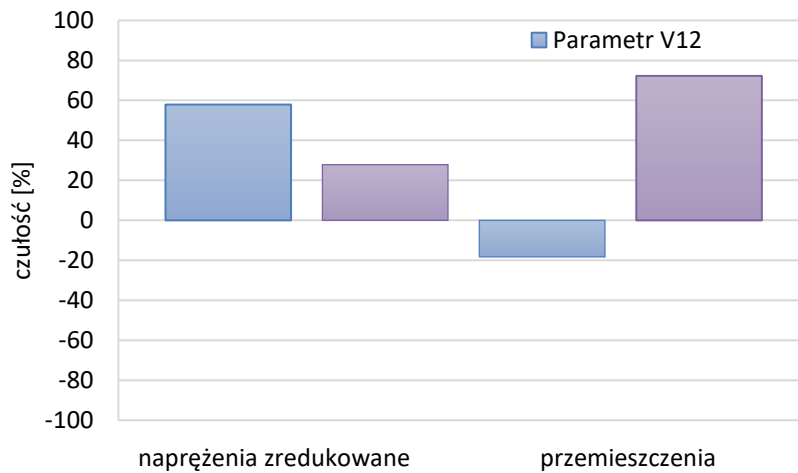
Przeprowadzona analiza pokazała, że zmiana wybranych wymiarów geometrycznych związanych z zamkiem łopatki wpływa na wartość maksymalnych naprężeń

zredukowanych, odkształceń względnych i przemieszczeń w konstrukcji stopnia wirnikowego sprężarki. Wykorzystana tutaj parametryzacja i analiza sprzężona w połączeniu z analizą wrażliwości pozwoliły ocenić stopień, w jakim dany parametr wpływa na własności wytrzymałościowe konstrukcji. Powierzchniowe wykresy odpowiedzi dają ponadto obraz wzajemnej zależności wybranych parametrów, wskazując obszary mniejszych i większych wpływów wprowadzanych zmian geometrii na wyężenie układu konstrukcyjnego.

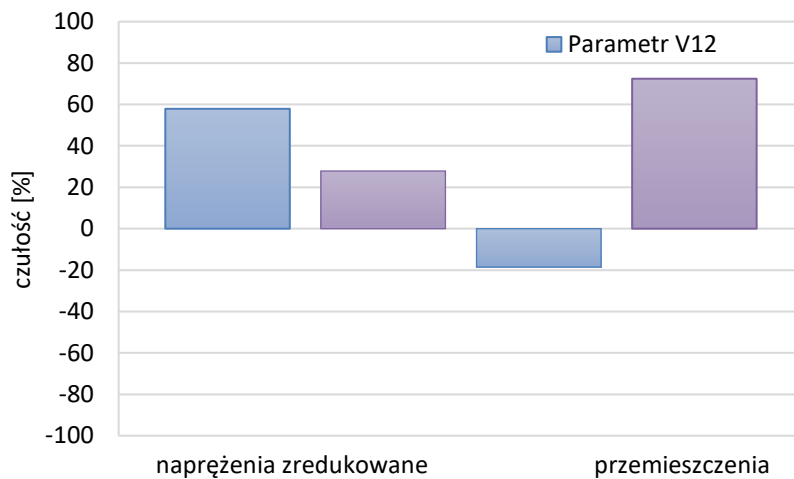
4.2. Stopień wirnikowy sprężarki o konstrukcji integralnej

W poniższym przypadku sprawdzano wrażliwość maksymalnych naprężeń zredukowanych i przemieszczeń całkowitych układu sprężarki na zmiany parametrów geometrycznych: V12 i V14 oraz wykreślono powierzchniowe funkcje odpowiedzi ilustrujące zależności między tymi parametrami i zmiennymi wyjściowymi. Podobnie, jak w przypadku konstrukcji klasycznej, w przedstawionych wynikach uwzględniono dwa zakresy prędkości obrotowej wirnika wysokiego ciśnienia: 65% N_2 i 100% N_2 . W zadanym obciążeniu ciśnieniowym, ze względu na większą sztywność całej konstrukcji, ograniczono się do dwóch wartości ciśnień: 150 kPa i 200 kPa.

Na rysunkach 4.22–4.23 przedstawiono wyniki analizy czułości maksymalnych naprężeń zredukowanych i przemieszczeń całkowitych na zmiany parametrów V12 i V14 przy prędkości biegu jałowego (65% N_2) i zadanym ciśnieniu na wlocie do sprężarki. W obu przypadkach można zauważyć, że wynikowa wartość naprężeń jest, w takim samym stopniu, mocno uzależniona od zmienności parametru V12, jak i od parametru V14. Analiza czułości dla przemieszczeń całkowitych, pokazuje natomiast, że w przypadku rozpatrywanej konstrukcji, ich wartość wynikowa wykazuje silniejsze uzależnienie od parametru V14, dla obu uwzględnionych ciśnień.



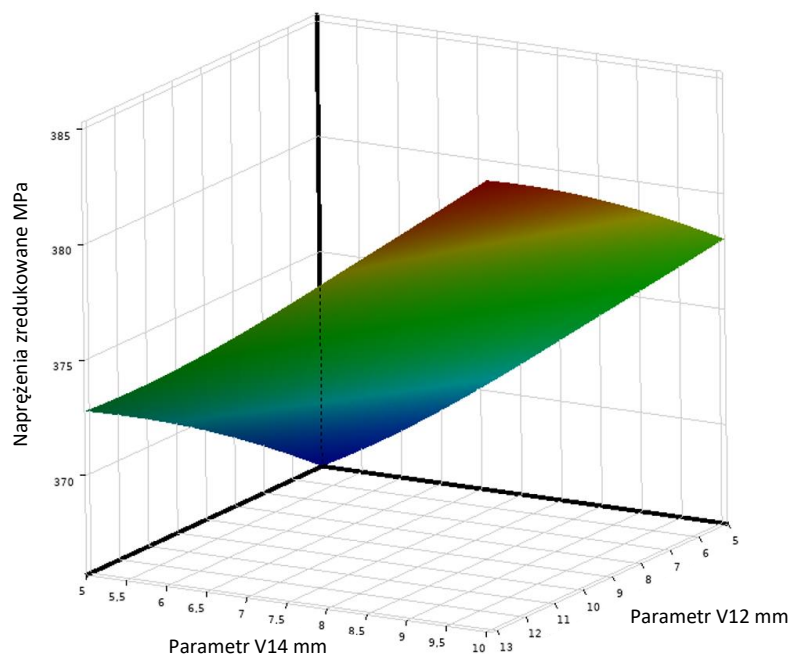
Rysunek 4.22. Wrażliwość wybranych zmiennych wyjściowych na zmiany parametrów V12 i V14 przy 65% N_2 i ciśnieniu na wlocie do sprężarki 150 kPa



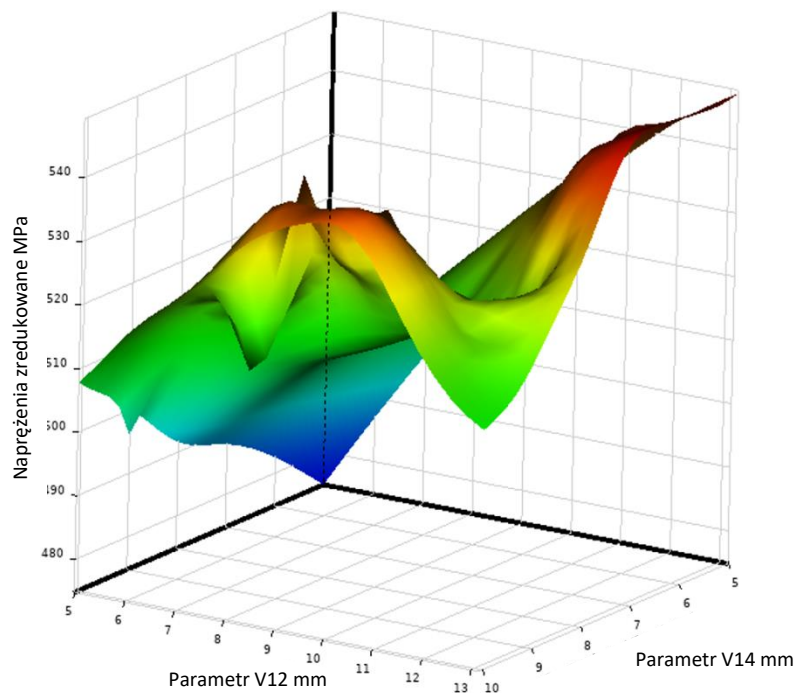
Rysunek 4.23. Wrażliwość wybranych zmiennych wyjściowych na zmiany parametrów V12 i V14 przy 65% N_2 i ciśnieniu na wlocie do sprężarki 200 kPa

Kolejny etap analizy obejmował wykreślenie powierzchniowych funkcji odpowiedzi obrazujących zależność pomiędzy parametrami wejściowymi (V12, V14) i wartością wynikową przy prędkości obrotowej 65% N_2 . Na rysunkach 4.24 i 4.25 przedstawiono otrzymane powierzchnie odpowiedzi dla maksymalnych naprężeń zredukowanych dla założonych wartości ciśnienia na wlocie do sprężarki. W pierwszym przypadku, przy ciśnieniu 150 kPa naprężenia zredukowane osiągają największe wartości dla kombinacji maksymalnych wartości parametrów V12 i V14 i wynoszą około 380 MPa (rys. 4.24). Natomiast przy ciśnieniu 200 kPa (rys. 4.25), zmianie znacząco ulega kształt płaszczyzny odpowiedzi. Największe wartości naprężeń występują w dwóch obszarach. Pierwszy obejmuje wartości V12 w przedziale 8÷10 mm i maksymalną wartość

parametru $V_{14} = 10$ mm, drugi natomiast maksymalną wartości $V_{12} = 13$ mm i wartości parametru V_{14} w przedziale od 5 mm do 7 mm. Można zauważyć ponadto, że w obu rozpatrywanych przypadkach, minimalne wartości naprężeń występują dla małych wartości parametrów V_{12} i V_{14} .

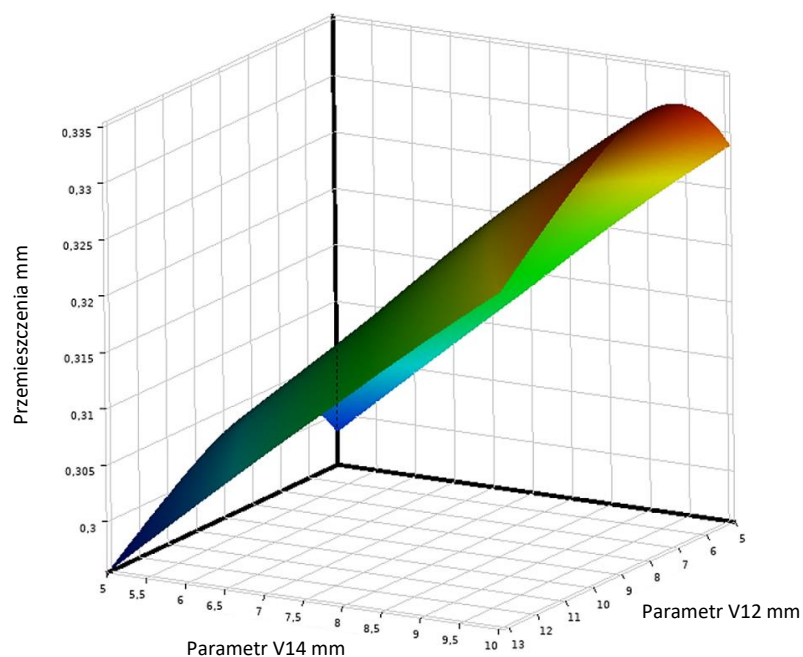


Rysunek 4.24. Powierzchniowy wykres funkcji odpowiedzi obrazujący wpływ wybranych parametrów geometrycznych na naprężenia zredukowane przy 65% N_2 i ciśnieniu na wlocie do sprężarki 150 kPa

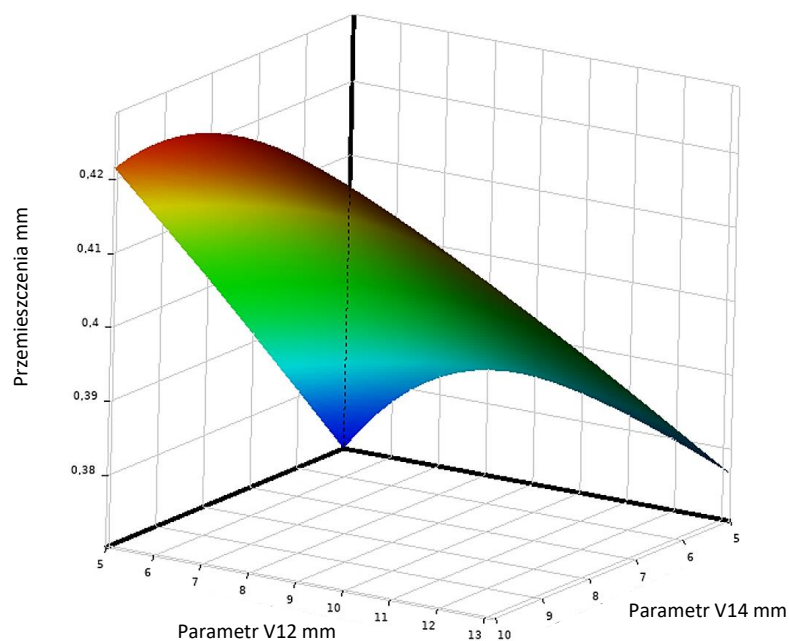


Rysunek 4.25. Powierzchniowy wykres funkcji odpowiedzi obrazujący wpływ wybranych parametrów geometrycznych na naprężenia zredukowane przy 65% N_2 i ciśnieniu na wlocie do sprężarki 200 kPa

Płaszczyzny odpowiedzi dla przemieszczeń całkowitych w konstrukcji integralnej przedstawiono na rysunku 4.26 i 4.27. Można zaobserwować, że kształt wykreślonych płaszczyzn jest taki sam dla obu uwzględnianych ciśnień. Największe przemieszczenia występują przy $V_{14} = 10$ mm i w zasadzie nie ulegają większym zmianom w całym zakresie zmienności parametru V_{12} .

