WOJSKOWA AKADEMIA TECHNICZNA
im. Jarosława Dąbrowskiego

ROZPRAWA DOKTORSKA

Wpływ lokalizacji punktu zasilania na właściwości rezonansowe wielopasmowej anteny fraktalnej Heighwaya

kpt. mgr inż. Karol Drągowski

Promotor: prof. dr hab. inż. Mateusz Pasternak

WARSZAWA
2024

Streszczenie

Praca została poświęcona możliwości zastosowania wybranych iteracji fraktala Heighwaya w technice antenowej. Pierwsza część pracy obejmuje opisy technicznych zastosowań różnego typu fraktali ze szczególnym naciskiem na technikę antenową. Analiza literatury w tym zakresie wskazuje na nikłe wykorzystanie w tej technice fraktala Heighwaya. Kolejne części pracy poruszają problematykę analizy i syntezy anten mikropaskowych opartych o wybrane iteracje fraktala Heighwaya. Do bardziej szczegółowych badań analitycznych, numerycznych i eksperymentalnych wybrane zostały druga, trzecia, czwarta oraz piąta iteracja tego fraktala. Badaniom poddano przede wszystkim wpływ lokalizacji punktu zasilania anteny na jej charakterystyki. Wykazano, że lokalizacja ta determinuje liczbę i położenie rezonansów charakterystyki odbiciowej. Istotnym rezultatem badań jest również zademonstrowanie możliwości optymalizacji dopasowania anten tego typu poprzez określone manipulowanie ich parametrami geometrycznymi. Uzyskane wyniki skonfrontowane zostały z rezultatami pomiarów zrealizowanych modeli laboratoryjnych anten.

Summary

The paper is focused to the applicability of selected iterations of the Heighway fractal in antenna technology. The first part of the work covers descriptions of technical applications of various types of fractals with particular emphasis on antenna technology. An analysis of the literature in this area indicates the negligible use of the Heighway fractal in this technique. Subsequent sections of the paper address the analysis and synthesis of microstrip antennas based on selected iterations of the Heighway fractal. The second, third, fourth and fifth iterations of this fractal were selected for more detailed analytical, numerical and experimental studies. The study was primarily focused on the effect of the location of the antenna feed point on its characteristics. It was shown that this location determines the number and position of resonances of the reflection characteristics. An important result of the research is also the demonstration of the possibility of optimizing the matching of antennas of this type by specific manipulation of their geometric parameters. The results obtained were confronted with the results of measurements of realized laboratory models of antennas.

Spis treści

ROZDZIAŁ 1

Wstęp

1.1 Wprowadzenie

Tematyka niniejszej pracy dotyczy możliwości wykorzystania fraktala Heighwaya w technice antenowej. W pracy badano wpływ doboru miejsca zasilania na charakterystyki anteny o kształcie uzyskanym w wyniku drugiej, trzeciej, czwartej i piątej iteracji tego fraktala.

Pod koniec lat siedemdziesiątych XX w., B. B. Mandelbrot wprowadził termin „fraktal” (łac. fractus — złamany, cząstkowy, ułamkowy), aby potocznie nazwać ogromną różnorodność złożonych geometrycznych kształtów i obiektów, często uważanych za matematyczne „potwory”. Zauważył on, że takie skomplikowane kształty są w rzeczywistości niezwykle powszechne w naturze. Obecnie teoria fraktali tworzy odpowiednie ramy, w których wiele takich kształtów może być właściwie zbadanych i scharakteryzowanych. Geometria figur fraktalnych odwzorowuje wiele zjawisk przyrodniczych takich jak budowa roślin, kształt brzegu morskiego, formacji skalnych itp. Specyficzna ich cecha, naśladująca naturę, inspirowała wielu konstruktorów i badaczy do wykorzystywania fraktali. Jednakże dopiero w XX w., dzięki technikom komputerowym, udało się pogłębić wiedzę nt.

fraktali, ich konstrukcji oraz wykorzystania w różnych zastosowaniach. Na przełomie lat osiemdziesiątych i dziewięćdziesiątych D. L. Jaggard wprowadził termin „elektrodynamiki fraktalnej” [1], który scala pojęcia elektromagnetyzmu i geometrii fraktalnej w jedną dyscyplinę naukową. Kolejne znaczące badania dotyczyły fraktalnych anten wielopasmowych [2, 3] oraz fraktalnych macierzy antenowych [4, 5]. Następnymi etapami rozwoju techniki antenowej opartej o fraktale było wykorzystanie znanych dotychczas fraktali w różnych wariantach w celu uzyskania jak najlepszych parametrów anten.

Szybki postęp technologii komunikacji bezprzewodowej w ostatnich latach wymusza podejmowanie wielu prac badawczych nad kompaktowymi antenami planarnymi o polaryzacji zarówno kołowej jak i liniowej. Anteny są jednym z największych pod względem gabarytów elementów w systemie telekomunikacyjnym. Długość fali narzuca ograniczenie na ich rozmiar. Efektywność promiennika jest zwykle bardzo wrażliwa na jej kształt i stosunek rozmiaru do długości fali. Ma to dwie ważne konsekwencje. Po pierwsze, gdy antena została zaprojektowana do pracy na określonej długości fali, rzadko będzie przydatna na innych częstotliwościach. Ponieważ systemy telekomunikacyjne pracują na oddzielnych pasmach częstotliwości (długości fali), tak aby nie zakłócały się wzajemnie, trzeba zwykle projektować antenę indywidualnie dla każdego systemu. Po drugie, biorąc pod uwagę pożądane pasmo pracy, antena nie może być dowolnie mała z powodu tego samego ograniczenia. Aby sprostać wymogom miniaturyzacji urządzeń mobilnych takich jak telefony komórkowe, laptopy, systemy komunikacyjne, satelitarne, lotnicze, globalnego systemu pozycjonowania i bezprzewodowych sieci lokalnych, wymagane jest projektowanie anten o mniejszy rozmiarach. Stąd w praktycznych zastosowaniach, rozmiary anteny są jednym z czynników wpływających na gabaryty całego urządzenia. Kolejnym wyzwaniem jest dostosowanie anten do pracy w wielu pasmach, tak aby urządzenie korzystające z kilku technologii komunikacyjnych korzystało z jak najmniejszej liczby anten.
Do budowy anten fraktalnych wykorzystywanych jest wiele różnych fraktali. Urządzenia te charakteryzują się mniejszymi rozmiarami i zwiększoną liczbą użytecznych rezonansów w stosunku do ich klasycznych odpowiedników, takich jak np. mikropaskowy promiennik prostokątny. Cechy te sprawiają, że anteny fraktalne mogą znaleźć i często znajdują swoje miejsce w technice radiowej.

Przedstawione w pracy zastosowanie fraktala Heighwaya do konstrukcji anteny mikropaskowej jest nowatorskie. Analiza obecnego stanu wiedzy wykazała, że fraktal ten nie był do tej pory w znacznym stopniu wykorzystywany w takich celach. W pracy podjęto się adaptacji figury fraktalnej do wykorzystania w technice mikropaskowej, analizując różne połączenia, szerokości i długości poszczególnych segmentów fraktala oraz odpowiednie umiejscowienie punktu zasilania. Przedstawione zostały rezultaty jakie otrzymano na podstawie obliczeń numerycznych, analitycznych oraz pomiarów. Analiza literatury oraz ogólne właściwości anten fraktalnych pozwalają sformułować trzy główne tezy pracy:

- geometria fraktala Heighwaya nadaje się jako baza do wykorzystania przy konstrukcji anten wielopasmowych,
- zmiana położenia punktu zasilania ma istotny wpływ na lokalizację położenia rezonansów i szerokości ich pasm,
- liniowa zmiana rozmiarów anteny o konstrukcji opartej na fraktalu Heighwaya powoduje kwaziliniową zmianę położenia jej częstotliwości rezonansowych, a wybór punktu zasilania determinuje wartość współczynnika odbicia tych rezonansów.

Niniejsza praca składa się ze wstępu i pięciu rozdziałów.

- W rozdziale drugim opisano pokrótce czym są fraktale, jak je się konstruuje, przedstawiono kilka wybranych przykładów oraz zastosowanie fraktali w różnych dziedzinach nauki. Następnie zamieszczony został przegląd obecnego stanu wiedzy dotyczącego anten fraktalnych.
- W rozdziale trzecim przedstawiono metody zasilania i sposoby poprawy dopasowania anten mikropaskowych.
- Czwarty rozdział dotyczy opisu matematycznego anten, szczególnie wykorzystywanej w dalszej części pracy metody segmentacji.
- W piątym rozdziale opisano wyniki badań nad antenami opartymi o drugą, trzecią, czwartą i piątą iterację fraktala Heighwaya. Porównano anteny o różnych punktach zasilania. Skonfrontowano ze sobą rezultaty obliczeń analitycznych, numerycznych oraz pomiarów modeli laboratoryjnych anten.

W dodatku A zawarto wyniki obliczeń numerycznych anteny opartej na czwartej i piątej iteracji fraktala Heighwaya.

ROZDZIAŁ 2

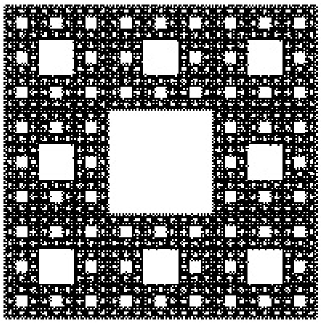
Przegląd zastosowań fraktali w technice antenowej

2.1 Fraktale

Fraktalem nazywa się pewien zbiór obiektów samopodobnych. Termin samopodobieństwa został wprowadzony przez Ernesto Cesàro i zasadniczo oznacza cechę polegającą na utrzymaniu tego samego kształtu przy dowolnym powiększeniu figury (w jej dowolnej skali) [6]. Przyjmuje się, że dana figura jest fraktalem jeśli spełnia wszystkie lub część z poniższych kryteriów [7]:

- posiada nietrywialna strukturę w dowolnej skali,
- jest zbyt skomplikowana aby poddać się opisowi w ramach geometrii euklidesowej,
- jest samopodobna w sensie dokładnym, przybliżonym lub statystycznym,
- jej wymiar w sensie Hausdorffa nie jest liczba naturalną,
- jest stosunkowo łatwa do zdefiniowania w sposób rekurencyjny.

Typowym przykładem fraktala jest zilustrowany na rys. 2.1 tzw. dywan Sierpińskiego.