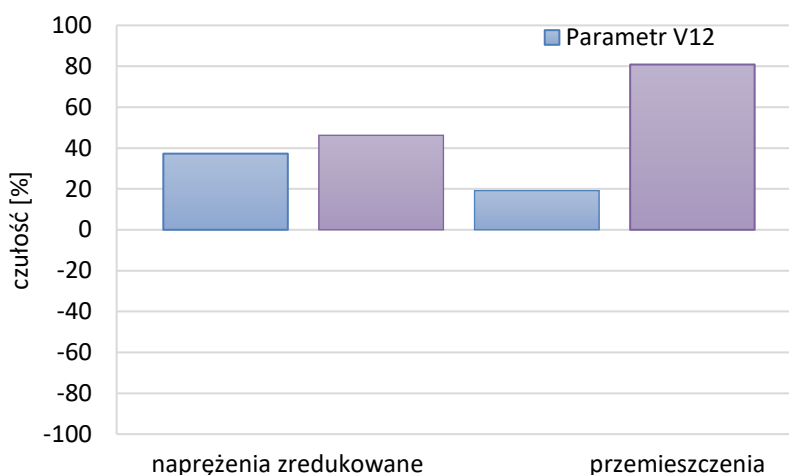


Rysunek 4.26. Powierzchniowy wykres funkcji odpowiedzi obrazujący wpływ wybranych parametrów geometrycznych na przemieszczenia przy 65% N_2 i ciśnieniu na wlocie do sprężarki 150 kPa

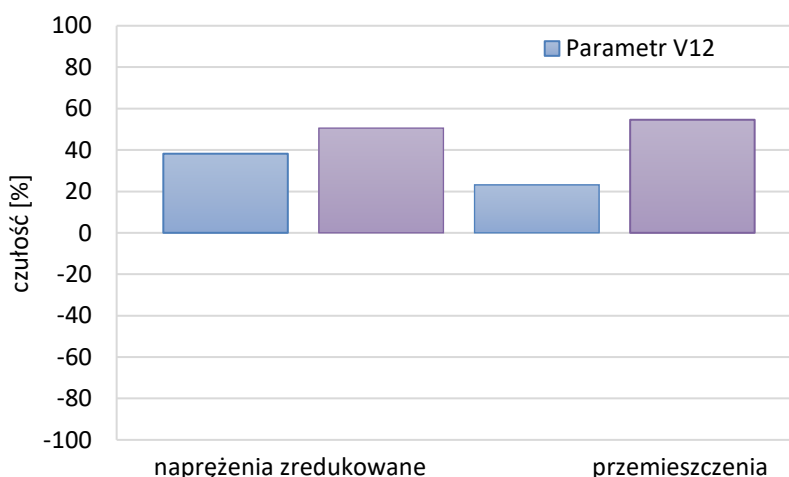


Rysunek 4.27. Powierzchniowy wykres funkcji odpowiedzi obrazujący wpływ wybranych parametrów geometrycznych na przemieszczenia przy 65% N_2 i ciśnieniu na wlocie do sprężarki 200 kPa

Na rysunkach 4.28–4.29 przedstawiono wyniki analizy czułości maksymalnych naprężeń zredukowanych na zmiany parametru V12 i V14 przy maksymalnej prędkości obrotowej wirnika (100% N₂). Można zauważyć, że wynikowa wartość naprężeń równie silnie uzależniona jest od wartości parametru V14, jak i parametru V12. W przypadku przemieszczeń całkowitych, konstrukcja jest bardziej czuła na zmiany parametru V14, widoczne jest to zwłaszcza przy obciążeniu ciśnieniem 150 kPa.



Rysunek 4.28. Wrażliwość wybranych zmiennych wyjściowych na zmiany parametrów V12 i V14 przy 100% N₂ i ciśnieniu na wlocie do sprężarki 150 kPa

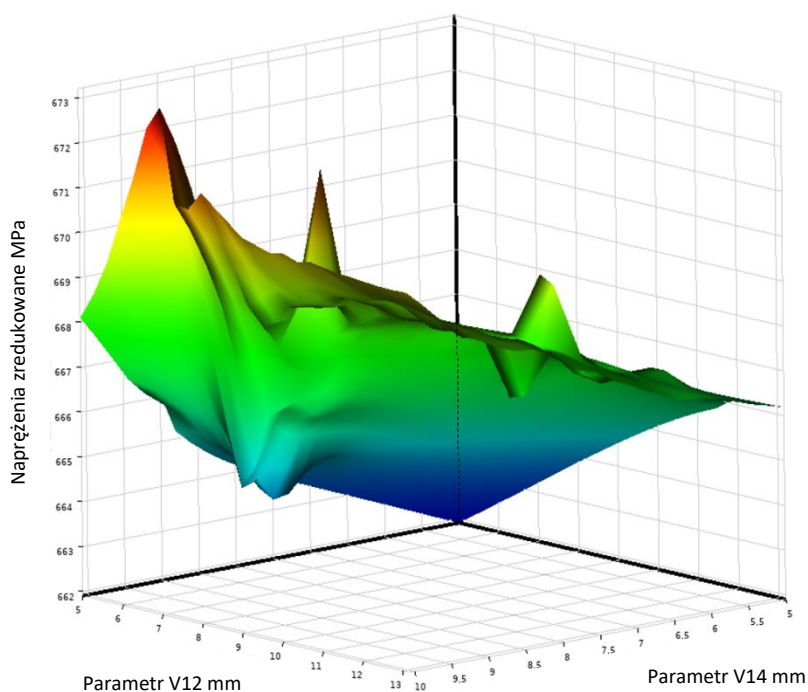


Rysunek 4.29. Wrażliwość wybranych zmiennych wyjściowych na zmiany parametrów V12 i V14 przy 100% N₂ i ciśnieniu na wlocie do sprężarki 200 kPa

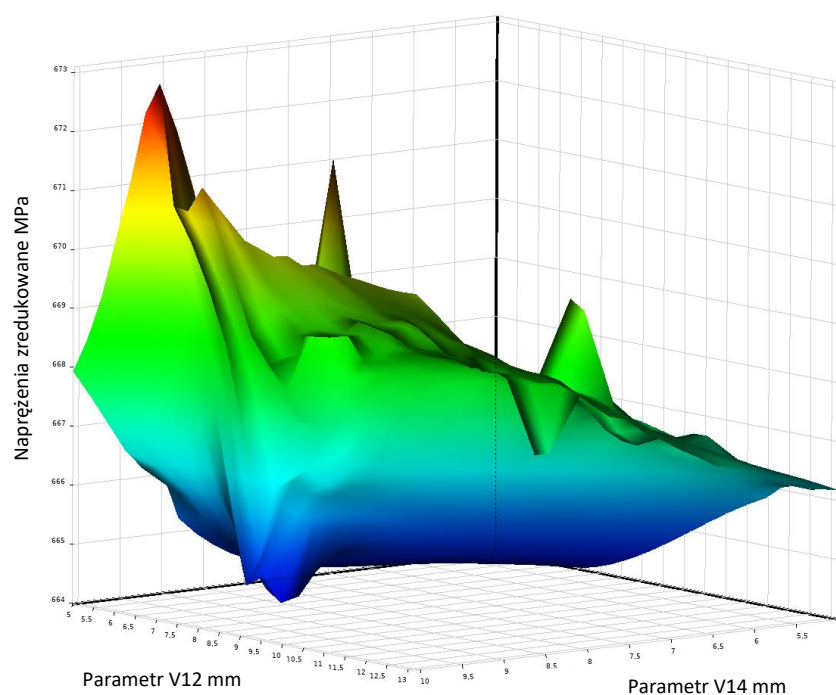
Wykreślone płaszczyzny odpowiedzi dla maksymalnych naprężeń zredukowanych przedstawiono na rysunkach 4.30 i 4.31. Maksymalne wartości naprężeń występują w obu przypadkach dla parametrów V14 = 9 mm i V12 z przedziału od 5 mm do 8 mm i nie

przekraczają wartości 670 MPa. Ponadto, w przypadku ciśnienia 200 kPa występuje większy obszar kombinacji parametrów (kolor granatowy na płaszczyźnie), dla których otrzymuje się najmniejsze wartości naprężeń, nieprzekraczających 665 MPa (rys. 4.31).

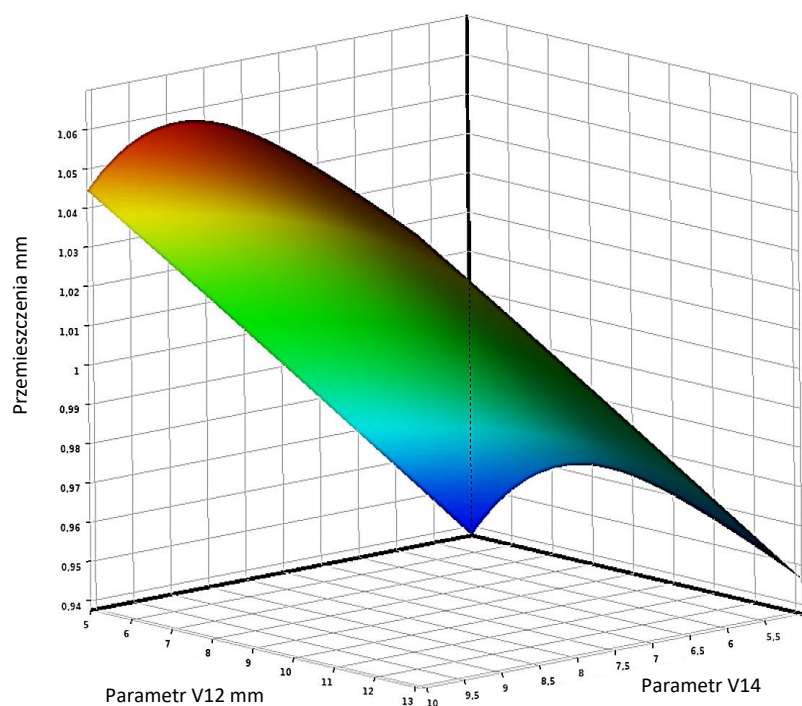
Powierzchnie odpowiedzi dla przemieszczeń całkowitych przedstawione zostały na rysunku 4.32 i 4.33. Można zauważyć, że kształt obu wykreślonych funkcji nie różni się zasadniczo od tych otrzymanych przy prędkości obrotowej 65% N_2 i że wraz ze zwiększaniem się wymiaru V14 zwiększają się wartości przemieszczeń. Wzrost prędkości obrotowej skutkował zwiększeniem ich wartości do poziomu około 1,06 mm. Najniższe wartości przemieszczeń występują dla kombinacji parametrów V12 i V14 w przedziałach ich wartości od 5 mm do około 9 mm dla V14 oraz od 11 mm do 12 mm dla V12 (obszar niebieski i zielony na wykresach).



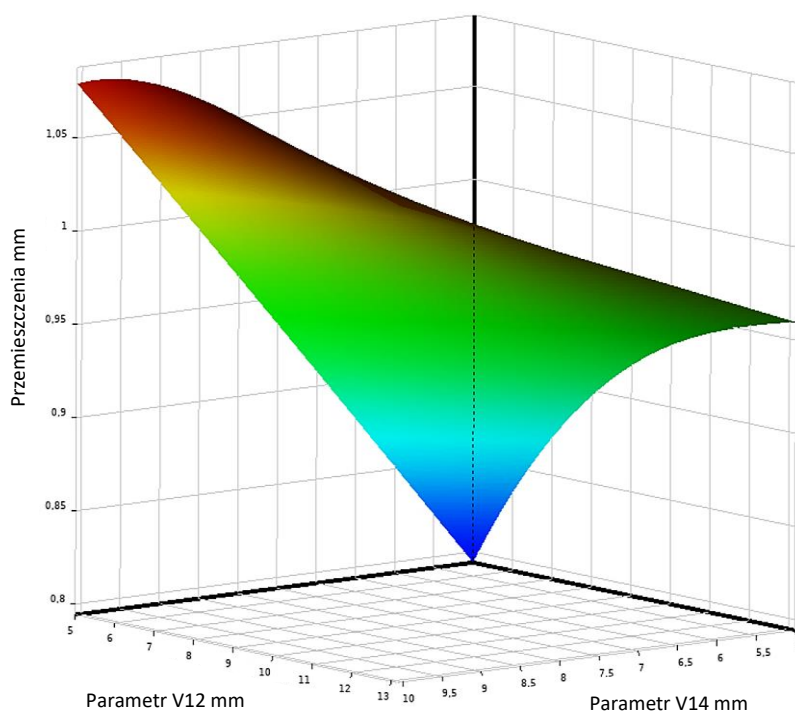
Rysunek 4.30. Powierzchniowy wykres funkcji odpowiedzi obrazujący wpływ wybranych parametrów geometrycznych na naprężenia zredukowane przy 100% N_2 i ciśnieniu na wlocie do sprężarki 150 kPa



Rysunek 4.31. Powierzchniowy wykres funkcji odpowiedzi obrazujący wpływ wybranych parametrów geometrycznych na napężenia zredukowane przy 100% N_2 i ciśnieniu na wlocie do sprężarki 200 kPa



Rysunek 4.32. Powierzchniowy wykres funkcji odpowiedzi obrazujący wpływ wybranych parametrów geometrycznych na przemieszczenia przy 100% N_2 i ciśnieniu na wlocie do sprężarki 150 kPa



Rysunek 4.33. Powierzchniowy wykres funkcji odpowiedzi obrazujący wpływ wybranych parametrów geometrycznych na przemieszczenia przy 100% N_2 i ciśnieniu na wlocie do sprężarki 200 kPa

Przeprowadzona analiza czułości i wykreślone funkcje odpowiedzi potwierdziły zasadność analizy wytypowanych parametrów geometrycznych w konstrukcji integralnej. Wykorzystane metody dały odpowiedź odnośnie wzajemnych relacji wybranych parametrów geometrycznych i własności wytrzymałościowych, wskazując obszary mniejszych i większych wpływów wprowadzanych zmian geometrii na pracę konstrukcji integralnej i możliwość optymalizacji tych parametrów przy wybranych kryteriach.

4.3. Analiza wrażliwości w optymalizacji parametrycznej

Analiza wrażliwości umożliwia estymację zachowania się konstrukcji (jego odpowiedzi), w której dokonano zmian wartości wybranych parametrów, bez konieczności wielokrotnego powtarzania jej analizy. Umożliwia to racjonalne podejście do kształtowania konstrukcji nie tylko projektowanych, ale także identyfikacji, diagnostyki i wzmacniania konstrukcji istniejących [133; 134; 135; 136; 137]. Analiza czułości i powierzchnie odpowiedzi są narzędziami, które, jak potwierdzają wcześniejsze analizy, pomagają w identyfikacji kluczowych parametrów oraz ich zakresów, istotnie wpływających na konstrukcję, spośród których można wytypować lub zweryfikować układy do optymalnego modelu konstrukcji. Co w połączeniu z metodami optymalizacji

parametrycznej pozwala przeprowadzić optymalizację kształtu, wymiarów poprzecznych, itp. w sposób automatyczny, przy uwzględnieniu różnych kryteriów m.in. naprężeniowych (wytrzymałościowe), sztywnościowych (lokalne zależne od przemieszczeń), częstotliwościowych, dynamicznych, jak i trwałościowych i niezawodnościowych. Moduły optymalizacyjne programów MES opierają rozwiązanie zadania m.in. na numerycznych metodach rozwiązywania zadań programowania nieliniowego bez ograniczeń. Do metod tych zaliczamy algorytmy bezgradientowe i gradientowe pozwalające na minimalizację funkcji jednej zmiennej, jak też algorytmy minimalizacji w niezależnych lub sprzężonych kierunkach funkcji wielu zmiennych [138].

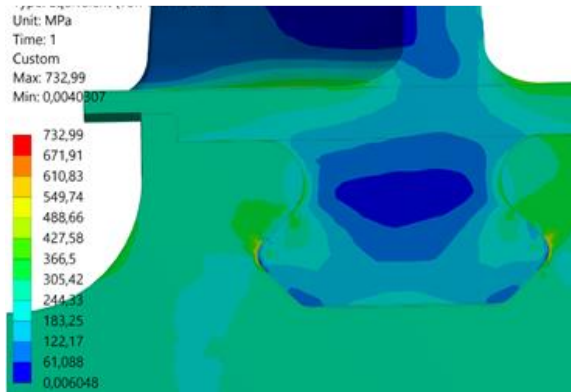
W poniższym rozdziale przedstawiono wyniki dotyczące zastosowania analizy czułości w optymalizacji parametrycznej stopnia wirnikowego sprężarki typu klasycznego z połączeniem zamkowym. Bazując na zbiorach rozwiązań uzyskanych z wykonanych analiz wrażliwości, wytypowano dwa warianty geometrii zamka, poprzez wybór kombinacji wartości parametru P1 (kąta szerokości zamka) i parametru P2 (kąta grubości zamka), spełniające, w pierwszym wariacie kryterium maksymalnych naprężeń, w drugim zaś kryterium minimalnych naprężeń w obszarze połączenia łopatka-tarcza. Wartości poszczególnych parametrów dla wybranych wariantów geometrii zamka przedstawiono w tabeli 4.1.

Tabela 4.1 Wybrane warianty geometrii zamka łopatki

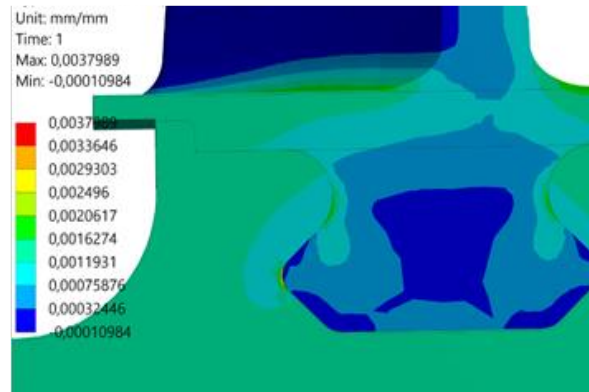
Parametr	Wariant wyjściowy	Wariant 1	Wariant 2
P1 °	92,47	86	98
P2 °	1,2	1,6	1,26

Wariant wyjściowy reprezentuje wartość parametrów otrzymaną po odwzorowaniu geometrii rzeczywistej łopatki. Na rysunkach 4.34–4.35 przedstawiono mapy naprężeń zredukowanych i odkształceń względnych dla wariantów z tabeli 4.1, poddanych obciążeniu siłami masowymi wynikającymi z przelotowej prędkości obrotowej (85% N_2).

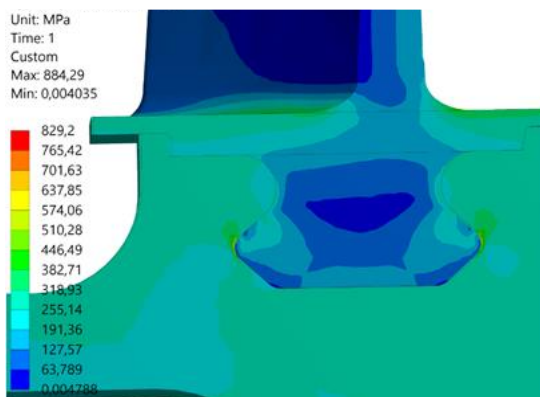
Wariant wyjściowy



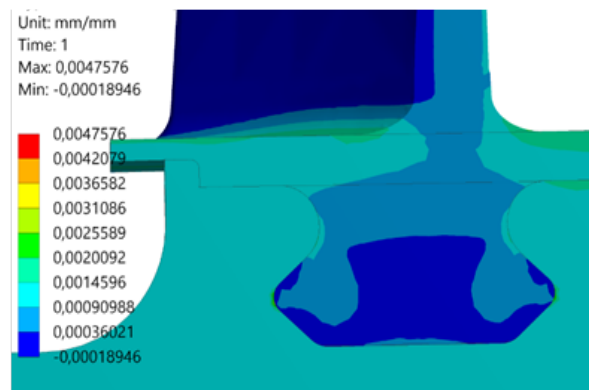
Wariant wyjściowy



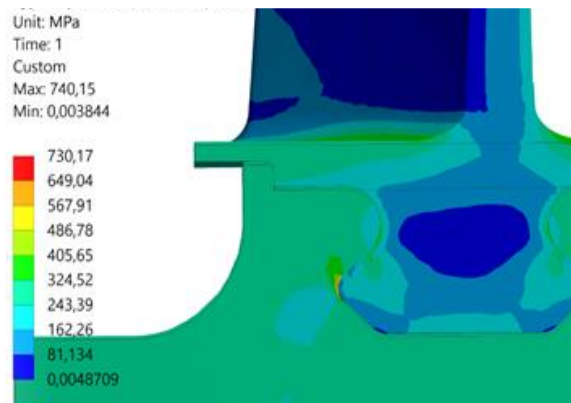
Wariant 1



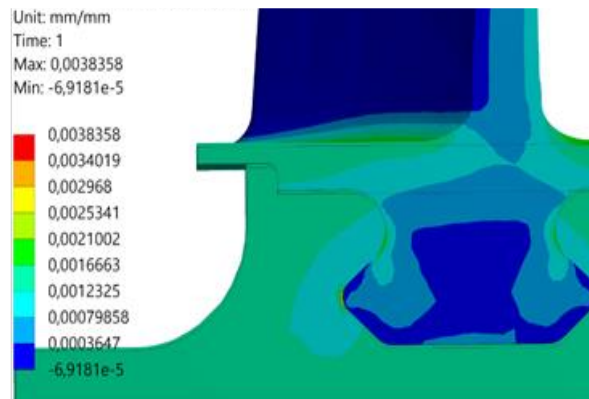
Wariant 1



Wariant 2



Wariant 2



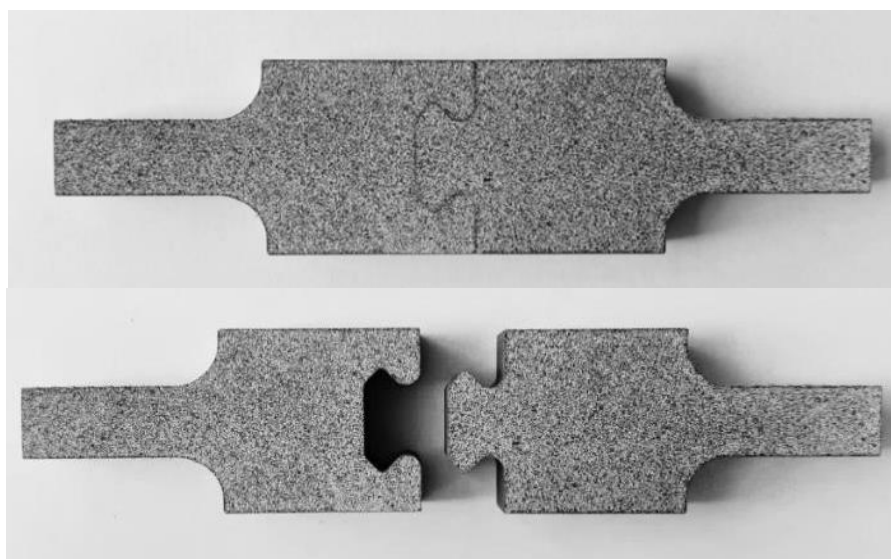
Rysunek 4.34. Pola naprężeń zredukowanych przy prędkości obrotowej wynoszącej 85% N_2

Rysunek 4.35. Pola odkształceń względnych przy prędkości obrotowej wynoszącej 85% N_2

W przypadku modelu wyjściowego największe naprężenia zredukowane w obszarze połączenia kształtują się na poziomie około 670 MPa, dla modelu w wariantcie 1, wartość ta nieznacznie wzrosła do około 765 MPa, w wariantcie 2 modelu naprężenia z kolei zmalały do wartości 650 MPa. Największe odkształcenia względne nie

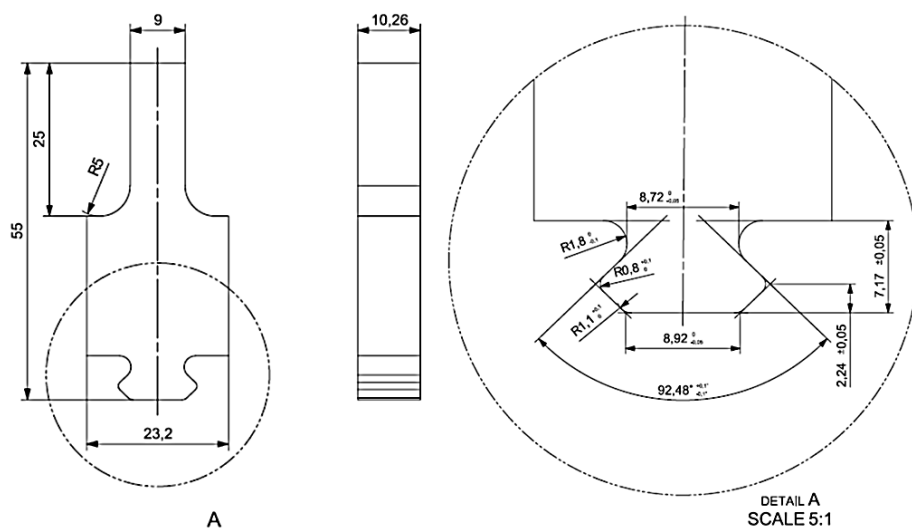
przekraczają wartości 0,004 w przypadku wariantu wyjściowego i wariantu 2 oraz wartości 0,005 w wariantcie 1.

W celu weryfikacji poprawności wyników uzyskanych z analizy numerycznej przeprowadzono eksperyment polegający na wykonaniu statycznej próby rozciągania wyciętych próbek zamka trapezowego i pomiar odkształceń przy zadanym obciążeniu siłą rozciągającą. Na potrzeby badań opracowano i wykonano próbki połączenia łopatkotarcza odpowiadające pod względem geometrii, modelowi wyjściowemu zamka oraz wybranym wariantom 1 i 2. Wymiary i widok przykładowej próbki w postaci układu połączonego i rozłączonego przedstawiono na rys. 4.36–4.37. Próbki wykonano ze stali niskowęglowej (15CDV6), dla której granica plastyczności nie przekracza 930 MPa, a wytrzymałość na rozciąganie wynosi 1250 MPa dla temperatury otoczenia 22°C. Moduł Younga wynosi zaś 190-210 GPa.

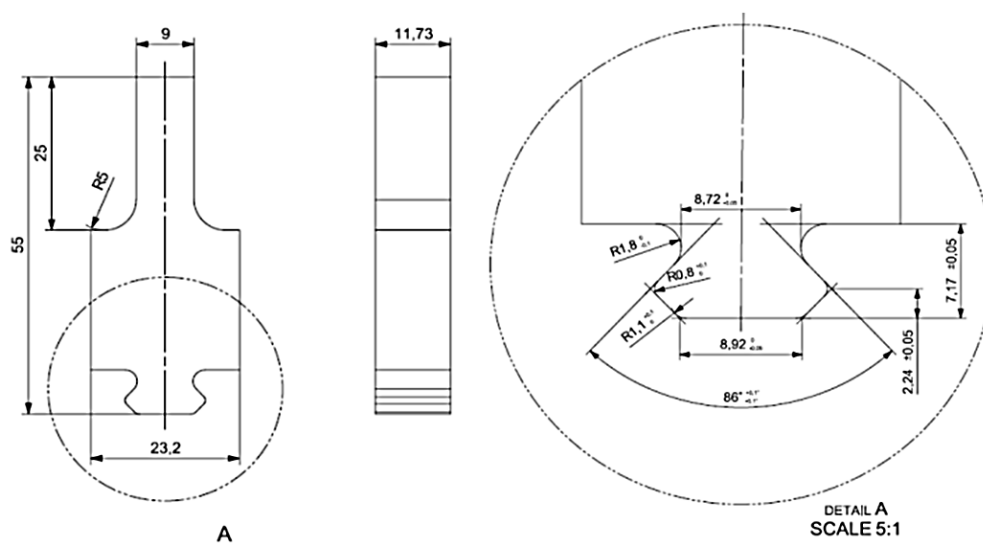


Rysunek 4.36. Próbką do badań doświadczalnych

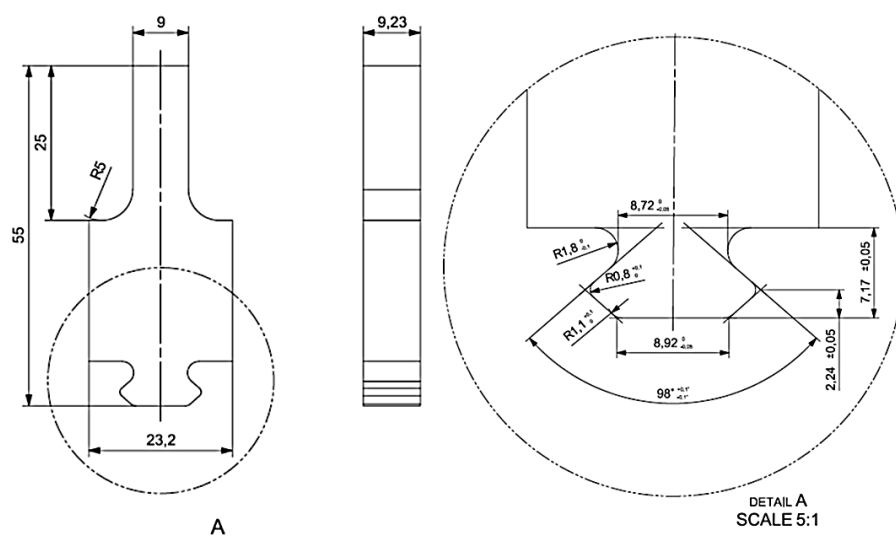
Model wyjściowy



Wariant 1

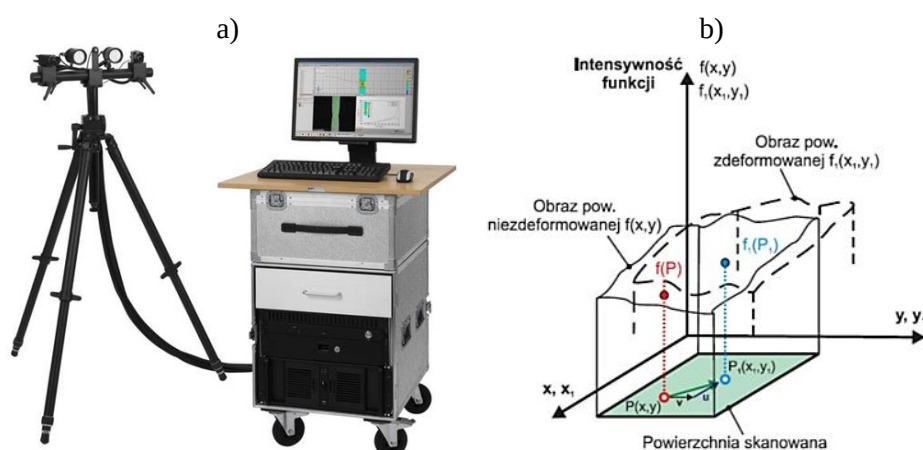


Wariant 2



Rysunek 4.37. Wymiary badanych próbek

Statyczną próbę rozciągania wykonano z użyciem maszyny wytrzymałościowej o zakresie obciążenia do 50 kN. Do wyznaczenia pól odkształceń i deformacji powierzchni badanego obiektu wykorzystano system cyfrowej korelacji obrazu Dantec Q400, umożliwiający pomiar przemieszczeń i odkształceń oraz zobrazowanie deformacji rzeczywistej powierzchni. Zasada działania takiego systemu polega na oświetleniu oraz analizie intensywności światła odbitego od powierzchni badanego obiektu w stanie początkowym (niezdeformowanym) i w stanie zdeformowanym (rys. 4.38) [139].