Rys. 2.1 Dywan Sierpińskiego

Dywan Sierpińskiego otrzymuje się poprzez podział kwadratu na dziewięć identycznych mniejszych kwadratów, usunięcie środkowego kwadratu i ponowne, rekurencyjne, zastosowanie tej procedury do każdego z pozostałych ośmiu kwadratów. Jest to dobry przykład figury samopodobnej w sensie dokładnym — przy dowolnym powiększeniu otrzyma się zawsze taki sam układ kwadratów. Do XIX wieku matematycy skupiali uwagę na funkcjach różniczkowalnych. Ogólna zasada, którą ówcześnie uznawano za bezwzględnie słuszną, mówiła o tym, że każda funkcja opisana wzorem analitycznym (np. sumą zbieżnego szeregu potęgowego) może być przedstawiona za pomocą krzywej [8]. Jednakże w 1872 r. Karl Weierstrass przedstawił publikację, w której wykazał, że dla dodatniej liczby całkowitej a oraz $0 < b < 1$ suma:

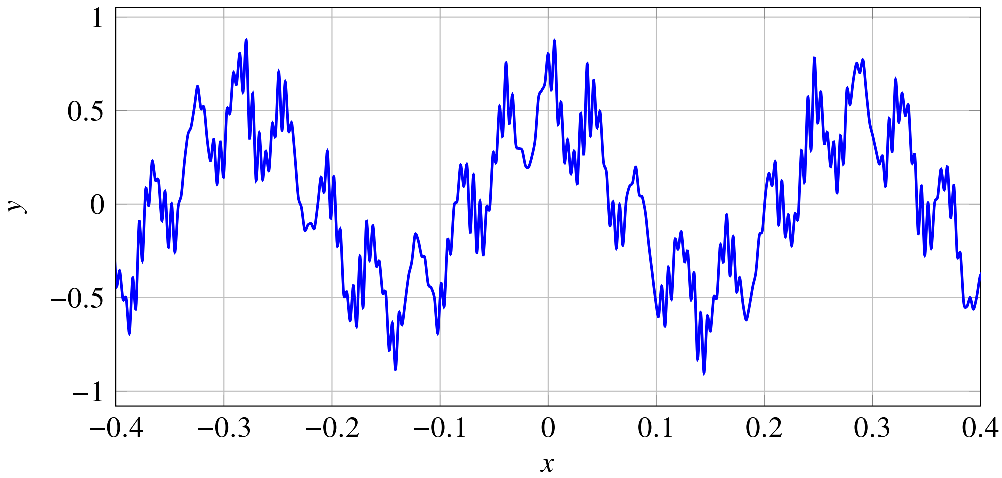
$$\sum_{n=1}^{\infty} b^n \cos(a^n x\pi) \tag{2.1}$$

nie jest różniczkowalna. Korzystając z definicji pochodnej granicznej wykazał on, że różniczka tej funkcji jest arbitralnie duża wraz ze wzrostem indeksu sumy. Podobny przykład nieróżniczkowalnej funkcji analitycznej zaprezentował wcześniej Riemann, ale nigdy nie opublikował dowodu, a także nikt nie mógł powtórzyć tego dokonania:

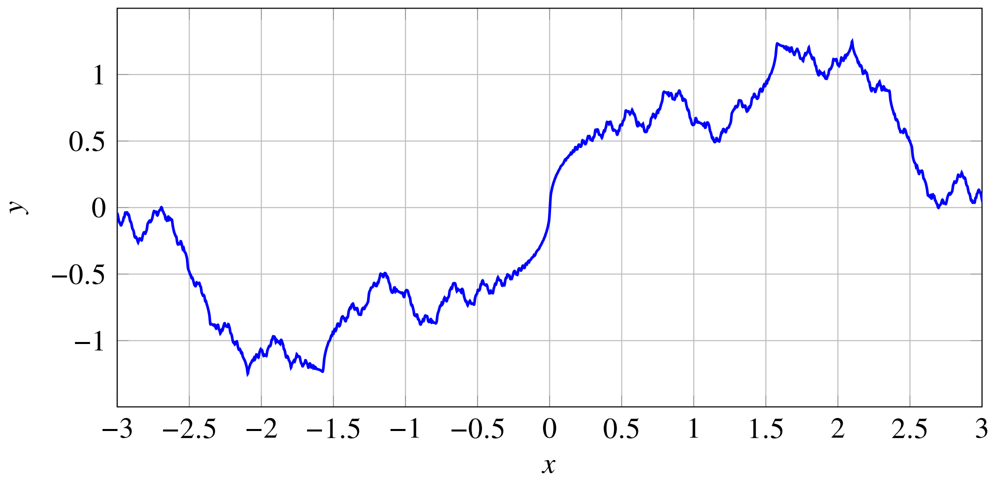
$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin(n^2 x)/n^2. \tag{2.2}$$

Suma Weierstrassa była zatem pierwszym udowodnionym przykładem funkcji analitycznej, która nie jest różniczkowalna. Większość ówczesnych matematyków rezygnowała z przedstawienia graficznego funkcji na rzecz rozważań analitycznych, jednakże kilka dekad później, naukowcy tacy jak Helge von Koch i Benoit

Mandelbrot uznali za interesujące i pożyteczne reprezentowanie funkcji w formie graficznej [9]. Sumy 2.1 i 2.2 zilustrowane zostały odpowiednio na rys. 2.2 oraz 2.3.



Rys. 2.2 Wykres sumy Weierstrassa



Rys. 2.3 Wykres sumy Reimana

Można zauważyć charakterystyczne poszarpane krawędzie powyższych funkcji oraz brak ich regularności.

W roku 1883 Georg Cantor, zainspirowany badaniami Weierstrassa, wprowadził nową funkcję Ψ (funkcja Cantora), dla której pochodna jest zerowa poza określonym zbiorem punktów z. Zbiór ten zwany jest zbiorem Cantora [8]. Jest to przykład funkcji osobliwej, czyli funkcji ciągłej, ale nie bezwzględnie ciągłej, dla której przeważnie pochodna równa jest 0, oraz spełnia warunki:

$$\Psi(1) - \Psi(0) = 1, \tag{2.3a}$$

$$\int_0^1 \Psi'(x)\, dx = 0. \tag{2.3b}$$

Miara Lebesgue'a funkcji Cantora jest zerowa, zaś zbiór Cantora jest fraktalem.

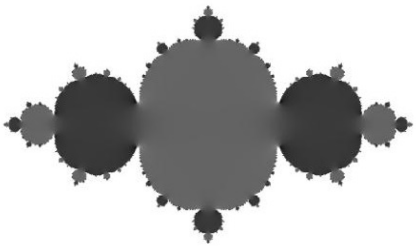
W 1904 roku Helge von Koch opublikował krzywą skonstruowaną geometrycznie, nazwaną później krzywą Kocha, oraz figurę składającą się z połączenia trzech takich krzywych — płatek Kocha. Krzywa Kocha również jest fraktalem. Celem utworzenia powyższej krzywej było udowodnienie geometryczne, że funkcje nieróżniczkowalne (geometrycznie nieposiadające stycznej) istnieją.

Istotnym konceptem dotyczącym fraktali jest wymiar Hausdorffa (wymiar fraktalny — rozdział 2.4), wprowadzony przez Felixa Hausdorffa w 1918 roku. Jego definicja wymiaru rozszerzyła to pojęcie dodając możliwość posiadania tzw. wymiaru Hausdorffa przez zbiory. Wymiar ten oparty jest o koncepcję podziału obiektu na mniejsze części o identycznym do tego obiektu kształcie. Figury te nazywane są pudełkami, a sposób określenia wymiaru ma nazwę wymiaru pudełkowego. Jest on potęgą, do której trzeba podnieść odwrotność skali, w jakiej podobne są mniejsze figury, aby otrzymać liczbę figur powstałych w wyniku podziału. Tak określony wymiar nazywany jest także wymiarem samopodobieństwa. Dla przykładu kwadrat podzielony na mniejsze kwadraty w skali $1 : 4$ będzie zawierał 16 takich kwadratów. Aby otrzymać 16 należy odwrotność skali podnieść do drugiej potęgi. Z tego wynika, że kwadrat jest obiektem dwuwymiarowym. Takie podejście pozwala na określanie wymiarów fraktali. W takim ujęciu dywan Sierpińskiego jest obiektem $\log_3(8) = 1,8928\ldots$ wymiarowym.

Niemal w tym samym czasie kiedy Hausdorf prowadził swoje badania, Gaston Julia oraz Pierre Fatou, opracowali metody, które okazały się ważne dla geometrii fraktalnej. Badali oni odwzorowania płaszczyzny zespolonej oraz funkcji iteracyjnych. Ich praca doprowadziła do powstania idei atraktorów i repelerów. Atraktor jest punktem w przestrzeni do którego dążą kolejne wyniki iteracji, zaś repeler jest punktem, od którego są one odpychane. Granice różnych obszarów przyciągania i odpychania okazały się bardzo skomplikowane [9]. Dzisiaj znane są one jako zbiory Julii (rys. 2.4). Mają one następującą postać analityczną:

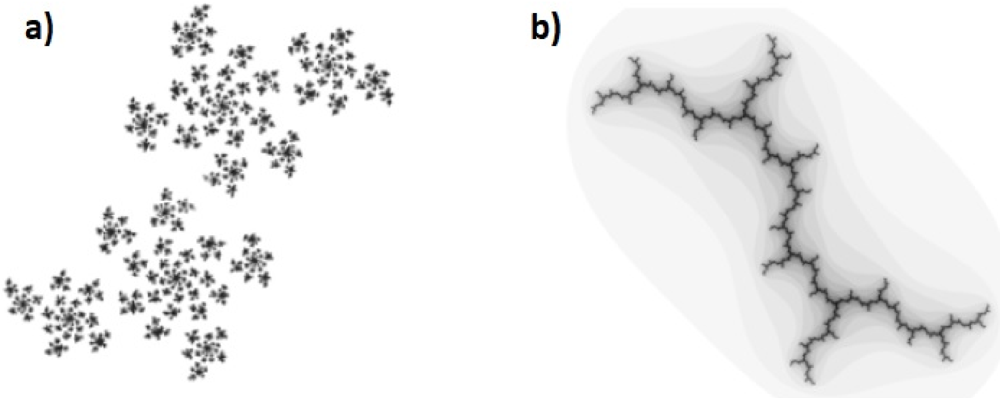
$$J(f) = \partial\{z|f^{(n)}(z) \to \infty\}, \tag{2.4}$$

dla $n \to \infty$.
Oznacza to, że zbiór Julii f jest granicą zbioru punktów $z \in \mathbb{C}$, które dążą do nieskończoności pod wpływem wielokrotnego iterowania przez $f(z)$. Przykład takiego zbioru ilustruje rys. 2.4.



Rys. 2.4 Zbiór Julii wygenerowany za pomocą programu MATLAB

Fatou i Julia nie mieli możliwości komputerowego generowania obrazów powstałych w wyniku większej liczby iteracji i musieli ograniczyć się do ręcznego wykreślania zbioru uzyskanego w wyniku kilku iteracji [9]. Julia opublikował w 1918 roku pracę pod tytułem „Teza o iteracji funkcji wymiernych” przez co uzyskał duży rozgłos wśród ówczesnych matematyków.
Zbiór Julii może być rozłączny, nazywany również „pyłem” oraz łączny zwany „dendrytem”. Obydwa warianty zilustrowane zostały na rys. 2.5.



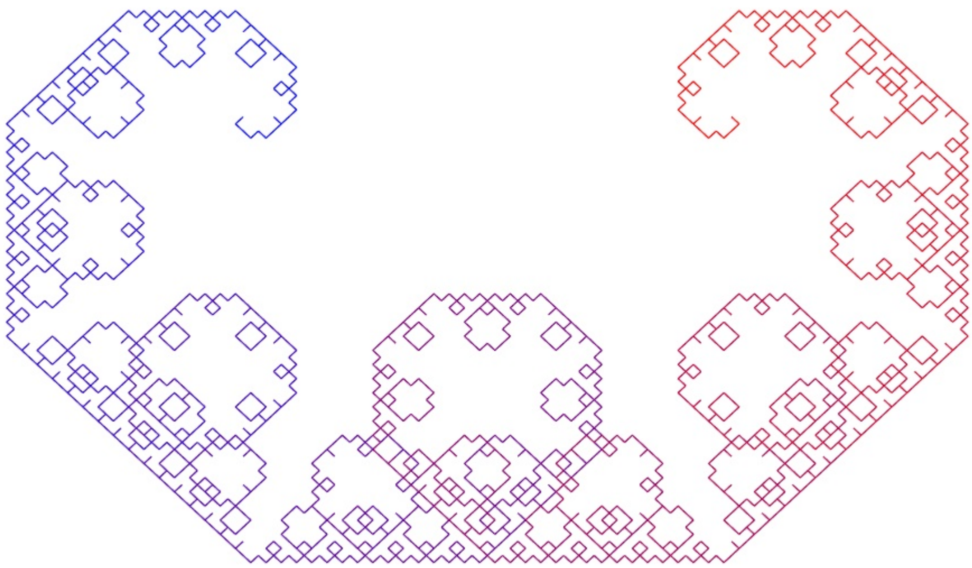
Rys. 2.5 Zbiór Julii: a) rozłączny — „pył”; b) łączny — „dendryt” [9]

Sposobem określenia czy zbiór jest łączny, czy rozłączny jest obliczenie orbity punktu początkowego. Orbita dla punktu początkowego x_0, jest ciągiem $(x_0, x_1, x_2, \dots)$, gdzie dla każdego $i \in \mathbb{N}$ występuje zależność:

$$x_i = f(x_{i-1}). \tag{2.5}$$

Jeśli ciąg (2.5) dąży do nieskończoności to zbiór jest rozłączny, w przeciwnym wypadku jest on łączny. [9]

W 1938 roku Paul Lévy opublikował obszerną pracę dotyczącą właściwości samopodobieństwa. Wykazał, że krzywa Kocha jest jednym z wielu przykładów takich figur. Wynalazł własną samopodobną krzywą zwaną później krzywą Lévy'ego (rys. 2.6). Chociaż cechuje ją samopodobieństwo to nie jest ona fraktalem, ponieważ wymiary zarówno topologiczny jak i Hausdorffa, są liczbą naturalną równą 2.



Rys. 2.6 Krzywa Lévy'ego wygenerowana w programie MATLAB

Prace Lévy'ego oraz Hausdorffa połączył Benoit Mandelbrot. W 1967 opublikował on pracę pt. *„How Long Is the Coast of Britain? Statistical Self-Similarity and Fractional Dimension"* [10], w której połączył idee matematyków z rzeczywistym światem — liniami brzegowymi, które, jak twierdził, były statystycznie podobne do siebie. W tym opracowaniu udowodnił, że metody samopodobieństwa są skutecznym narzędziem w badaniu zjawisk losowych w tym geostatyki, ekonomii i fizyki. W rzeczywistości wiele rodzajów szumów ma wymiary Hausdorffa zawarte między 0 a 1. Mandelbrot za pomocą obliczeń komputerowych badał wygląd zbiorów w ich granicach. Doprowadziło go to do koncepcji odwzorowywania wartości $c \in \mathbb{C}$ dla których ciąg $(z_n)_{n=0}^{\infty}$ zdefiniowany jest równaniem rekurencyjnym

$$\begin{cases} z_0 = 0, \\ z_{n+1} = z_n^2 + c, \end{cases} \tag{2.6}$$

przy czym

$$\lim_{n \to \infty} z_n \neq \infty, \tag{2.7}$$

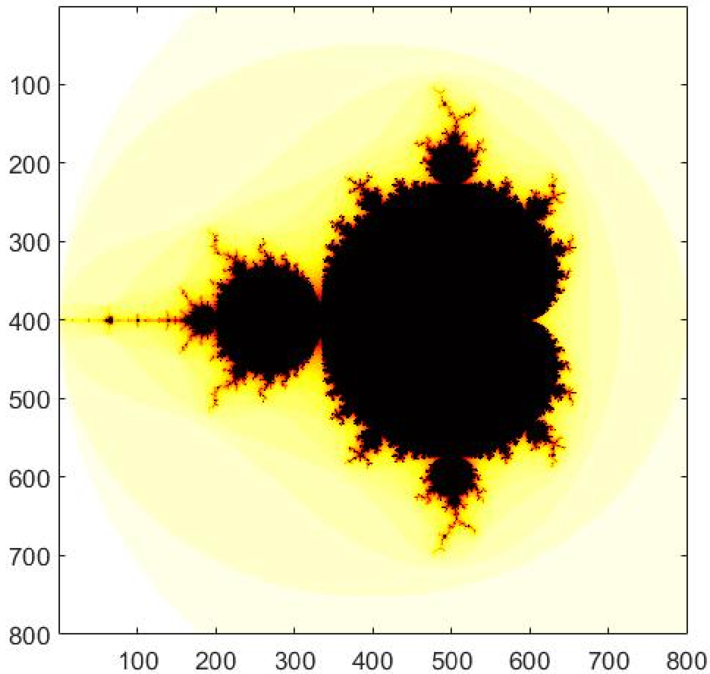
co jest równoważne nierówności:

$$\forall_{n \in \mathbb{N}} |z_n| < 2. \tag{2.8}$$

Jest to zatem zbiór opisany formułą:

$$M = \{c \in \mathbb{C} : \forall_{n \in \mathbb{N}} |z_n| < 2\}. \tag{2.9}$$

Zbiór Mandelbrota został zilustrowany na rys. 2.7. Można zauważyć, że na jego brzegach znajdują się zbiory Julii. W rzeczywistości zbiór Mandelbrota jest asymptotycznie podobny do zbiorów Julii w pobliżu dowolnego punktu na swym brzegu, co zostało udowodnione w twierdzeniu Tan Lei [11].



Rys. 2.7 Zbiór Mandelbrota wygenerowany w programie MATLAB

Geometria fraktalna przydaje się do przedstawiania obiektów których nie da się łatwo opisać za pomocą metod geometrii euklidesowej. Okazuje się też, że fraktale mogą być przydatne do opisu zachowań rynków walutowych, procesów pękania i erozji materiałów i in. Można wręcz zaryzykować tezę, że przyroda ma naturę fraktalną, którą w makroskali często daje się ująć w przybliżeniu euklidesowym.

2.2 Metody tworzenia fraktali

Do najbardziej znanych metod generacji fraktali należą m.in. System Funkcji Iteracyjnych — IFS (Iterated Function System) oraz System Linenmayera. IFS jest rodziną funkcji będących przekształceniami afinicznymi. Wektor w definiuje tego rodzaju operacje w następujący sposób:

$$w \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix} \tag{2.10}$$

współczynniki a, b, c oraz d reprezentują obrót i skalowanie figury, natomiast e oraz f translację liniową. Jeśli zastosuje się szereg przekształceń: $w_1, w_2, \ldots, w_N$, na figurze A, która jest figurą bazową, otrzyma się figurę opisaną jako:

$$W(A) = U_{n=1}^{N} w_n(A), \tag{2.11}$$

gdzie W nazywane jest operatorem Hutchinsona.
Figura fraktalna zostanie utworzona po kilkukrotnym, zastosowaniu operatora W na figurze wyjściowej. Jeśli przekształcenie afiniczne zacznie się od figury A_0, to k-tą iterację otrzyma się w następujący sposób:

$$A_1 = W(A_0), A_2 = W(A_1), \ldots, A_{k+1} = W(A_k). \tag{2.12}$$

Równania $w_1 \ldots w_4$ określają kolejne kroki przekształcenia figury (w tym przykładzie jest to odcinek) A_0:

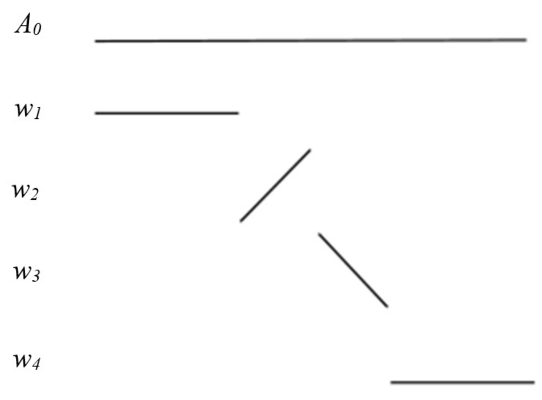
$$w_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix} x, \tag{2.13a}$$

$$w_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{6} & \frac{-\sqrt{3}}{6} \\ \frac{-\sqrt{3}}{6} & \frac{1}{6} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{1}{3} \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{2.13b}$$

$$w_3 = \begin{bmatrix} \frac{1}{6} & \frac{-\sqrt{3}}{6} \\ \frac{-\sqrt{3}}{6} & \frac{1}{6} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{-\sqrt{3}}{6} \end{bmatrix}, \tag{2.13c}$$

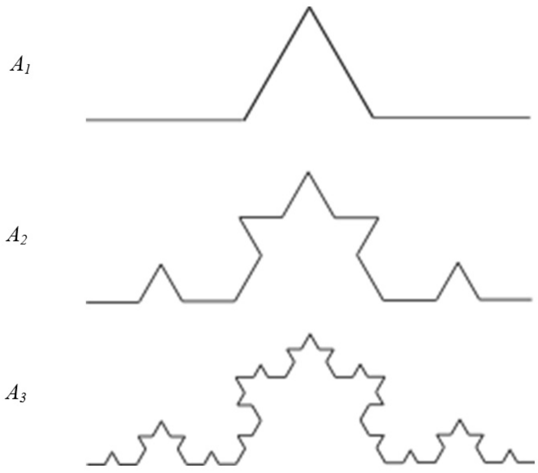
$$w_4 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{2}{3} \\ 0 \end{bmatrix}. \tag{2.13d}$$

Kolejne kroki przekształcenia zobrazowane zostały na rys. 2.8.