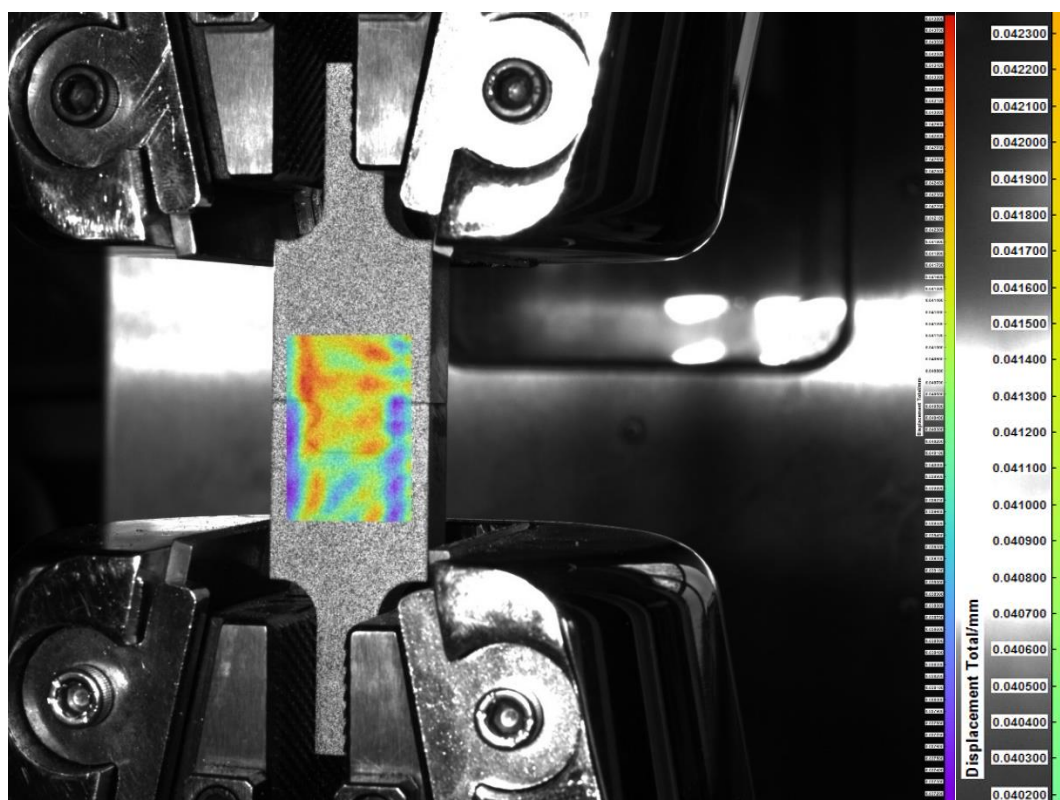
Rysunek 4.38. System cyfrowej korelacji obrazu (a), schemat analizy niezdeformowanego i zdeformowanego obrazu powierzchni (b) [139]

Przyłożone obciążenie zmieniało się w przedziale 0,5÷10 kN. Maksymalna wartość przyjętego obciążenia odpowiadała sile odśrodkowej działającej na łopatkę, przy prędkości obrotowej na poziomie 85%N₂. Na rysunkach 4.39–4.50 przedstawiono otrzymane pola przemieszczeń całkowitych i odkształceń względnych dla minimalnego (500 N) i maksymalnego obciążenia (10 kN). Maksymalne wartości przemieszczeń całkowitych w rozpatrywanych wariantach geometrii przedstawiono w tabeli 4.2.

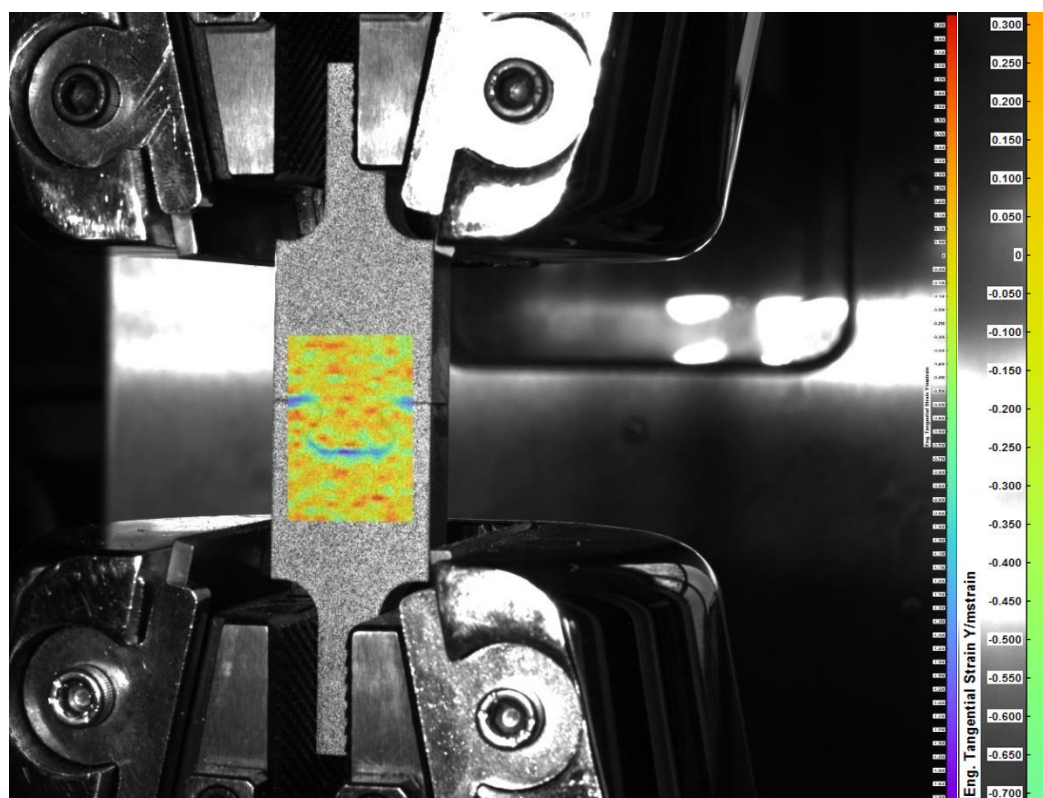
Tabela 2.2 Wartości przemieszczeń przy zadanym obciążeniu siłą 500 N

	Wariant wyjściowy	Wariant 1	Wariant 2
500 N	0,043	0,0435	0,054
10 kN	0,465	0,69	0,78

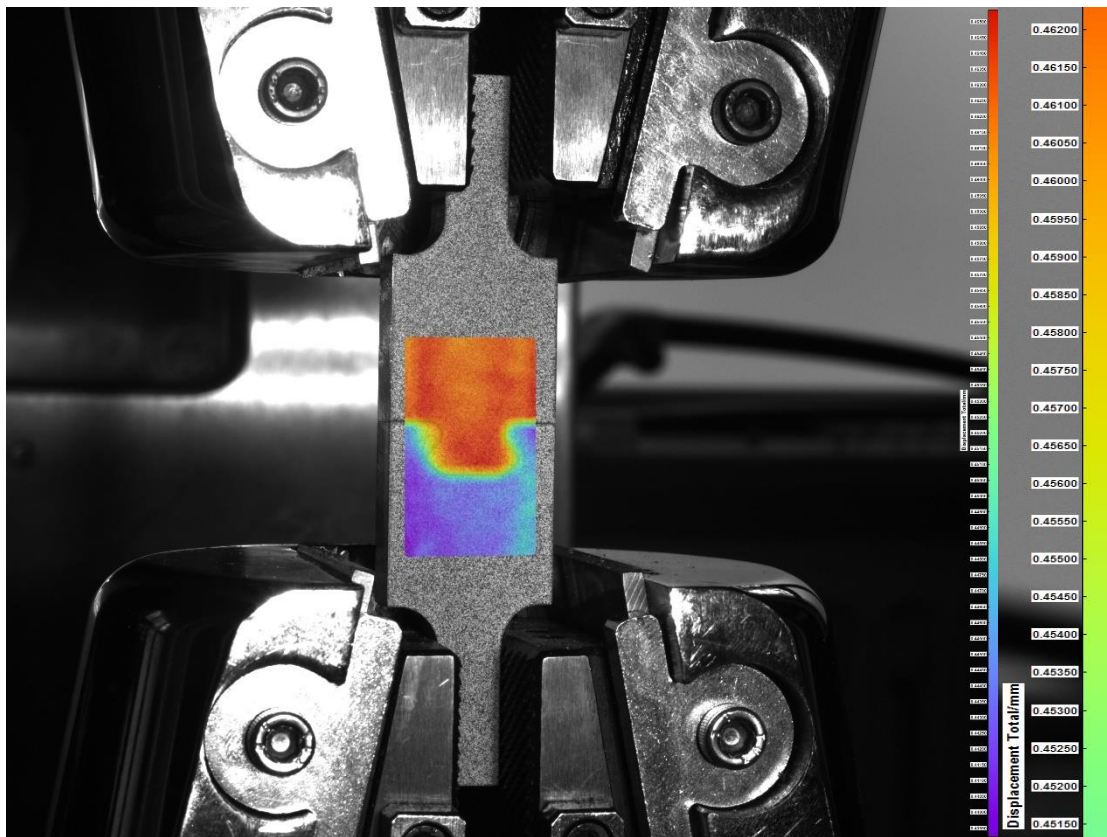
W przypadku odkształceń względnych, przy obciążeniu siłą 0,5 kN, maksymalna wartość odkształcenia względnego, wystąpiła dla wariantu 1 i wyniosła 5,4 (rys. 4.44). Natomiast przy sile 10 kN, wartości maksymalnych odkształceń względnych zmieniały się w przedziale 3÷12, w zależności od wariantu geometrii zamka.



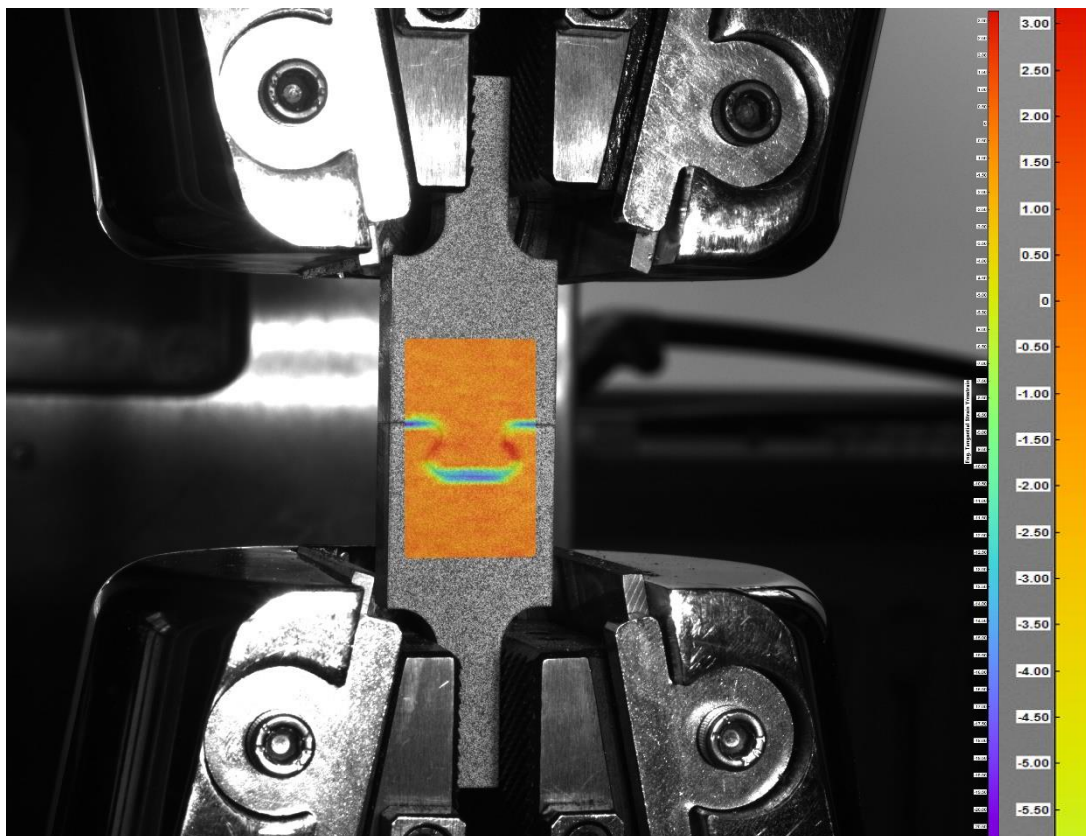
Rysunek 4.39. Pola przemieszczeń całkowitych dla wariantu wyjściowego przy obciążeniu 500 N



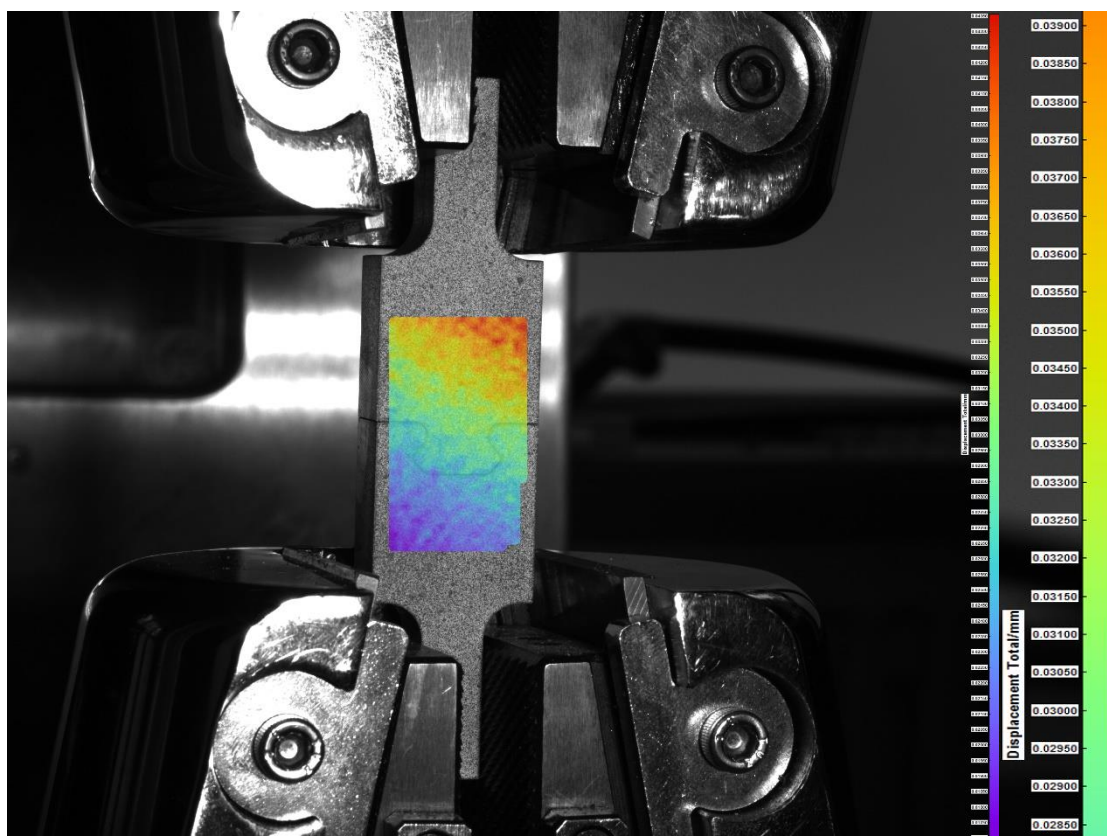
Rysunek 4.40. Pola odkształceń względnych dla wariantu wyjściowego przy obciążeniu 500 N



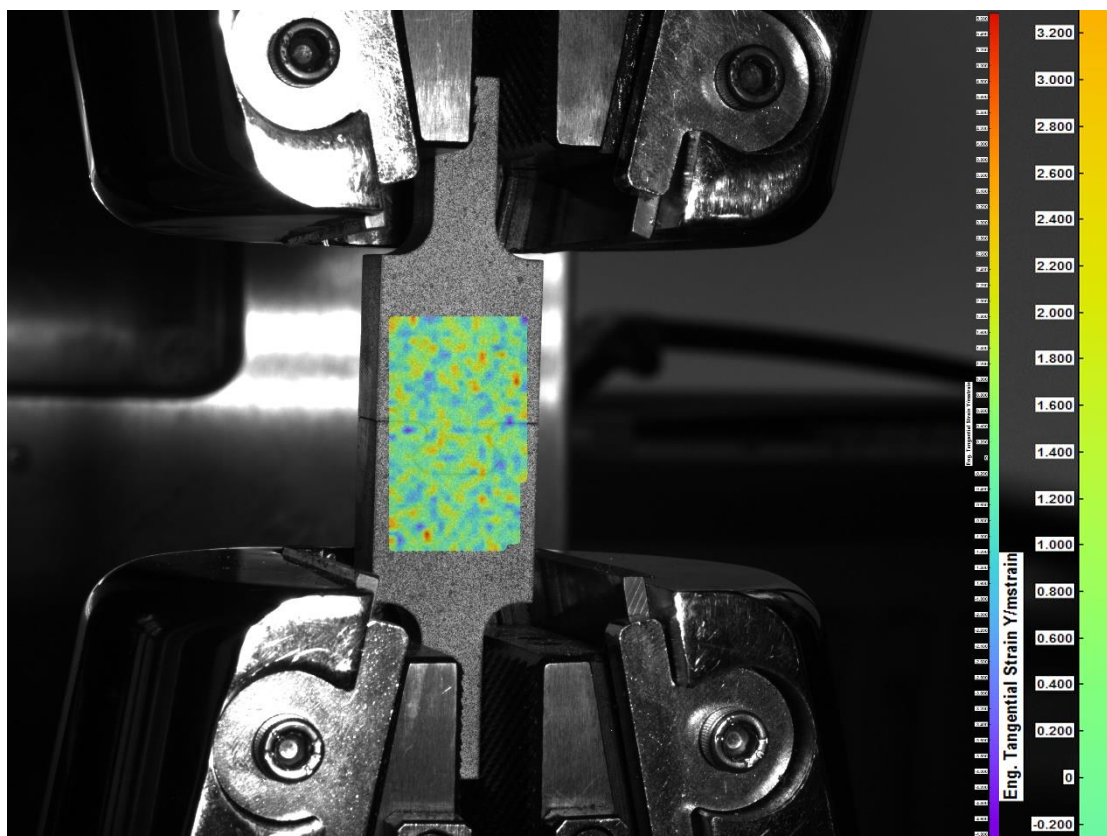
Rysunek 4.41. Pola przemieszczeń całkowitych dla wariantu wyjściowego przy obciążeniu 10 kN



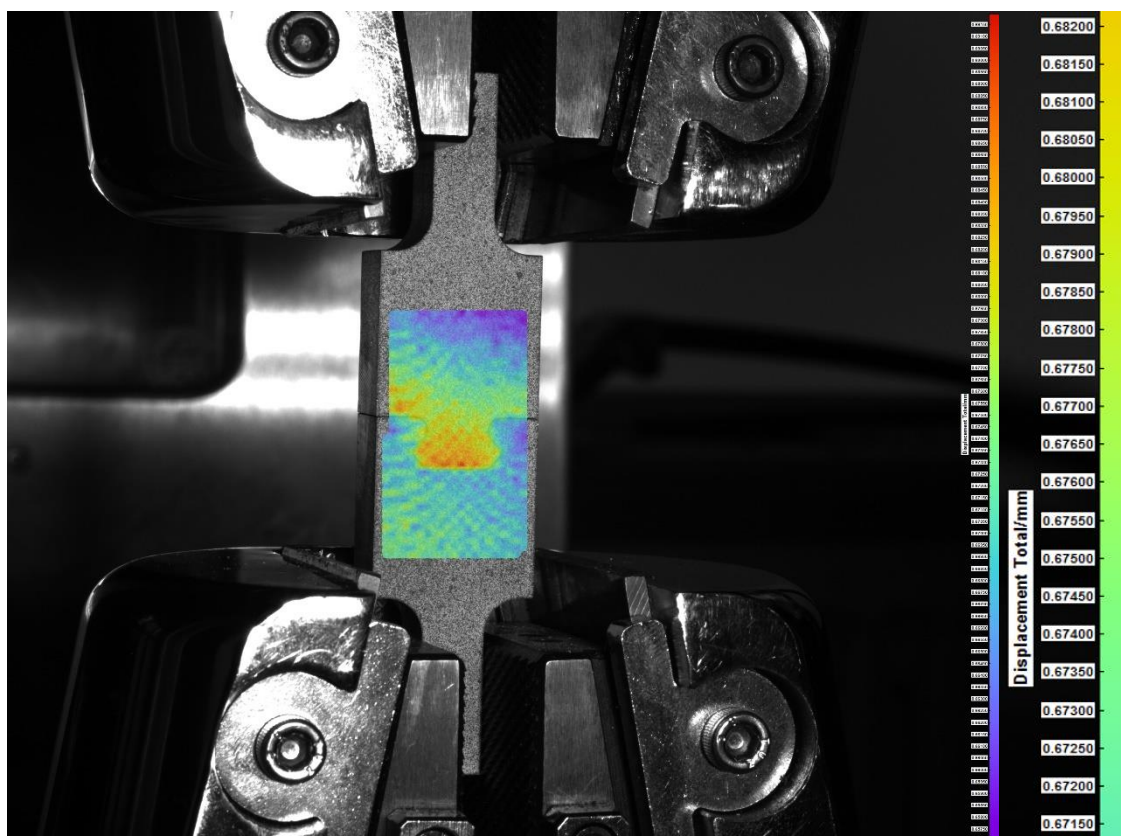
Rysunek 4.42. Pola odkształceń względnych dla wariantu wyjściowego przy obciążeniu 10 kN



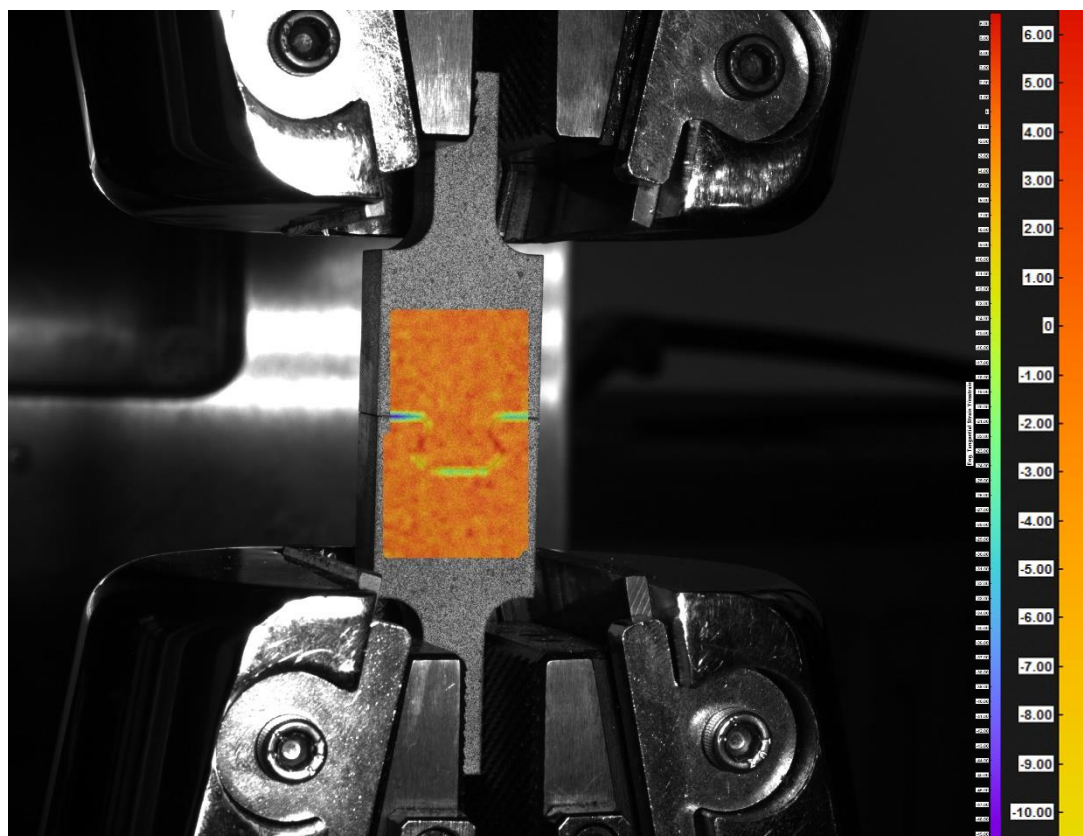
Rysunek 4.43. Pola przemieszczeń całkowitych dla wariantu 1 przy obciążeniu 500 N



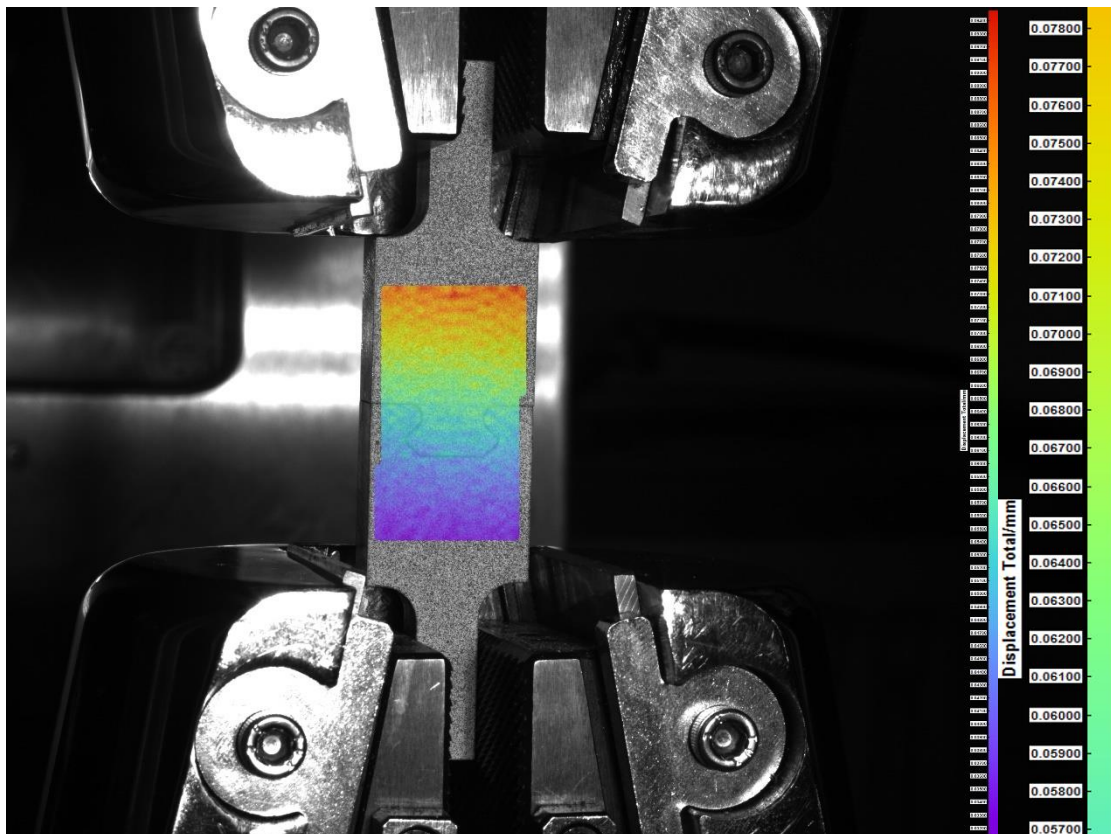
Rysunek 4.44. Pola odkształceń względnych dla wariantu 1 przy obciążeniu 500 N



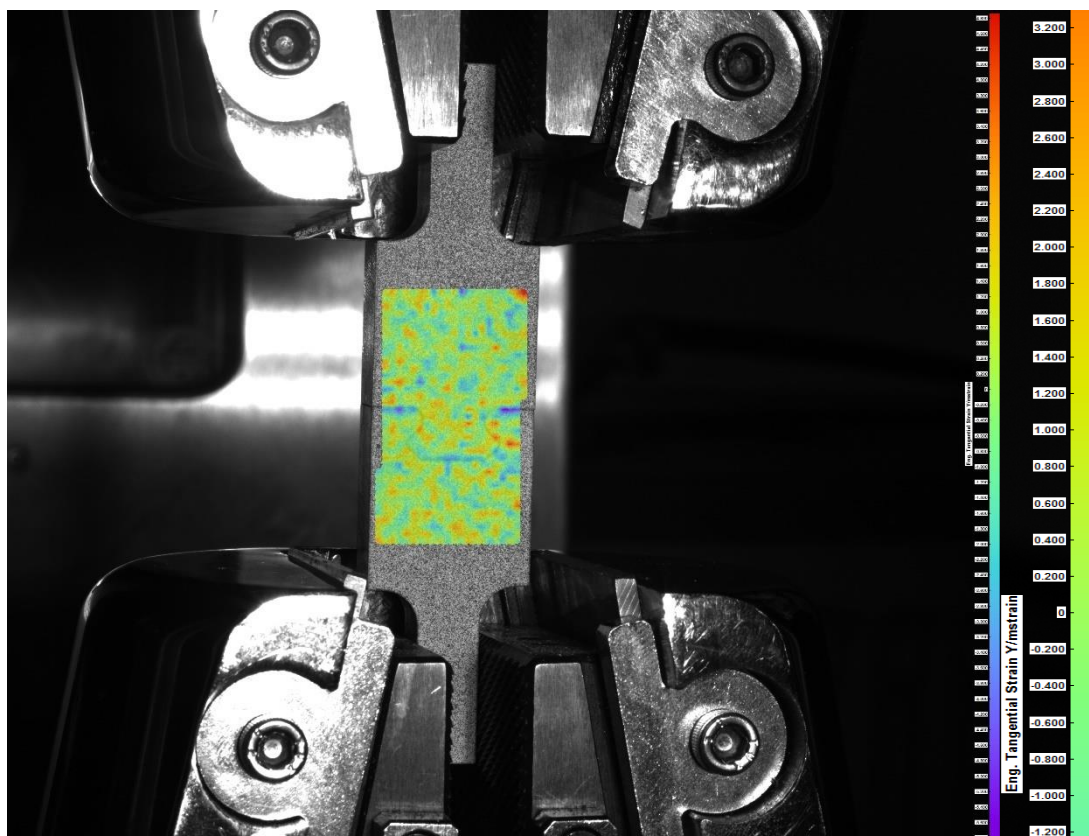
Rysunek 4.45. Pola przemieszczeń całkowitych dla wariantu 1 przy obciążeniu 10 kN