Rys. 2.8 Figura wyjściowa A_0 oraz kolejne przekształcenia afiniczne

Stosując powyższe przekształcenia otrzymuje się kolejne iteracje krzywej Kocha: A_1, A_2 oraz A_3, co zostało przedstawione na rys. 2.9.



Rys. 2.9 Przedstawianie graficzne kolejnych iteracji krzywej Kocha

Innym przykładem jest paproć Barnsleya [12], która wygenerowana została za pomocą czterech przekształceń:

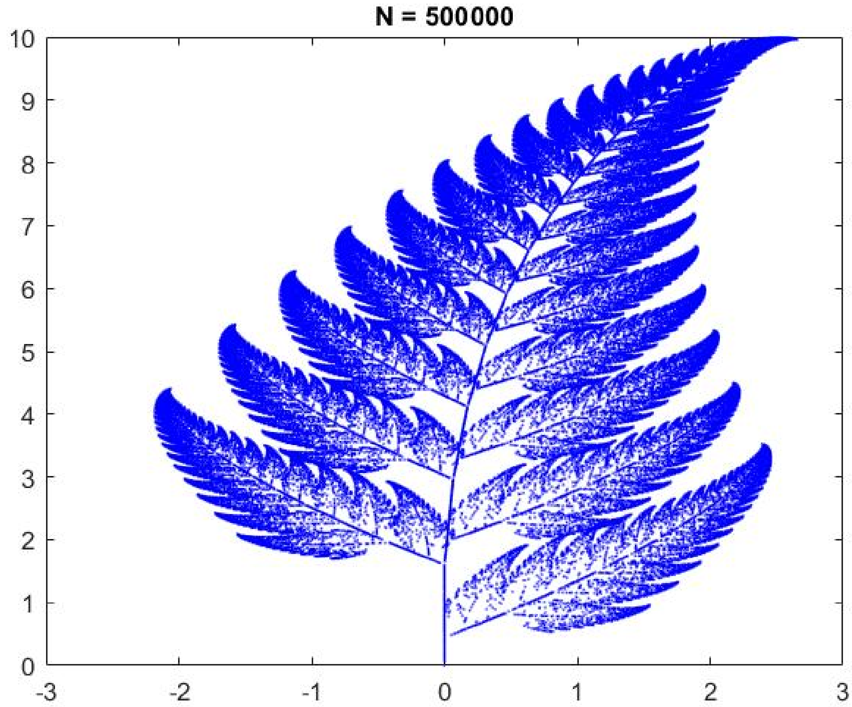
$$w_1(x, y) = (0,85x + 0,04x; -0,04x + 0,85y + 1,6), \tag{2.14a}$$

$$w_2(x, y) = (-0,15x + 0,28y; 0,26x + 0,24y + 0,44), \tag{2.14b}$$

$$w_3(x, y) = (0,2x - 0,26y; 0,23x + 0,22y + 1,6), \tag{2.14c}$$

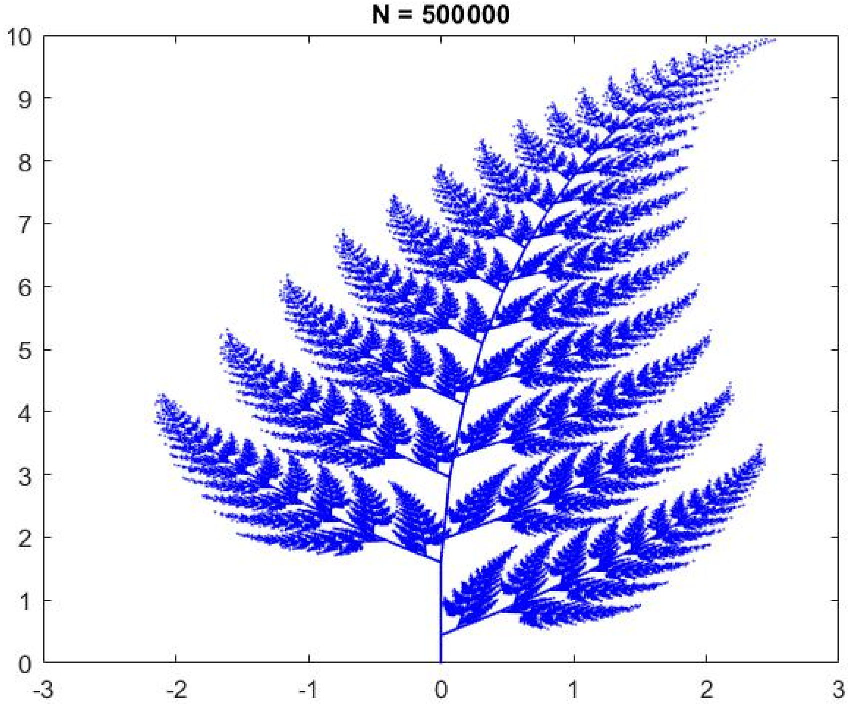
$$w_4(x, y) = (0; 0,16y). \tag{2.14d}$$

Jeżeli przypisze się równaniom prawdopodobieństwa odpowiednio: 82%, 10%, 7%, 1%, oraz wykona się 500 000 iteracji, powstanie fraktal, który zaprezentowano na rys. 2.10.



Rys. 2.10 Paproć Barnsleya wygenerowana w programie MATLAB

Jeżeli przypisze się prawdopodobieństwa odpowiednio: 20%, 40%, 25%, 15%, oraz zachowa tę samą liczbę iteracji, paproć zmienia swój kształt jak przedstawiono na rys. 2.11.



Rys. 2.11 Paproć Barnsleya wygenerowana w programie MATLAB z innymi prawdopodobieństwami użycia przekształceń

Ogólne równanie paproci Barnsleya ma postać:

$$f(x, y) = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix}. \tag{2.15}$$

Do konstrukcji paproci użyte są cztery równania o różnych współczynnikach (a, b, c, d) oraz o różnym prawdopodobieństwie użycia jednego z powyższych w iteracji. Paproć Barnsleya jest przykładem bardzo skomplikowanej figury, którą przy odpowiedniej liczbie iteracji i dobranych współczynnikach można wygenerować jedynie za pomocą czterech prostych równań, co przekłada się na kilkanaście linii kodu programu np. w programie MATLAB.

System Linenmayera (L-system) zawiera zbiór zasad tworzenia figur gramatyki formalnej [13]. System ten służy do opisu modelu wzrostu roślin, ale wykorzystywany jest również do tworzenia fraktali, a także grafik komputerowych. Opiera się on na rekursywnym przekształcaniu figury pierwotnej określoną zasadą prze-

twarzania. System może operować na jednej regule (deterministyczny) lub kilku o określonym prawdopodobieństwie (stochastyczny). Zasada jego tworzenia wywodzi się z prostego języka programowania LOGO tzw. grafika żółwia.
Do przedstawienia kolejnych iteracji krzywej Kocha (rys 2.20) wystarczy prosty opis w L-systemie:

- Kąt: 60°,
- Aksjomat: F,
- Reguła: $F \to F + F - -F + F$,

gdzie oznacza:
F — „rysuj odcinek”,
$-$ — „skręć o kąt (60°) w prawo”,
$+$ — „skręć o kąt (60°) w lewo”.
Stosując powyższą regułę otrzyma się następujące polecenia dla figur:

$$A_1 : F + F - -F + F \tag{2.16}$$

$$A_2 : F+F--F+F+F+F--F+F-F+F--F+F+F+F--F+F \tag{2.17}$$

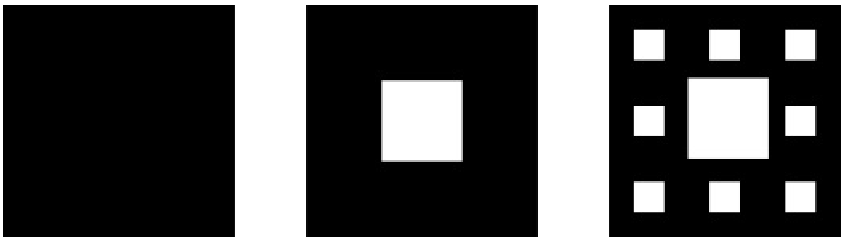
$$\begin{split} A_3 : F+F--F+F+F+F--F+F--F+F--F+F+F+F--F+F+F+F-- \\ F+F+F+F--F+F--F+F--F+F+F+F--F+F--F+F--F+F+F+F-- \\ F+F--F+F--F+F+F+F--F+F+F+F--F+F+F+F--F+F--F+F-- \\ F+F+F+F--F+F \end{split} \tag{2.18}$$

Wyróżnia się również inne przykłady popularnych metod generacji fraktali, takie jak dziwne atraktory, czy metody stochastyczne.

2.3 Wybrane fraktale deterministyczne

Dywan Sierpińskiego

Dywan Sierpińskiego opisany został przez Wacława Sierpińskiego w 1916 r. Uzyskuje się go poprzez podział kwadratu na dziewięć jednakowych kwadratów i usunięcie kwadratu środkowego. W kolejnej iteracji, każdy z pozostałych ośmiu kwadratów, poddawany jest analogicznej procedurze [14]. Kolejne kroki tworzenia dywanu Sierpińskiego zaprezentowano na rysunku 2.12.