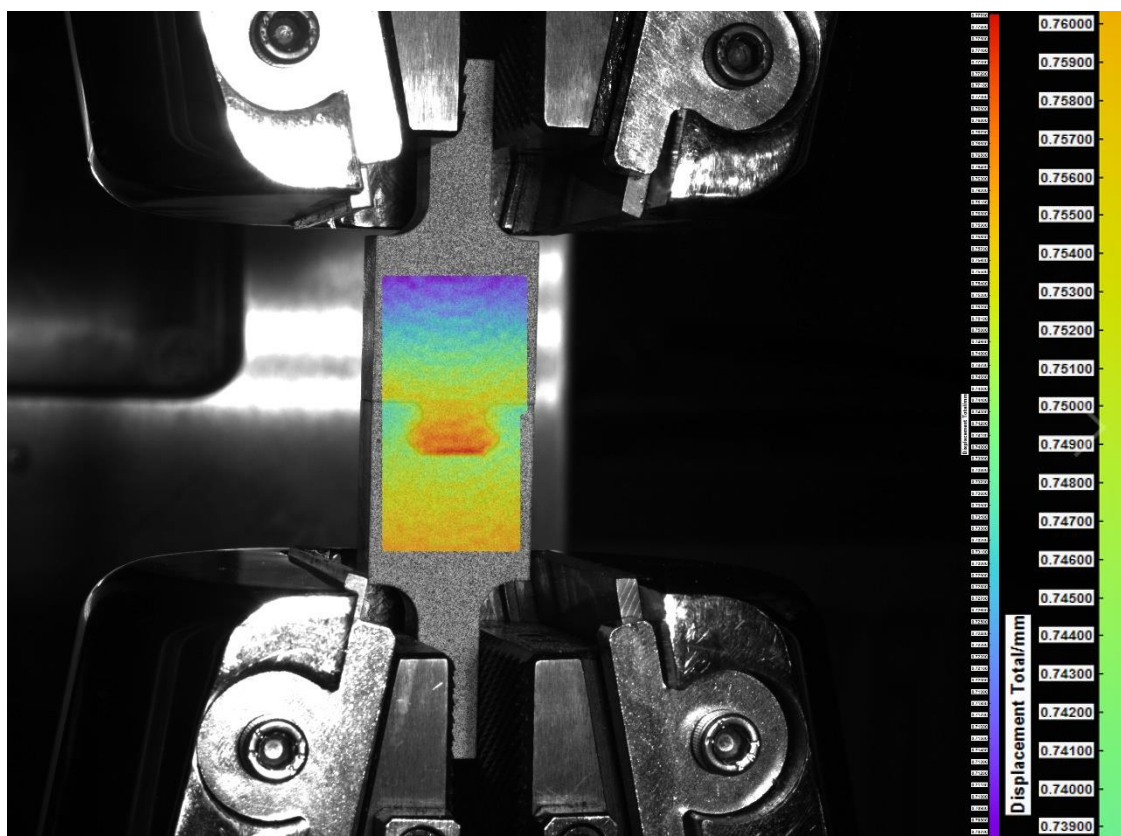
Rysunek 4.46. Pola odkształceń względnych dla wariantu 1 przy obciążeniu 10 kN



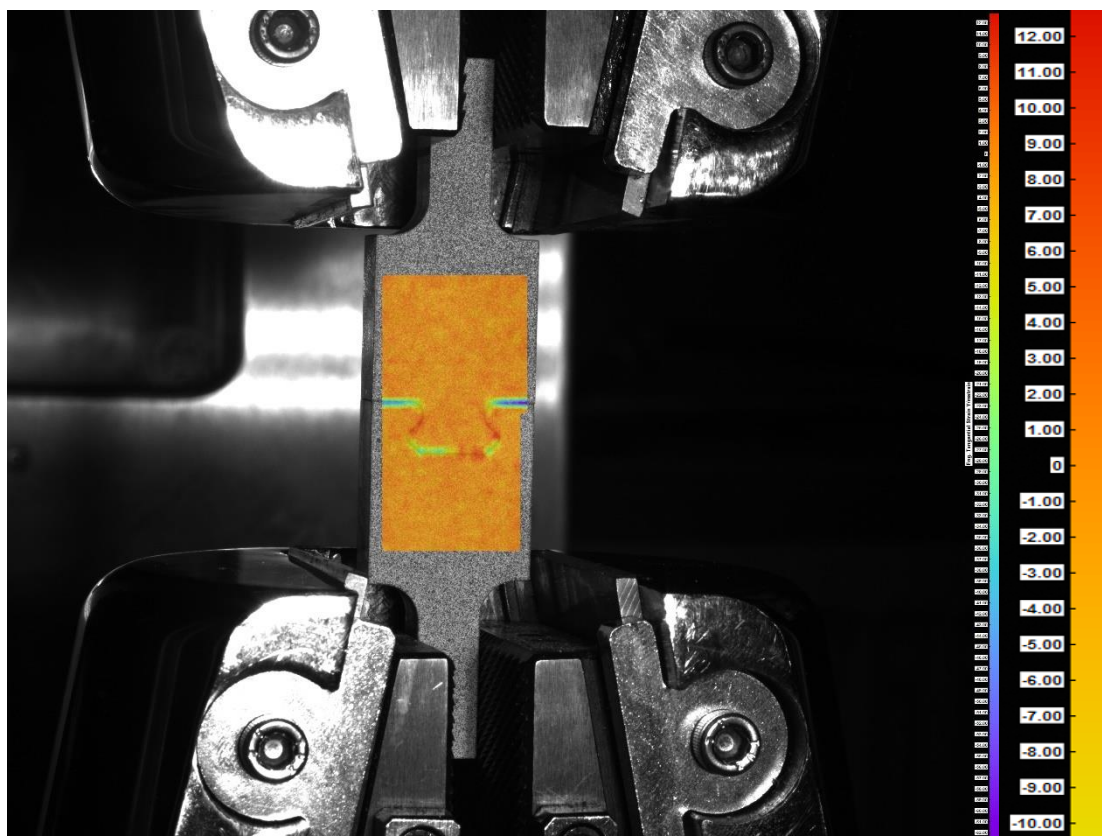
Rysunek 4.47. Pola przemieszczeń całkowitych dla wariantu 2 przy obciążeniu 500 N



Rysunek 4.48. Pola odkształceń względnych dla wariantu 2 przy obciążeniu 500 N



Rysunek 4.49. Pola przemieszczeń całkowitych dla wariantu 2 przy obciążeniu 10 kN



Rysunek 4.50. Pola odkształceń względnych dla wariantu 2 przy obciążeniu 10 kN

W uzyskanych wynikach, obszary i miejsca zwiększonej koncentracji naprężeń oraz pola rozkładu odkształceń względnych w zamku, są porównywalne z wynikami symulacji numerycznych. Ponadto, w przypadku analizy doświadczalnej, naprężenia w zamku zostały wyznaczone na podstawie uzyskanych wartości odkształceń względnych. W obliczeniach uwzględniono wartość odkształcenia względnego na powierzchniach styku (powierzchniach współpracujących) badanego obiektu. Przykładowo w analizie eksperymentalnej, przy obciążaniu siłą 10 kN, maksymalne naprężenia kształtowały się na poziomie 630 MPa dla wariantu wyjściowego (rys. 4.42), 800 MPa dla wariantu 1 (rys. 4.46) oraz 650÷700 MPa dla wariantu 2 (rys. 4.50).

Przeprowadzony eksperyment potwierdził, że wprowadzanie nawet niewielkich zmian w geometrii stopki, w tym przypadku, zmiany dotyczyły analizowanych w pracy parametrów P1 (kąta szerokości zamka) i P2 (kąta grubości), wpływa na rozkłady i wartości przemieszczeń, odkształceń i naprężeń w połączeniu. Potwierdził także zasadność uwzględnienia tych parametrów w optymalizacji geometrii połączenia łopatkotarcza.

5. Podsumowanie i wnioski

Celem dysertacji było opracowanie metodyki wspomagającej dobór optymalnych parametrów geometrycznych i wytrzymałościowych elementów konstrukcji wirujących, w szczególności połączenia łopatka – tarcza, która pozwoliłaby w prosty sposób porównywać różne rodzaje konstrukcji m.in. pod względem kryterium masy czy wytrzymałości w różnych warunkach eksploatacyjnych. Punktem wyjścia do zrealizowania zamierzonego celu rozprawy było odwzorowanie geometrii rzeczywistych konstrukcji z wykorzystaniem technik inżynierii odwrotnej oraz zaawansowanych systemów CAD/CAE. Dało to możliwość ich oceny pod kątem wybranych kryteriów i możliwości optymalizacji przy wykorzystaniu nowoczesnych rozwiązań.

Zaproponowana metodyka obejmuje następujące etapy:

I. Odwzorowanie rzeczywistej geometrii stopnia wirnikowego sprężarki osiowej i opracowanie modelu wirtualnego

Istotne w tym etapie było wykorzystanie w procesie odwzorowywania geometrii rzeczywistego elementu sprężarki, jakim była łopatka wirnikowa sprężarki lotniczego silnika turbinowego. Do utworzenia obiektu wirtualnego zastosowano metodę skanowania optycznego, w rezultacie której otrzymano chmurę punktów stanowiącą trójwymiarowy obraz odwzorowania powierzchni łopatki. Następnie przeprowadzono obróbkę danych w programie 3D CAD. Opracowany model geometryczny łopatki wirnikowej stanowił punkt wyjścia do przygotowania modelu wirtualnego na potrzeby numerycznej symulacji przepływowej i analizy parametrycznej.

II. Opracowanie konstrukcji integralnej stopnia wirnikowego sprężarki

Głównym założeniem przyjętym przy opracowaniu koncepcji stopnia było zastąpienie istniejącego stopnia wirnikowego sprężarki o klasycznej konstrukcji zamkowej lżejszym wariantem o konstrukcji integralnej typu BLISK, zgodnie ze współczesnym kierunkiem rozwojowym i w oparciu o weryfikację tego połączenia. W tym celu zaproponowano schemat modyfikacji bazowej geometrii modelowej odwzorowującej klasyczny układ z połączeniem zamkowym (rys. 2.21). Główna modyfikacja geometrii obejmowała wyeliminowanie zamka. Następnie bazując na wynikach rozkładów naprężeń zredukowanych uzyskanych za pomocą symulacji numerycznych, zmniejszono masę konstrukcji poprzez określenie obszarów biorących minimalny udział w przeno-

szeniu obciążeń i ich optymalizację. Przy uwzględnieniu kryterium wytrzymałościowego, uzyskano konstrukcję o 28% lżejszą od klasycznej konstrukcji, jednak analiza dynamiczna wykazała pojawianie się zbyt dużych amplitud drgań, co wymagało dalszych modyfikacji konstrukcji. W ostateczności końcowy model konstrukcji integralnej charakteryzował się masą 22% mniejszą w stosunku do wirtualnej masy wyjściowej konstrukcji zamkowej oraz zbliżoną liczbą rezonansów w zakresie eksploatacyjnych prędkości obrotowych.

III. Parametryzacja modelu stopnia sprężarki

Model parametryczny obu konstrukcji opracowano na potrzeby analiz parametrycznych, które wymagały modelu z możliwością zdefiniowania w nim charakterystycznych cech konstrukcji, jako zmienne decyzyjne, w celu sprawdzenia określonej liczby wariantów obliczeniowych. Uzyskany model pozwalał na bieżącą aktualizację całej geometrii po wprowadzeniu zmian wskazanego parametru. W przypadku konstrukcji klasycznej z zamkiem, parametryzacji podlegał przede wszystkim obszar połączenia zamkowego łopatki z tarczą, a dla konstrukcji integralnej, wieniec tarczy nośnej.

IV. Budowa modeli dyskretnych

W zaproponowanej metodyce opracowano trzy niezależne modele dyskretne, pierwsze dwa (konstrukcja z zamkiem i konstrukcja integralna) na potrzeby analiz strukturalnych MES, trzeci do analiz przepływowych CFD. We wszystkich przypadkach ograniczono się do budowy powtarzającego się elementu stopnia wirnikowego z uwagi na konstrukcję sprężarki, ponieważ zarówno w analizach MES, jak i CFD dostępne są opcje warunkowania cyklicznej symetrii. Dyskretyzacja modelu w obu przypadkach ograniczona została do wygenerowania siatki elementów skończonych (MES) i objętości skończonych (CFD) dla wycinka o kącie $5,29^\circ$, obejmującego jedną łopatkę wirnikową. Dodatkowo, w modelu MES w newralgicznych obszarach konstrukcji, jak np. zamek łopatki, wprowadzono odpowiednie zagęszczenia siatki. Weryfikacji siatki dokonano poprzez analizę wskaźnika ortogonalności i skośności elementów siatki. W przypadku opracowanych modeli minimalna wartość pierwszego wskaźnika wynosiła 0,20, a maksymalna 0,99. Skośność natomiast nie przekroczyła wartości 0,8, przy czym dla większości elementów siatki osiągnięta wartość była na bardzo dobrym poziomie $0,1 \div 0,3$.

V. Analiza parametryczna

Wykonana parametryzacja modelu geometrii klasycznej oraz modelu w wariancie integralnym wykorzystana została do analizy wpływu zmian wybranych parametrów geometrycznych na wartości naprężeń zredukowanych, przemieszczeń i odkształceń względnych w konstrukcji. Przyjęto dwa warianty obciążenia, w pierwszym przypadku, tylko siłami masowymi, wynikającymi z zadanej prędkości obrotowej, w drugim uwzględniającym interakcję płyn – struktura. Dodatkowo, narzucony był warunek niezmienności wymiarów gabarytowych silnika, dlatego definiując zmienne decyzyjne nie brano pod uwagę parametrów mogących zmienić wymiary promieniowe stopnia wirnikowego.

W konstrukcji klasycznej, gdzie występuje połączenie zamkowe, uwzględniono dwa główne parametry geometryczne zamka: P1 – kąt szerokości (tj. kąt pochylenia powierzchni bocznych zamka) i P2 – kąt definiujący grubość zamka łopatki. W przypadku konstrukcji integralnej analizie poddano natomiast parametry wymiarujące grubość tarczy wirnikowej w części wieńcowej, wymiar V14 i V12 (rys. 3.4). Pierwsza część analiz uwzględniała obciążenia od sił masowych, czyli zasadniczych obciążeń działających na elementy wirnikowe, wynikających z zakładanych prędkości obrotowych. Przyjęte wartości obliczeniowe prędkości wirowania wynikają z rzeczywistych zakresów pracy silnika turbowentylatorowego.

Kolejny etap analiz parametrycznych uwzględniał analizę sprzężoną, definiowaną poprzez wprowadzenie do układu obciążeń wyników z analizy przepływowej. Zastosowano w tym przypadku jednokierunkową analizę przepływowo-strukturalną, która obejmowała, w pierwszej kolejności, wyznaczenie rozkładu ciśnień na piórze łopatki a następnie zaimplementowanie otrzymanych wyników do analizy strukturalnej. Przeprowadzona analiza umożliwiła przeprowadzenie szczegółowej oceny wybranych parametrów geometrycznych, pod kątem ich wpływu na główne własności wytrzymałościowe stopnia wirnikowego, w tym:

- wpływu kąta szerokości zamka na maksymalne naprężenia zredukowane, przemieszczenia i odkształcenia względne,
- wpływu kąta grubości zamka na maksymalne naprężenia zredukowane, przemieszczenia i odkształcenia względne,

- wpływu grubości części wieńcowej tarczy na maksymalne naprężenia zredukowane, przemieszczenia i odkształcenia względne, w przypadku konstrukcji integralnej.

VI. Ocena wrażliwości

Analiza wrażliwości dostarczyła informacji na temat wagi każdej zmiennej wejściowej, czyli istotności jej wpływu na wartości wynikowe, w aspekcie wcześniej przeprowadzonych analiz parametrycznych. Zastosowano ją, w głównym stopniu do oceny wybranych własności wytrzymałościowych stopnia wirnikowego sprężarki pod kątem ich wrażliwości na zmiany określonych parametrów geometrycznych, uwzględniając interakcję płyn-struktura. Ocenie poddano:

- czułości maksymalnych przemieszczeń całkowitych i naprężeń zredukowanych na zmiany parametru P1 (kąta szerokości zamka) dla konstrukcji klasycznej z połączeniem zamkowym;
- czułości maksymalnych przemieszczeń całkowitych i naprężeń zredukowanych na zmiany parametru P2 (kąta grubości zamka) dla konstrukcji klasycznej z połączeniem zamkowym;
- czułości maksymalnych przemieszczeń całkowitych i naprężeń zredukowanych na zmiany parametru V12 i V14, definiujących grubość części wieńcowej tarczy w konstrukcji integralnej.

Ponadto, do zobrazowania zależności zmiennych wyjściowych (naprężeń i przemieszczeń) od zadanych parametrów wejściowych, w tym przypadku: kąta szerokości (P1), kąta grubości zamka łopatki (P2) i grubości wieńca tarczy konstrukcji (V12 i V14) wykorzystane zostały także powierzchniowe wykresy rozkładu parametrów wytrzymałościowych (parametrów odpowiedzi).

W wyniku realizacji działań badawczych przeprowadzonych według zaproponowanej metodyki sformułować można następujące wnioski szczegółowe:

1. Zastosowanie metod odwzorowania geometrii wspomaga w zasadniczym stopniu budowę szczegółowych modeli parametrycznych, w tym połączeń zamkowych podzespołów wirnikowych silnika turbinowego.
2. Zaproponowana metodyka pozwala, poprzez zastosowaną parametryzację oraz ocenę parametrów geometrycznych, wskazać te zmienne decyzyjne i ich

wartości, które mają istotny wpływ na naprężenia, odkształcenia i przemieszczenia w konstrukcji.

3. Wykorzystywanie obiektów wirtualnych i symulacji numerycznych w analizach parametrycznych oraz ocenie wrażliwości przyczynia się do uproszczenia procesu projektowania i optymalizacji elementów stopni wirnikowych sprężarek, poprzez ograniczenie zbioru potencjalnych zmiennych decyzyjnych.
4. Opracowana metodyka pozwala przeprowadzić szczegółową analizę konstrukcji stopnia wirnikowego pod kątem wytrzymałościowym, poprzez zmianę parametrów geometrycznych i obciążeń oraz w prosty sposób porównywać różne rodzaje konstrukcji m.in. pod względem kryterium masy czy wytrzymałości w różnych warunkach eksploatacyjnych.
5. Opracowana metodyka pozwala także zrozumieć zasadność doboru i dążenia w najnowszych wariantach projektowych do zastępowania tradycyjnych konstrukcji z połączeniami zamkowymi konstrukcjami integralnymi (typu *BLISK*).

Podsumowując, można zatem stwierdzić, że cel pracy został osiągnięty, a teza pracy udowodniona. Zaproponowana metodyka stanowić może dobre narzędzie wspomagające proces projektowania i optymalizacji konstrukcji zespołów wirnikowych, w tym głównie optymalizacji kształtu połączeń łopatek z tarczami przy uwzględnieniu czynników eksploatacyjnych. Poza zastosowaniem w analizie zamków trapezowych mocowanych obwodowo, może być z powodzeniem stosowana także w analizie zamków typu jaskółczy ogon, stosowanych równie często w sprężarkach silników turbinowych.

Dodatkowym elementem oryginalnym w pracy jest zastosowanie analiz sprzężonych w analizie parametrycznej i analizie wrażliwości na potrzeby dokładniejszej analizy konstrukcji stopnia wirnikowego dotyczącej połączenia zamkowego. Wyniki analiz będą bazą na potrzeby dalszych prac w obszarze optymalizacji konstrukcji, w tym optymalizacji parametrycznej.

(strona celowo pozostawiona pusta)

Literatura

- [1] Szczeciński S. i in. *Lotnicze silniki turbinowe, konstrukcja-eksploatacja-diagnostyka*. Warszawa: Biblioteka Naukowa Instytutu Lotnictwa, 2010, strona 428.
- [2] Dzygadlo Z. i in. *Zespoły wirnikowe silników turbinowych*. Warszawa: Wydawnictwo Komunikacji i Łączności, 1982.
- [3] Rolls-Royce. *The Jet Engine*. 2006.
- [4] Mattingly J.D., Heiser W.H., Pratt D.T., *Aircraft Engine Design 2nd edition*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 2002.
- [5] Gieras M. *Obliczenia parametrów użytkowych lotniczych silników turbinowych*. Warszawa: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2013.
- [6] Miller A. *Teoria maszyn wirnikowych. Zagadnienia wybrane*. Warszawa: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2014.
- [7] Wiatrek R. *Teoria silników lotniczych*. Warszawa: Wydawnictwo WAT, 1983.
- [8] Stolarczyk W., Wiatrek R. *Teoria lotniczych silników turbinowych. Wybrane zagadnienia przepływowe i termodynamiczne zespołów*. Warszawa: Wydawnictwo WAT, 1985.
- [9] Orkisz M. *Wybrane zagadnienia z teorii turbinowych silników odrzutowych*. Wyższa Szkoła Oficerska Sił Powietrznych, 1995.
- [10] Muszyński M., Orkisz M. *Modelowanie turbinowych silników odrzutowych*. Warszawa: Biblioteka Naukowa Instytutu Lotnictwa, 1997.
- [11] Gajewski T. *Maszyny wirnikowe silników lotniczych. Teoria i obliczenia*. Warszawa: WKŁ, 1964.
- [12] Cohen H., Rogers G.F.C., Saravanamuttoo H.I.H. *Gas Turbine Theory, 4th edition*. Essex: Longman Group Limited, 1996.
- [13] Lufthansa Training Manual ATA 71-80 engine CFM56. 1999.
- [14] Bußmann M. i Bayer E. *Market-oriented blisk manufacturing. A challenge for production engineering*. Monachium: MTU AeroEngines, 2009.
- [15] www.mtu.de. [Online]
- [16] Lipka J. *Wytrzymałość maszyn wirnikowych*. Warszawa: WNT, 1967.
- [17] Łagosz M., Szczeciński S. *Wybrane zagadnienia wytrzymałości i dynamiki konstrukcji*. Warszawa: WAT, 1985.
- [18] Godzimirski Jan. *Materiały lotnicze*. Warszawa: WAT, 1999.
- [19] Leyens C., Peters M. *Titanium and Titanium Alloys. Fundamentals and Applications*. Wiley-VCH, 2003.
- [20] Titanium Asia 2018 Executive Summary. Titanium Today - Powder Edition 2018. Las Vegas: ITA, 2018.
- [21] Dudek Ł., Hryniewicz T., Rokosz K. *Zastosowanie tytanu i wybranych stopów tytanu w lotnictwie*. Autobusy – Technika, Eksploatacja, Systemy Transportowe. 2016, 8.
- [22] Inagaki I. i in. *Application and Features of Titanium for the Aerospace Industry; Technical Report*. Nippon Steel & Sumitomo Metal, 2014.
- [23] Mouritz A.P. *Introduction to aerospace materials*. Woodhead Publishing, 2012.

- [24] Melechow R., Tubielewicz K., Błaszczuk W. *Tytan i jego stopy: gatunki, właściwości, zastosowanie, technologia obróbki, degradacja*. Częstochowa: Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, 2004.
- [25] Bylica A., Sieniawski J. *Tytan i jego stopy*. Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe, 1985.
- [26] Chwalczuk T. *Warstwa wierzchnia stopu Inconel 718 po toczeniu ze wspomaganie laserowym; Rozprawa doktorska*. Poznań: Politechnika Poznańska, 2019.
- [27] Campbell F.C. *Manufacturing Technology for Aerospace Structural Materials*. Wielka Brytania: Elsevier Ltd., 2006.
- [28] Zalecki W. i in. *Charakterystyki wysokotemperaturowe stopów Inconel 625 i 718*. Prace IM. 2013, Tom 3.
- [29] Kishawy H.A., Hosseini A. *Machining Difficult-to-Cut Materials. Basic Principles and Challenges*. Springer, 2019.
- [30] Moniz B. *Metallurgy*. American Technical Publishers, 1994.
- [31] Witek L., Wyzga B. *Analiza wpływu wybranych rodzajów obciążeń na częstotliwość drgań rezonansowych łopatki turbiny silnika śmigłowego*. Logistyka. 2014, 6.
- [32] Bodnar A. *Wytrzymałość materiałów*. Kraków, 2004.
- [33] Kozakiewicz A., Grzejszczak O. *Analiza uszkodzeń eksploatacyjnych oraz ich wpływ na pracę powierzchni kontaktowych w stopniu sprężarki osiowej*. Mechanik. 2018, 07.
- [34] Kozakiewicz A., Grzejszczak O. *Uszkodzenia zmęczeniowe w zespołach wirnikowych silników turbinowych*. Nauka dla obronności i środowiska. Instytut Techniczny Wojsk Lotniczych, 2020.
- [35] Kowalski M., Jankowski A., Ćwiklak J. *The influence of bird models parameters on the results of numerical analyses of bird strikes*. Proceedings IRF. 2020.
- [36] Trelka M. i in. *Selected problems of RD-33 engine reliability in operation, Combustion Engines*. Combustion Engines. 2016, 165(2), strony 33–40.
- [37] www.criticaluncertainties.com. [Online]
- [38] Kowalewski Z.L. *Zmęczenie materiałów – podstawy, kierunki badań, ocena stanu uszkodzenia. Materiały XVII Seminarium Nieniszczące Badania Materiałów*. Zakopane: 2011.
- [39] Obrocki W. i in. *Wpływ uszkodzenia krawędzi natarcia łopatek sprężarki silnika lotniczego na ich wytrzymałość zmęczeniową*. Mechanik. 2018, 3, strony 205–209.
- [40] *National Transportation Safety Board Aviation Accident Final Report, Accident Number: DCA15FA185*. Las Vegas, NV, 2015.
- [41] www.avherald.com. [Online]
- [42] Bednarz A. i in. *Wpływ naprężeń wstępnych w okolicy wierzchołka karbu na trwałość zmęczeniową łopatki sprężarki*. TTS Technika Transportu Szynowego. 2016, Tom 23, 12, strony 52–55.
- [43] Lourenco N.J. i in. *Fatigue failure of a compressor blade*. Engineering Failure Analysis. 2008, 15, strony 1150–1154.
- [44] Prevey i P. i in. *Mitigation Of Fretting Fatigue Damage In Blade And Disk Pressure Faces With Low Plasticity Burnishing, Proceedings of Turbo Expo, Canada*. 2007.

- [45] Kermanpur A. i in. *Failure analysis of Ti6Al4V gas turbine compressor blades*. Engineering Failure Analysis. 2008, 15, strony 1052–1064.
- [46] Bijak-Żochowski M. i in. *Mechanika materiałów i konstrukcji, tom 2*. Warszawa: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2013.
- [47] Zienkiewicz O.C. *Metoda elementów skończonych*. Warszawa: Arkady, 1972.
- [48] Łączek S. *Modelowanie i analiza konstrukcji w systemie MES ANSYS v.11*. Kraków: Politechnika Krakowska, 2011.
- [49] Sikora J. *Numeryczne metody rozwiązywania zagadnień brzegowych*. Lublin: Politechnika Lubelska, 2011.
- [50] Aliabadi M.H. *The Boundary Element Method: Applications in Solids and Structures; Volume 2*. John Wiley & Sons, Ltd., 2002.
- [51] Piechna A. *Metoda objętości skończonej na przykładzie jednowymiarowej analizy termicznej i analizy rozkładu ciśnienia.. ITER*, 2012, Tom 6.
- [52] Eymard R. i in. *Finite volume method*. Scholarpedia. 2010, Tom 5, 6.
- [53] Deshpande A. S. *The use of geometric uncertainty data in aero engine structural analysis and design: Phd Thesis*. University Of Southampton. 2013.
- [54] Rakowski G., Kacprzyk Z. *Metoda elementów skończonych w mechanice konstrukcji*. Warszawa: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2016.
- [55] Nowotarski I. *Obliczenia statyczne i dynamiczne turbinowych silników lotniczych metodą elementów skończonych*. Warszawa: Wydawnictwo Naukowe Instytutu Lotnictwa, 2001.
- [56] Krzesiński G. i in. *Metoda elementów skończonych w mechanice konstrukcji. Rozwiązanie wybranych zagadnień za pomocą systemu ANSYS*. Warszawa: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2015.
- [57] Amoo Leye M. *On the design and structural analysis of jet engine fan blade structures*. Progress in Aerospace Sciences. 2012.
- [58] Henry R., Lalanne M. *Vibration Analysis of Rotating Compressor Blades*. Journal of Engineering for industry. 1974, strony 1028–1035.
- [59] Ramamurti V., Sreenivasamurthy S. *Dynamic stress analysis of rotating twisted and tapered blades*. Journal Of Strain Analysis. 1980, Tom 15, 3, strony 117–126.
- [60] Alderson R.G., Tani M.A., Tree D.J. *Three-Dimensional Optimization of a Gas Turbine Disk and Blade Attachment*. J. Aircraft. 1976, Tom 13, 12, strony 994–999.
- [61] Rown K., Hirschbein M. i Chamis C.B. *Finite element engine blade structural optimization*. Orlando, FL, U.S.A.: AIAA, 1985. strony 793–803.
- [62] Boping W. i in. *FE Analysis on Contact Properties between Root- Blade and Slot-Disc*. Advanced Engineering Forum. 2012, Tomy 2–3, strony 932–935.
- [63] Song W., Keane A. i in. *Turbine blade fir-tree root design optimisation using intelligent CAD and finite element analysis*. Computers and Structures. 2002, 80, strony 1853–1867.
- [64] Gowda B.M.A., i in. *Investigation and efficient modeling of an Dovetail Attachment in Aero-Engine*. Procedia Materials Science. 2014, Tom 5, strony 1873–1879.