Rys. 2.12 Kolejne iteracje tworzące dywan Sierpińskiego

W systemie IFS fraktal ten opisany jest następująco:

$$f_1(x) = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix} x, \tag{2.19a}$$

$$f_2(x) = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{3} \end{bmatrix}, \tag{2.19b}$$

$$f_3(x) = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{2}{3} \end{bmatrix}, \tag{2.19c}$$

$$f_4(x) = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{1}{3} \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{2.19d}$$

$$f_5(x) = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} \end{bmatrix}, \tag{2.19e}$$

$$f_6(x) = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{2}{3} \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{2.19f}$$

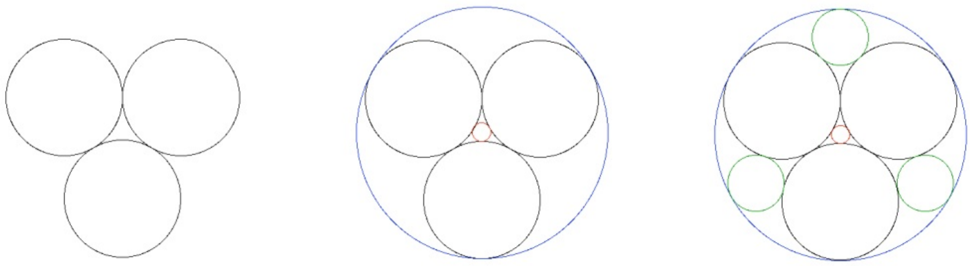
$$f_7(x) = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} \end{bmatrix}, \tag{2.19g}$$

$$f_8(x) = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} \end{bmatrix}. \tag{2.19h}$$

Dywan Sierpińskiego podobnie jak kwadrat sito są przykładem figur geometrycznych o dobrze określonym brzegu i zerowym polu.

Uszczelka Apoloniusza

Fraktal Apoloniusza, zwany też uszczelką Apoloniusza, (Apoloniusz z Pergi ur. ok. 260 r. p.n.e.), skonstruowany jest z trzech okręgów, położonych tak, że każdy jest styczny do dwóch pozostałych (rys. 2.13a), tworząc obszar zamknięty, zwany trójkątem krzywoliniowym. Uszczelka Apoloniusza jest tworzona za pomocą okręgów Soddy'ego, umieszczanych w wolnych przestrzeniach, pomiędzy odpowiednimi stycznymi okręgami.



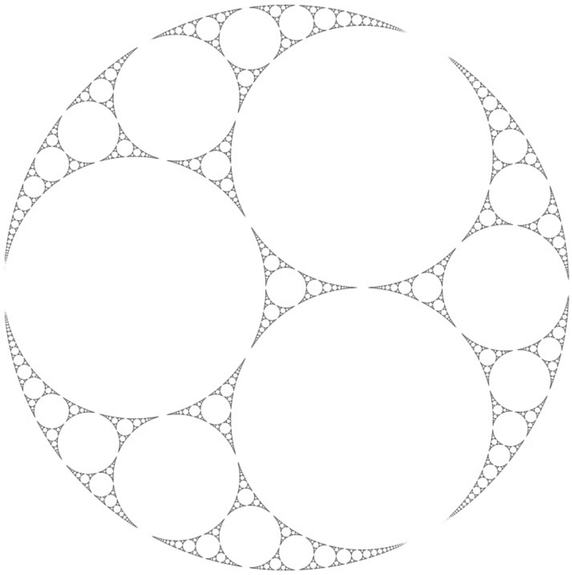
a b c

Rys. 2.13 Kolejne kroki tworzenia okręgów Soddy'iego

Dwa okręgi, zwane okręgami Soddy'ego, są styczne do poprzednich trzech. Jeden pomiędzy okręgami — wewnętrzny (rys. 2.13b — czerwony), drugi na zewnątrz (rys. 2.13b — niebieski). Swoją nazwę zawdzięczają Frederickowi Soddy'emu, który zaproponował wzór na określenie promieni tychże okręgów [15]:

$$r = \frac{r_1 r_2 r_3}{r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3 \pm 2\sqrt{r_1 r_2 r_3 (r_1 + r_2 + r_3)}}. \tag{2.20}$$

W zależności od okręgu, dla którego promień ma być obliczony, stosuje się sumę dla okręgu wewnętrznego, różnicę — zewnętrznego. Promienie okręgów stycznych oznaczone są odpowiednio r_1, r_2, r_3. Wymiar fraktalny uszczelki Apoloniusza w przybliżeniu wynosi 1,306 [16]. Figurę tę można także skonstruować za pomocą systemu IFS, jak przedstawiono na rys. 2.14.

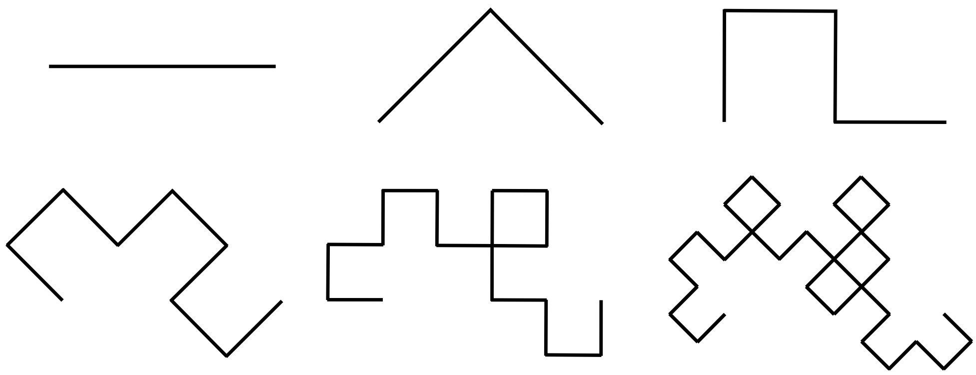


Rys. 2.14 Uszczelka Apoloniusza

Możliwe jest również skonstruowanie analogicznego fraktala trójwymiarowego przy użyciu kul. Termin uszczelka ma swoją genezę w uszczelkach silnikowych, będących pewną złożoną kombinacją otworów o różnych rozmiarach.

Krzywa Heighwaya

Krzywa Heighwaya (znana też jako: krzywa Hartera – Heighwaya, krzywa smocza) wynaleziona została przez fizyków z NASA – Johna Heighwaya, Bruce'a Banksa oraz Williama Hartera, a opisana w Recreational Mathematics [17] przez C. Davisa oraz D. Knutha. Figurą wyjściową do konstrukcji tego fraktala jest odcinek. Kolejne iteracje polegają na skalowaniu przez $r = \frac{1}{\sqrt{2}}$ figury z poprzedniego kroku oraz umieszczeniu jej w taki sposób, aby pierwotny segment był przeciwprostokątną trójkąta równoramiennego powstałego z dwóch segmentów po skalowaniu, co przedstawia rys. 2.15.



Rys. 2.15 Cztery iteracje tworzące krzywą Heighwaya

Opis za pomocą systemu IFS ma następującą postać:

$$f_1(x) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} x, \tag{2.21}$$

$$f_2(x) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{2.22}$$

natomiast w L-systemie:

- kąt: 45°,
- aksjomat: FX,
- reguła: $F \to Z$,
  $X \to +FX--FY+$,
  $Y \to -FX++FY-$.

Co oznacza: zaczynając od segmentu wyjściowego należy zamienić każdy segment na dwa leżące pod kątem prostym, obracając na przemian o 45° w prawo, a następnie w lewo.

2.4 Wymiar topologiczny i fraktalny

Intuicyjnie wymiar topologiczny przedstawia minimalną liczbę niezależnych parametrów potrzebnych do opisania określonego obiektu. Do opisania punktu na prostej potrzeba jednej współrzędnej (wymiar równy 1), a na płaszczyźnie dwóch współrzędnych. Jedną z definicji wymiaru jest tzw. wymiar pokryciowy określony przez Čecha-Lebesgue'a [18]. Wymiar pokryciowy zwartej przestrzeni metrycznej X to najmniejsza liczba naturalna n, taka, że istnieje takie pokrycie przestrzeni X kulami otwartymi o dowolnie małej średnicy, by żaden jej punkt nie należał do więcej niż $n + 1$ kul.

Jeśli obiekt geometryczny F, umieszczony w n-wymiarowej przestrzeni euklidesowej zostanie pokryty zbiorem figur o boku równym ε (figura ta opisana jest w tym samym wymiarze co figura F — dla $n = 1$, będzie to odcinek, dla $n = 2$ — kwadrat, dla $n = 3$ — sześcian). Niech N będzie minimalną liczbą figur o wymiarze charakterystycznym, równym ε niezbędnych do pokrycia całego obiektu F. Jeżeli F będzie odcinkiem to liczba odcinków od długości ε będzie równa $1/\varepsilon$, jeśli F będzie kwadratem (powierzchnia dwuwymiarowa) to liczba ta będzie równa $(1/\varepsilon)^2$, jeżeli zaś F będzie sześcianem to liczba odcinków będzie równa $(1/\varepsilon)^3$. Dla wyżej wymienionych figur określenie jest dokładne, dla każdej figury geometrycznej można znaleźć przybliżenie:

$$N \sim \left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^d, \tag{2.23}$$

dla którego im mniejsze ε tym przybliżenie jest dokładniejsze. Wtedy d określa wymiar obiektu, który nie musi być liczbą całkowitą. Wyrażenie:

$$\lim_{\varepsilon \to \infty} \frac{\log N}{\log \frac{1}{\varepsilon}} \tag{2.24}$$

nazywane jest wymiarem fraktalnym, wymiarem podobieństwa, wymiarem pojemnościowym lub wymiarem pudełkowym [19].

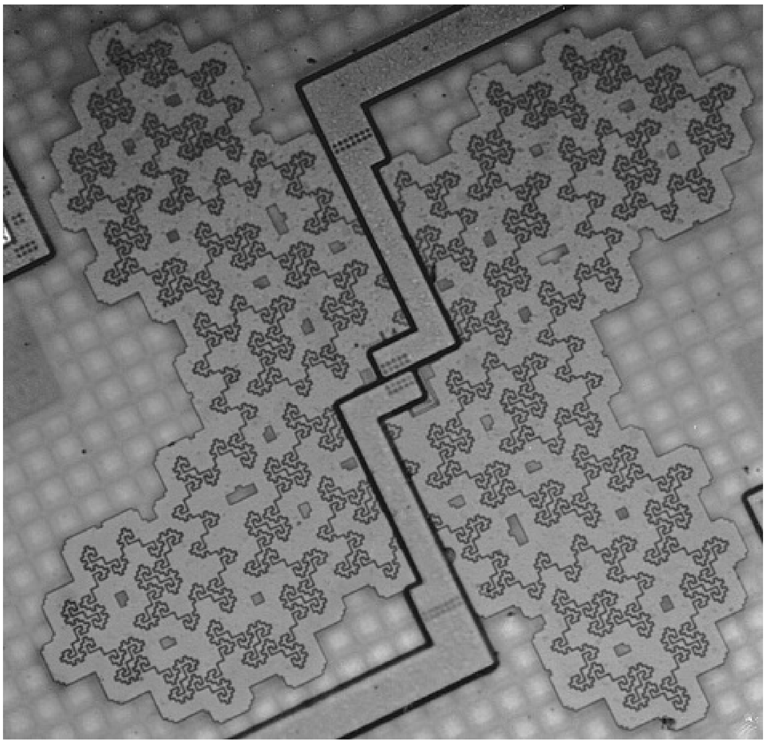
Jeśli podzielić dywan Sierpińskiego (rys. 2.12) na 8 mniejszych części, które są trzykrotnie mniejsze niż oryginalny rozmiar otrzyma się wymiar fraktalny równy:

$$d = \frac{\log 8}{\log 3} \approx 1,893. \tag{2.25}$$

Wymiar fraktalny tej figury jest mniejszy niż topologiczny a więc dywan Sierpińskiego spełnia jeden z kryteriów, właściwych dla figury fraktalnej.

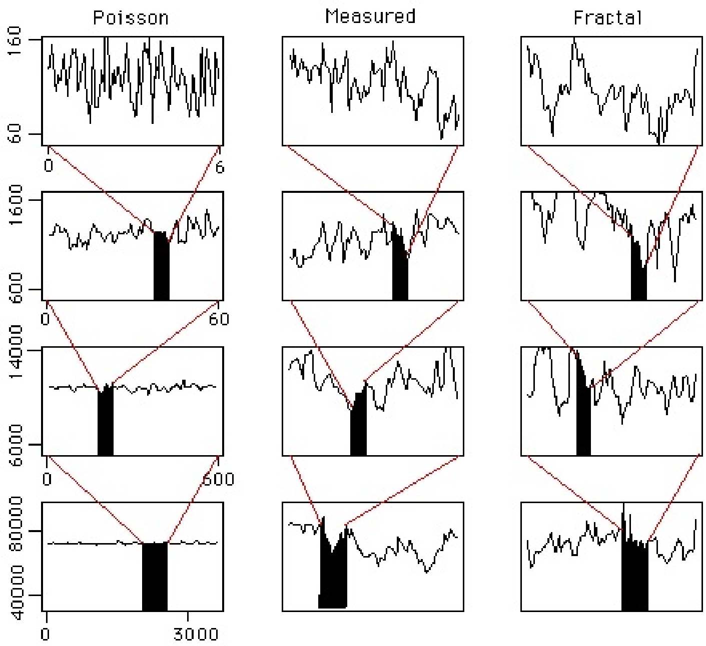
2.5 Wykorzystanie geometrii fraktalnej w różnych dziedzinach nauki

Fraktale znalazły zastosowanie w wielu dziedzinach nauki. Algorytmy iteracyjne, które są wykorzystywane do generacji fraktali, z powodzeniem stosowane są również do kompresji obrazów [20]. Kompresja fraktalna jest kompresją stratną, która może mieć zastosowanie przy teksturach oraz obrazach naturalnych (np. zobrazowanie satelitarne). Algorytm ten przy małej kompresji obrazów daje efekty podobne jak standard JPEG, jednakże przy większym stopniu kompresji, można uzyskać lepszą jakość obrazu, kosztem wymaganej dużo większej mocy obliczeniowej.
Interesującym zastosowaniem fraktali jest budowa kondensatorów. Na rys. 2.16 [21] zaprezentowano przykład okładki takiego kondensatora.



Rys. 2.16 Fotografia okładki kondensatora fraktalnego [21]

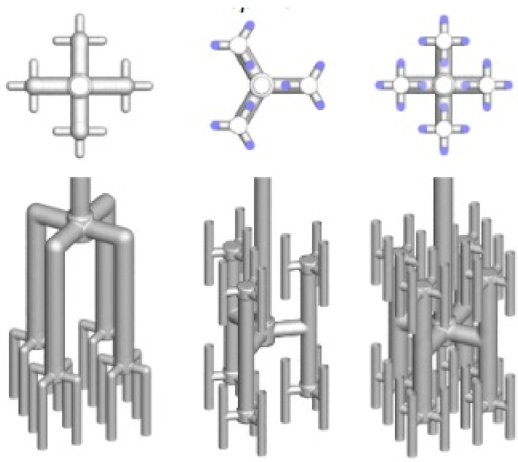
Gęsto ułożona struktura fraktalna pozwala na osiągnięcie stosunkowo dużej pojemności kondensatora, przy zachowaniu jego niewielkich rozmiarów.
Innym przykładem może być badanie ruchu w telekomunikacji. Willinger i Paxson [22] badali charakterystykę ruchu sieciowego pewnej dużej korporacji przez godzinę. W eksperymencie porównano model Poissona oraz model fraktalny (rys. 2.17). W pierwszym rzędzie przedstawiono ruch sieciowy przez 6 sekund w 100 milisekundowych interwałach. W drugim pakiety 60 sekundowe. W trzecim natomiast pakiety 10 sekundowe w 10 minutowych interwałach. W czwartym pakiety minutowe w godzinnym okresie. Można zauważyć, że model Poissona spłaszcza się, natomiast fraktalny znacznie lepiej oddaje naturę zachowań ruchu sieciowego.



Rys. 2.17 Badania ruchu sieciowego dla różnych interwałów czasu [22]

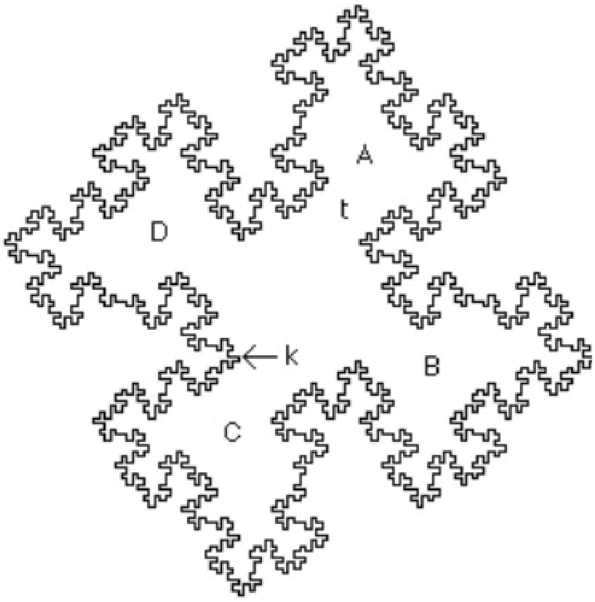
M. O. Coppens [23] opracował model fraktalnego wtryskiwacza płynu w swoisty sposób rozwiązującego złożoną problematykę mieszania, transportu i reakcji chemicznych. Na rys. 2.18 przedstawiono modele takiego rozwiązania. Podobnie jak układy oddechowy i krążenia, wtryskiwacze te są skalowalne: rozmiar sieci jest regulowany przez liczbę poziomów podziału. Na przykład, zarówno na małym, jak i na dużym drzewie najdrobniejsze gałęzie są mniej więcej tej samej wielkości, choć oczywiście, większe drzewo ma więcej poziomów rozgałęzień. Przedstawione powyżej struktury fraktalne mają dwie zalety:

- wstrzykiwany płyn opuszcza wszystkie wyloty jednocześnie, ponieważ wszystkie wyloty są w tej samej odległości od wlotu,
- obszar interfejsu między płynami jest znacznie zwiększony w porównaniu do występujących w tradycyjnych geometriach wtryskiwaczy płynów.



Rys. 2.18 Modele fraktalnych wtryskiwaczy płynów [23]

Fraktale wykorzystano również w badaniach zachowania się bębnów o kształtach fraktalnych [24]. Membrana rozciągnięta na obwodzie fraktala (krzywa graniczna dla poniższego kształtu ma wymiar $\log(8)/\log(4) = 3/2$), była wzbudzana akustycznie, a powstałe mody obserwowano poprzez posypywanie membrany proszkiem i oświecanie światłem laserowym poprzecznie do powierzchni. Zaobserwowane mody zlokalizowane były w ograniczonych obszarach (A, B, C i D — przedstawiono na rys. 2.19). W rzeczywistości, poprzez ostrożne przemieszczanie źródła akustycznego, możliwe jest wzbudzenie każdego z nich osobno. Klasyczne bębny nie zachowują się w ten sposób, uderzenie w dowolną część powoduje drgania całej membrany.



Rys. 2.19 Obszary pobudzonych modów bębna fraktalnego [24]

Wykazano również, że równanie falowe ma rozwiązania o bardzo dużej amplitudzie w narożach skierowanych do wewnątrz, takich jak punkt k na rys. 2.19. Obszary o dużej amplitudzie generują kaskadę drgań, które wzajemnie się zakłócają. Powoduje to rozpraszanie fali akustycznej na wielu skalach, więc bębny fraktalne wykazują bardzo silne tłumienie. Wąskie gardło t spowalnia falę biegnącą z punktu A do punktu B, a silne tłumienie jest odpowiedzialne za jej pochłanianie. Pewna losowość i chaos, które towarzyszą strukturom fraktalnym są przydatne w symulacjach dotyczących mechaniki płynów [25], jak i mechaniki pękania [26]. Również w klasyfikacji roślin [27] został dostrzeżony potencjał, jaki wynika z połączenia obiektów, występujących w naturze oraz matematyki. Istnieje jeszcze wiele zastosowań, które dzięki obliczeniom numerycznym, wykorzystują właściwości fraktali, jak komputerowe generowanie krajobrazów czy wykorzystywane w psychologii obrazy niewywołujące żadnych skojarzeń.