- [65] Nagaraju G. i in. *Design optimization and static & thermal analysis of gas turbine blade*. International Journal of Engineering, Business and Enterprise Applications (IJEBA). 2013, 5(1), strony 53–57.
- [66] Jamróz T., Had J. *Structural analysis of bladed disk*. 2015. strony 85–94.
- [67] Maricic L.A. *Thermo-Mechanical Behaviour of Turbine Disc Assembly in the Presence of Residual Stresses*, Master of Applied Science. Toronto, 2013.
- [68] Shruthi H.J. i in. *Finite element analysis on axial compressor blade*. Industrial Science. 2014, Tom 1, 16.
- [69] Maruthi B.H. i in. *Finite Element Method of Structural Analysis of Shrouded Aero Engine Turbines*. International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT). 2004, Tom 3, 5, strony 1173–1179.
- [70] Lakshmi P. i in. *Design modification and fea analysis of axial flow compressor*. International Journal Of Innovative Technology And Research. 2017, Tom 5, 5, strony 7160–7165.
- [71] Praveen S. i in. *Structural Analysis of Turbine Blade Disc Fir-Tree Root Using ANSYS*. International Journal of Scientific Engineering and Research (IJSER). 2014, Tom 3, 5, strony 52–55.
- [72] Papanikos P., Meguid S.A., Stjepanovic Z. *Three-dimensional nonlinear finite element analysis of dovetail joints in aeroengine discs*. Finite Elements in Analysis and Design. 1998, 29, strony 173–186.
- [73] Sokołowski J., Rządkowski R., Kwapisz L. *Frequencies and modes of rotating flexible shrouded bladed discs-shaft assemblies*. Task Quarterly. 2003, Tom 7, 2, strony 215–231.
- [74] Klauke T. *Schaufelschwingungen realer integraler Verdichterräder im Hinblick auf Verstimmung und Lokalisierung*, Dissertation. Senftenberg, 2007.
- [75] Fernandes i in. *Static fracture and modal analysis simulation of a gas turbine compressor blade and bladed disk system*. Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences. 2016, Tom 3, 30.
- [76] Chromek L. *Design of the blisk of an aircraft turbojet engine and verification of its resonance free operation*. Applied and Computational Mechanics. 2016, 10, strony 17–26.
- [77] Szczepanik R., Rządkowski R. *Badania dynamiki łopatek wirnikowych silników lotniczych w różnych warunkach eksploatacji*. Warszawa: Instytut Techniczny Wojsk Lotniczych, 2012.
- [78] Szczepanik R., Rządkowski R., Drewczyński M. *Analiza dynamiczna łopatek wirnikowych i kierowniczych silnika jednoprzepływowego*. Warszawa: Instytut Techniczny Wojsk Lotniczych, 2018.
- [79] Manerowski J., Rządkowski R., Kowalski M., Szczepanik R. *Identyfikacja parametrów drgań łopatek wirnikowych maszyn przepływowych*. Instytut Techniczny Wojsk Lotniczych, 2021.
- [80] Witoś M. *Analiza modalna pękającej łopatki sprężarki*. Prace Naukowe Instytutu Technicznego Wojsk Lotniczych. 2008, Tom 23, strony 5–20.

- [81] Witek L. *Failure analysis of turbine disc of an aero engine*. Engineering Failure Analysis. 2006, 13, strony 9–17.
- [82] Witek L. *Numeryczna analiza niskocyklowej trwalosci zmeczeniowej turbiny silnika lotniczego*. Silniki Spalinowe. 2006, 4, strony 54–60.
- [83] He M.J., Ruiz C. *Fatigue life of dovetail joints: Verification of a simple biaxial model*. Experimental Mechanics. 1989, 29, strony 126–131.
- [84] Davidson D.L. *Gas turbine disk-blade attachment crack*. Journal of Failure Analysis and Prevention. 2005, Tom 5, 1, strony 55–71.
- [85] Bazhenov V.A. i in. *Design life assessment of the blade root of a gas turbine unit under thermomechanical loading*. Strength of Materials. 2013, Tom 45, 3.
- [86] Kuberaganapathi V.K, Sarathkumar S.J. *Cyclic Life Establishment of First Stage Compressor Blade – Aircraft Jet Engine*. Journal of Engineering Research and Applications. 2016, Tom 6, 3, strony 51–55.
- [87] Benini E. *Three-Dimensional Multi-Objective Design Optimization of a Transonic Compressor Rotor*. Journal Of Propulsion And Power. 2004, Tom 20, 3.
- [88] Shahpar S., Lapworth L. *PADRAM: Parametric Design and Rapid Meshing System for Turbomachinery Optimisation*. ASME Turbo Expo. 2003, Tom 6.
- [89] Samad A., Kwang-Yong K. *Application of Surrogate Modeling to Design of A Compressor Blade to Optimize Stacking and Thickness*. International Journal of Fluid Machinery and Systems. 2009, Tom 2, 1.
- [90] Nilesh P., Salunke S.A. i in. *Design optimization of an axial flow compressor for industrial gas turbine*. IJRET: International Journal of Research in Engineering and Technology. 2014, Tom 3, 5.
- [91] Moroz L., Govoruschenko Y., Pagur P. *Axial Turbine Stage Design: 1D/2D/3D Simulation, Experiment, Optimization – Design of Single Stage Test Air Turbine Models and Validation of 1D/2D/3D Aerodynamic Computation Results Against Test Data*. ASME Turbo Expo 2005: Power for Land, Sea and Air. 2005, strony 1137–1146.
- [92] Xiaodonga Q, Xiulib S. *Multidisciplinary Design Optimization of Turbine Disks Based On ANSYS Workbench Platforms*. Procedia Engineering. 2015, 99, strony 1275–1283.
- [93] Kuzmenko M.L. i in. *Optimization of the Gas Turbine Engine Parts Using Methods of Numerical Simulation*. ASME Turbo Expo 2007: Power for Land, Sea, and Air. 2007, Tom 6, strony 425–431.
- [94] Kellersmann A., Reitz G., Friedrichs J. *Numerical investigation of circumferential coupled deterioration effects of a jet engine compressor front stage compared to BLISK geometry*. Procedia CIRP. Elsevier, 2014, Tom 22, strony 249–255.
- [95] Biollo R., Benini E. *State-of-Art of Transonic Axial Compressors*. Advances in Gas Turbine Technology. 2011.
- [96] Oyama A. i in. *Transonic Axial-Flow Blade Optimization: Evolutionary Algorithms/Three-Dimensional Navier-Stokes Solver*. Journal of Propulsion and Power. 2004, Tom 20, 4.

- [97] Sheik Ghouse M., Manivannan P. *Computational Analysis of Compressor Blade*. International Journal of Innovative Research in Science, Engineering and Technology. 2015, Tom 4, 3, strony 1131–1138.
- [98] Majcher M. i in. *A Numerical Investigation into the Effect of Blade Trailing-Edge Thickness on the Performance of Axial Fans*. Problemy Mechatroniki Uzbrojenie, Lotnictwo, Inżynieria Bezpieczeństwa. 2018, Tom 9, 4 (34), strony 71–84.
- [99] Balaji K., Emilon S. i in. *Design and Development of Transonic Axial Flow Compressor Rotor Blade*, International Journal of Engineering Research and Development. 2017, Tom 13, 4.
- [100] Ghenaiet A. *Characterization of flow interactions in an axial fan stage*. Engineering Reports. 2020, Tom 2, 12.
- [101] Majcher M. *Numeryczna analiza trójwymiarowych przepływów w kluczowych elementach wentylatorów osiowych, Rozprawa doktorska*. Warszawa: WAT, 2020.
- [102] Thamizh R Isai, Velmurugan R., Jayagandhan R. *Finite element analysis of metal matrix composite blade*. Materials Science and Engineering. IOP Publishing, 2016, 152.
- [103] Dźygadło Z. *Dynamiczny model wirującej niejednorodnej tarczy turbiny do analizy giętych drgań za pomocą elementów skończonych*. Biuletyn WAT. 1977, 3.
- [104] Nowotarski I. *Analiza statyczna tarcz turbin silników lotniczych z uwzględnieniem odkształceń plastycznych, część II – Analiza numeryczna*. Biuletyn WAT. 1988, Tom 27, 3.
- [105] Nowotarski I. *Dyskretyzowane modele naprężeniowe i przemieszczeniowe do analizy statycznej wirujących zespołów turbinowych silników lotniczych w zakresie sprężystym i plastycznym*. 1988.
- [106] Nowotarski I. *Analiza obciążeń w zamkach trapezowych maszyn wirnikowych*. Biuletyn WAT. 1997, 6, strony 39–49.
- [107] Dźygadło Z. i in. *Dyskretny model dynamiczny wirujących konstrukcji powłokowo-tarczowo- płytowych*. Biuletyn WAT. 1990.
- [108] Szczepanik R., Rządkowski R. *Analiza dynamiczna łopatek wirnikowych silników samolotów wysokomanewrowych*. Warszawa: Instytut Techniczny Wojsk Lotniczych, 2018.
- [109] Chan S.K. i Tuba I.S. *A finite element method for contact problems of solid bodies-part II. Application to turbine blade fastenings*. International Journal of Mechanical Sciences. 1971, Tom 13, 7, strony 627–636.
- [110] Kenny B. i in. *Contact stress distributions in a turbine disc dovetail type joint – a comparison of photoelastic and finite element results*. Strain. 1991, strony 21–24.
- [111] Boddington P.H.B., Chen K., Ruiz C. *The numerical analysis of dovetail joints*. Computers & Structures. 1985, Tom 20, 4, strony 731–735.
- [112] Sinclair G.B. i in. *Contact Stresses in Dovetail Attachments: Finite Element Modeling*. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power. 2002, Tom 124, strony 182–189.
- [113] Beisheim J.R., Sinclair G.B. *On the Three-Dimensional Finite Element Analysis of Dovetail Attachments*. Journal of Turbomachinery. 2003, Tom 125, strony 372–379.

- [114] Zboiński G. *Physical and geometrical non-linearities in contact problems of elastic turbine blade attachments*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science. 1995, Tom 209, 4, strony 273–286.
- [115] Meguid S.A., Kanth P.S., Czekanski A. *Finite element analysis of fir-tree region in turbine discs*. Finite Elements in Analysis and Design. 2000, 35, strony 305–317.
- [116] Vale T. d. O., Villar G. d. C i Menezes J.C. *Methodology for Structural Integrity Analysis of Gas Turbine Blades*. Journal of Aerospace Technology and Management. 2012, 4(1), strony 51–60.
- [117] Anandavel K., Prakash R.V., Davis A. *Effect of Preloading on the Contact Stress Distribution of a Dovetail Interface*. International Journal of Mechanical and Mechatronics Engineering. 2010, Tom 4, 10, strony 1107–1112.
- [118] Nandish R.V. i in. *Elastic Contact Stress Analysis of Dovetail Attachment in Turbine Engines*. International Journal of Research in Mechanical Engineering & Technology. 2013, Tom 3, 2, strony 166–170.
- [119] Zhang Shuo i in. *A method to analyze the contact stress of dovetail attachments in aeroengine*. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power. 2018.
- [120] Kozakiewicz A., Grzejszczak O. *Analiza wpływu wybranych parametrów geometrycznych na właściwości wytrzymałościowe zamka łopatki sprężarki osiowej*. Mechanik. 2016, Tom 7, strony 740–741.
- [121] Kozakiewicz A., Grzejszczak O., Łącki T. *The comparative analysis of the selected construction types of axial compressor stage including the modal analysis*. Journal of Machine Engineering. 2017, Tom 17, 4, strony 91–97.
- [122] Kozakiewicz A., Grzejszczak O. *An influence of geometrical parameters of the lock of the blade-disc joint on stress in FEA and DIC methods*. Advances in Science and Technology Research Journal. 2021, Tom 15(1), strony 209–217.
- [123] Deshpande A S. i in. *Geometric parameterisation of firtree joints in gas turbine discs considering manufacturing variability*. 3rd Aircraft Structural Design Conference, Netherlands. 2012.
- [124] Meguid S.A., Refaat M.H., Papanikos P. *Theoretical and experimental studies of structural integrity of dovetail joints in aeroengine discs*. Journal of Materials Processing Technology. 1996, 56, strony 668–677.
- [125] Amaresh H.G. i in. *Design and Analysis on Dovetail Joint of an Aero Engine Compressor Disc and Blade with Different Skew Angle*. International Journal for Ignited Minds. 2015, Tom 2, 15, strony 238–244.
- [126] Xiao-zan WU i in. *Effect of flank angle and friction coefficient on contact stress of turbine rotor*. Journal of Central South University. 2013, 20, strony 1792–1796 .
- [127] Ansys Fluent Fluid Structure Interaction with Ansys Mechanical. *Materiały szkoleniowe*. ANSYS, 2020.
- [128] Tao Sun, Yi Wang, Rong Xie. *Application of FSI on Turbomachinery*. IEEE. 2011.
- [129] Ubulom I. *Influence of fluid-structure interaction modelling on the stress and fatigue life evaluation of a gas turbine blade*. Influence of fluid-structure interaction

- modelling on the stress and fatigue life evaluation of a gas turbine blade. 2021, Tom 235, 5.
- [130] Dziubek T., Oleksy M. *Zastosowanie systemu optycznego ATOS II w technikach szybkiego prototypowania modeli kół zębatych otrzymywanych na bazie żywicy epoksydowej*. Polimery. 2017, Tom 62, 1, strony 44–46.
- [131] Kudela H. *Laboratorium numerycznej mechaniki płynów. Wprowadzenie*. Wrocław: strony 2–8.
- [132] Dokumentacja systemu ANSYS v.18.
- [133] Mikulski T. *Ramy cienkościenne. Modelowanie i analiza wrażliwości*. Gdańsk: Politechnika Gdańska, 2010.
- [134] Ferenc T., Mikulski T. *Praktyczne zastosowania analizy wrażliwości na przykładzie projektowania tarczy prostokątnej*. Inżynieria i Budownictwo. 2014, Tom R. 70, 5, strony 291–294.
- [135] Mróz Z., Garstecki A. *Optimal loading conditions in the design and identification of structures. Part 1. Discrete formulation, Structural Optimization*. 2004. strony 1–18.
- [136] Szymczak C., Mikulski T. *Zastosowanie analizy wrażliwości do konstrukcji budowlanych*. Inżynieria i Budownictwo. 1994, 12.
- [137] Ferenc T. *Analiza wrażliwości tarczy z wykorzystaniem metody elementów skończonych*. Inżynieria Morska i Geotechnika. 2014, 2, strony 95–101.
- [138] Stadnicki J. *Teoria i praktyka rozwiązywania zadań optymalizacji z przykładami zastosowań technicznych*. Warszawa: WNT, 2006.
- [139] Chu T.C. i in. *Application of digital-image-correlation techniques to experimental mechanics*. Experimental Mechanics. 1985, Tom 25, 3, strony 232–244.