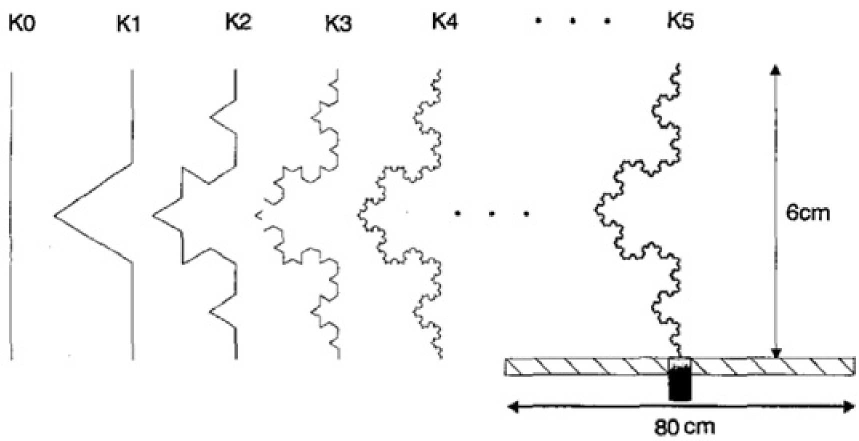
W elektromagnetyzmie również dostrzeżono, że obraz dyfrakcyjny fali, pochodzącej od trójkąta Sierpińskiego, w strefie Fraunhoffera ma cechy samopodobieństwa [28]. Zależności interferencji, dyfrakcji fal oraz struktur samopodobnych określa się mianem elektrodynamiki fraktalnej [29]. Struktury fraktale stosowane są również w tzw. powierzchniach z selekcją częstotliwościową (FFS —- ang.

frequency selective surfaces) [30, 31]. FFS to cienka, powtarzalna powierzchnia zaprojektowana do odbijania, przekazywania lub pochłaniania pól elektromagnetycznych, w zależności od częstotliwości pola. Jest rodzajem filtru optycznego lub filtrów optycznych o metalowych oczkach, w których filtrowanie jest osiągane dzięki regularnemu, okresowemu (zwykle metalowemu, ale czasami dielektrycznemu) wzorowi na powierzchni FSS.

2.6 Wykorzystanie geometrii fraktalnej w technice antenowej

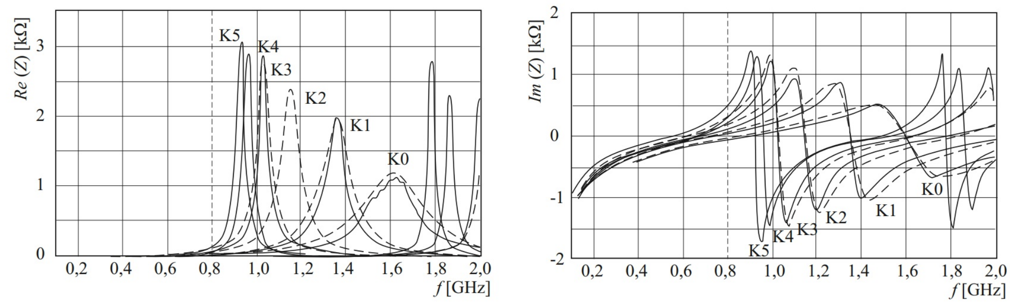
Pierwsze publikacje dotyczące anten fraktalnych (promienników fraktalnych) ukazały się w 1993 r. [32]. Potencjał w wykorzystaniu kształtów fraktalnych zauważył N. Cohen [3, 33, 34]. Dzięki obliczeniom numerycznym, wykorzystując metodę momentów, zaobserwował on, że dipol przekształcony we fraktal Minkowskiego, cechuje się niższą częstotliwością rezonansową niż dipol prosty o podobnych gabarytach.

Kolejnym fraktalem wykorzystanym w technice antenowej jest krzywa Kocha. Zauważono, że odpowiednio wykonane przełamania anteny monopolowej poprawiają właściwości tej anteny. Fraktal jest figurą wypełniającą przestrzeń, więc im wyższa iteracja, tym dłuższa antena mieści się na tej samej powierzchni [35, 36]. Przykładową antenę opartą na krzywej Kocha, przedstawiono na rys. 2.20.



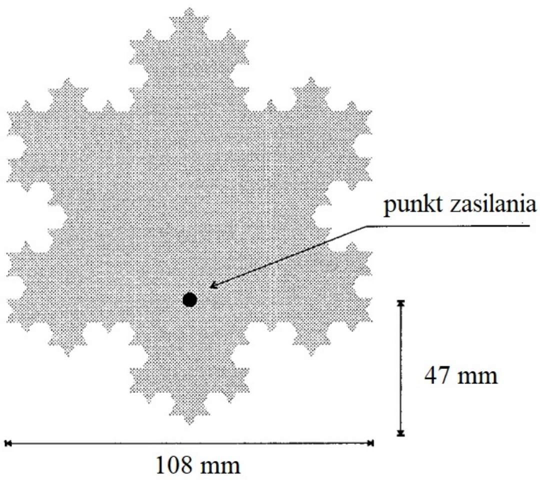
Rys. 2.20 Cztery kolejne iteracje o kształcie krzywej Kocha oraz antena fraktala piątej iteracji [35]

Na rys. 2.21 przedstawiono porównanie charakterystyk impedancji wejściowej anteny prostej oraz anten o kształcie krzywej Kocha.



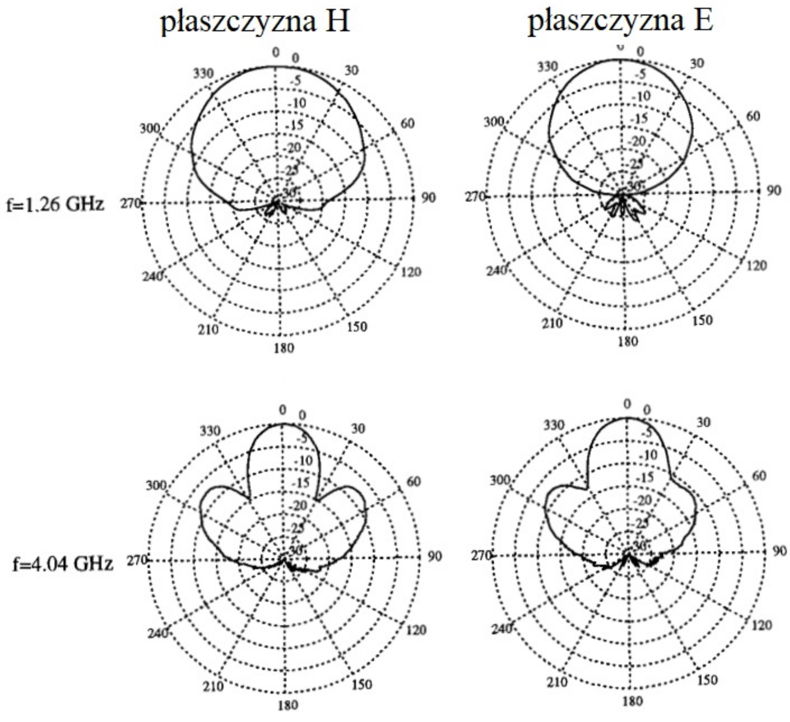
Rys. 2.21 Wykres charakterystyk impedancji wejściowej dla anteny prętowej (K_0) oraz kolejnych iteracji krzywej Kocha (K_1–K_5) wg [35]

Za pomocą trzech krzywych Kocha, odpowiednio położonych wobec siebie, można utworzyć figurę, zwaną płatkiem Kocha. Na podstawie tego kształtu skonstruowano antenę mikropaskową (rys. 2.22). Zasilanie podłączono w odpowiednio dobrany punkt tak, aby uzyskać jak najlepsze dopasowanie anteny do linii zasilającej.



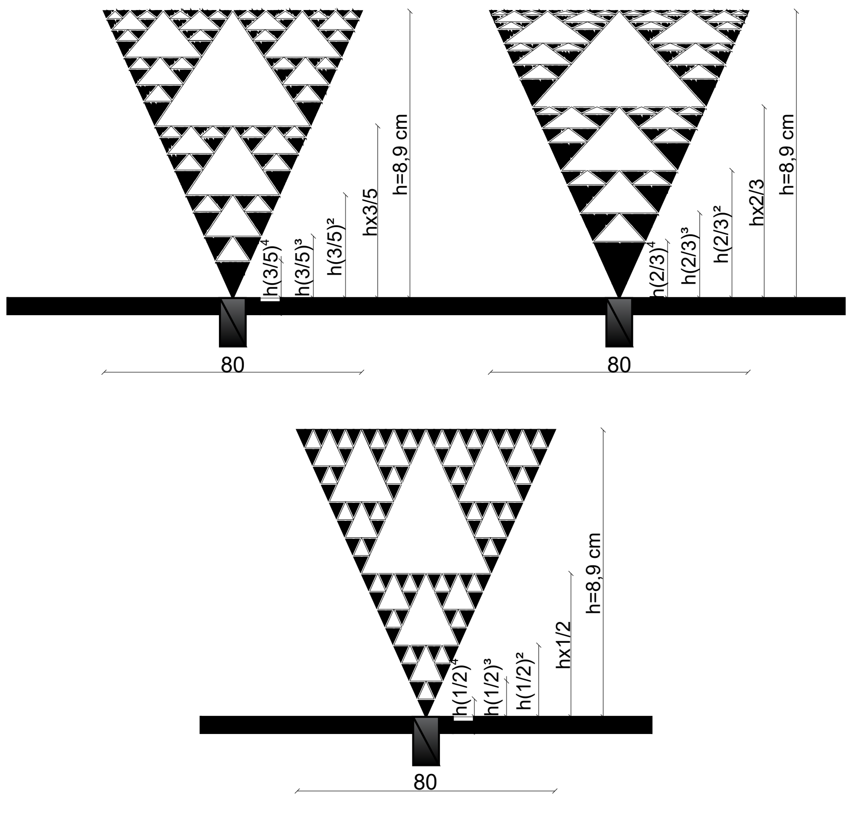
Rys. 2.22 Antena o konstrukcji płatka Kocha z zaznaczonym punktem zasilania [37]

Na rys. 2.23 przedstawiono charakterystykę promieniowania anteny o kształcie płatka Kocha.



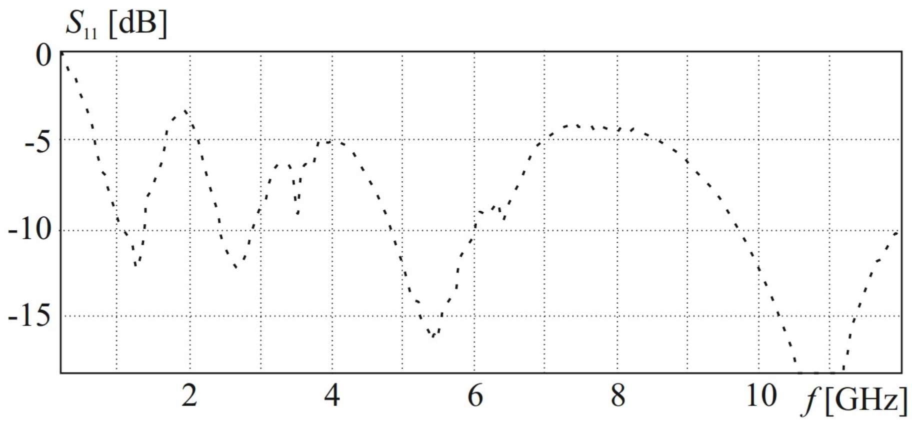
Rys. 2.23 Charakterystyka promieniowania anteny o kształcie płatka Kocha w płaszczyznach E i H dla częstotliwości $1,26$ oraz $4,04$ GHz [37]

Kolejnym fraktalem wykorzystywanym w technice antenowej jest trójkąt Sierpińskiego [38, 39]. Oryginalny kształt anteny opartej na tym fraktalu przedstawiony jest na rys. 2.24. Trójkąt podstawy ma kąt rozwarcia $\alpha = 60°$, oraz współczynnik samopodobieństwa $\delta_f = 2$. Tak skonstruowana antena posiada charakterystykę wielopasmową. Możliwa jest zmiana miejsca położenia pasm za pomocą doboru współczynnika samopodobieństwa δ_f [40].



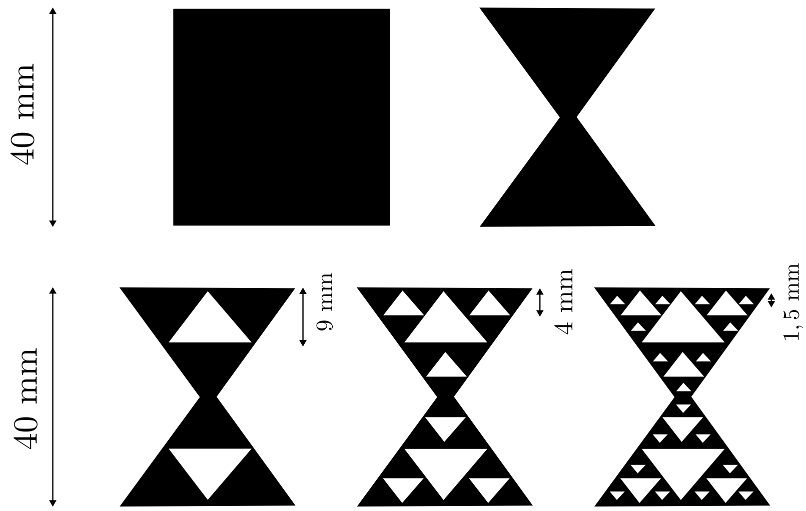
Rys. 2.24 Porównanie wymiarów i kształtu anten o współczynniku samopodobieństwa $\delta_f = 2$, $\delta_f = 1,66$ (P3/5PK) oraz $\delta_f = 1,5$ (P2/3PK) wg [40]

Na rys. 2.25 przedstawiono wykres charakterystyki odbiciowej anteny, opartej o fraktal Sierpińskiego.



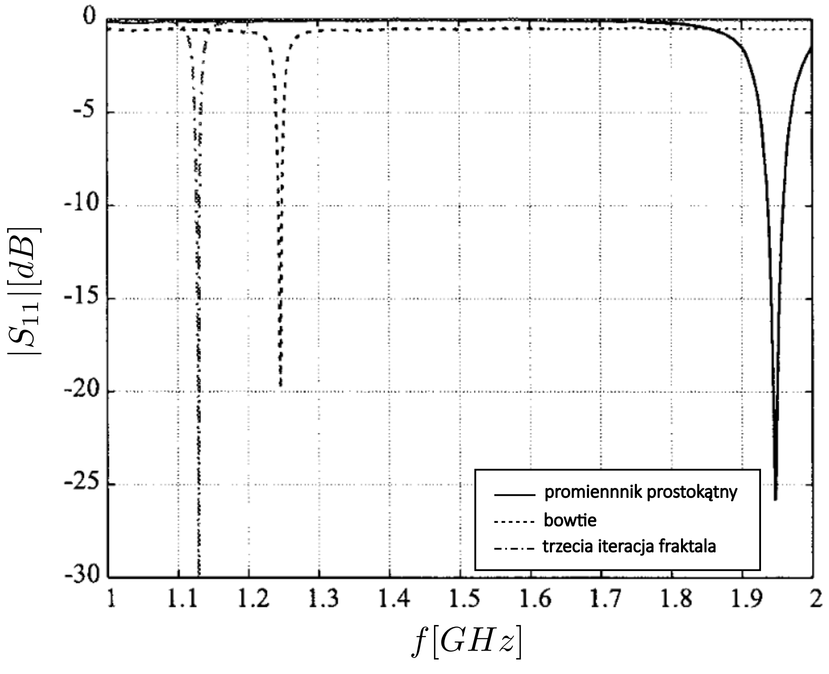
Rys. 2.25 Charakterystyka odbiciowa anteny opartej o fraktal Sierpińskiego wg [40]

W przypadku trójkąta Sierpińskiego, stosunek wartości częstotliwości rezonansowych sąsiadujących pasm, zbliżony jest do wartości δ_f. Kąt rozwarcia podstawy ma również istotny wpływ na parametry wejściowe anteny (impedancja wejściowa, współczynnik odbicia) oraz charakterystykę promieniowania [41]. Za pomocą zmiany wartości kąta, możliwe jest przesuwanie częstotliwości rezonansowych. Im szerszy kąt rozwarcia, tym bardziej pasmo przesuwa się w kierunku niższych częstotliwości. Przy pomocy zmiany wartości współczynnika podobieństwa pomiędzy iteracjami (dla każdej iteracji inne δ_f), możliwe jest dobranie odpowiednich pasm oraz osiągnięcie pożądanej impedancji wejściowej [42].
Trójkąt Sierpińskiego można wykorzystać do konstrukcji anteny typu bow-tie [43]. Modyfikacja o kolejne iteracje zmniejsza częstotliwość rezonansową w stosunku do promienników anteny łatowej oraz klasycznej bow-tie, o takich samych wymiarach (rys. 2.26).



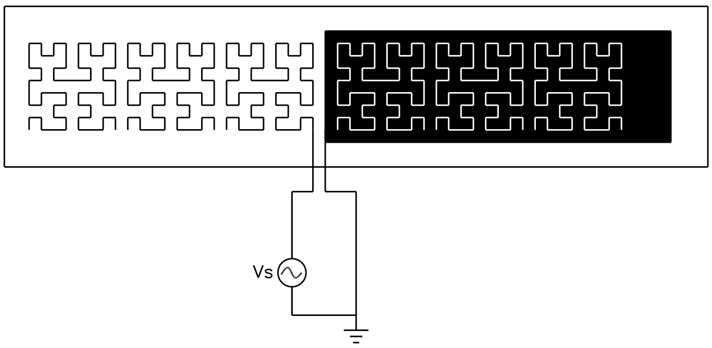
Rys. 2.26 Porównanie wymiarów i kształtów anten wg [43]

Dla powyższych anten przedstawiono na rys. 2.27 charakterystyki odbiciowe.



Rys. 2.27 Porównanie charakterystyk odbiciowych łaty prostokątnej, anteny typu bowtie oraz anteny fraktalnej trzeciej iteracji [43]

Przykładem fraktala o właściwościach krzywej wypełniającej przestrzeń jest krzywa Hilberta. Za pomocą tego fraktala skonstruowano antenę, która charakteryzuje się tym, że wraz z kolejnymi iteracjami fraktala, zmniejsza się wartość częstotliwości rezonansowych, co pozawala na konstruowanie anten o niskiej wartości dolnej częstotliwości granicznej i jednocześnie o niewielkich rozmiarach [44]. W porównaniu do krzywej Kocha, we fraktalu Hilberta wraz z kolejnymi iteracjami znacznie szybciej zmniejsza się częstotliwość rezonansowa w stosunku do dipola, który to jest elementem wyjściowym dla iteracji [45]. Fraktal ten zastosowano również w aplikacjach RFID[1], uzyskując zadowalające charakterystyki [46]. Kształt anteny przedstawiono na rys. 2.28.

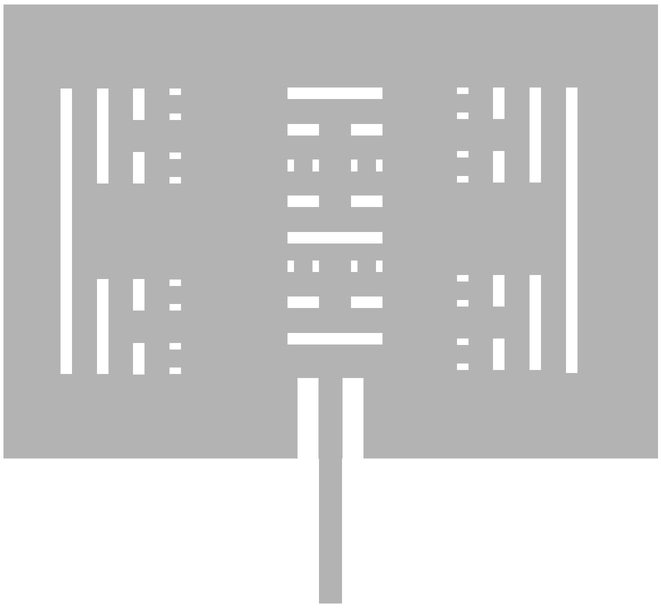


Rys. 2.28 Antena RFID skonstruowana przy wykorzystaniu krzywej Hilberta [46]

Analiza anteny prętowej opartej o fraktal Minkowskiego doprowadziła do sformułowania dwóch konkluzji. Tempo zwiększania się długości obwodu jest znacznie większe niż zmniejszanie wartości częstotliwości rezonansowej, co ma związek z charakterystyką fraktala (iteracje dążące do nieskończoności całkowicie zapełniają powierzchnię) oraz częstotliwość rezonansowa zmniejsza się wraz ze wzrostem wymiaru fraktalnego anteny [47].

Możliwe jest również wykorzystanie fraktala będącego zbiorem Cantora do skonstruowania anteny planarnej [48], jak przedstawiono na rys. 2.29.

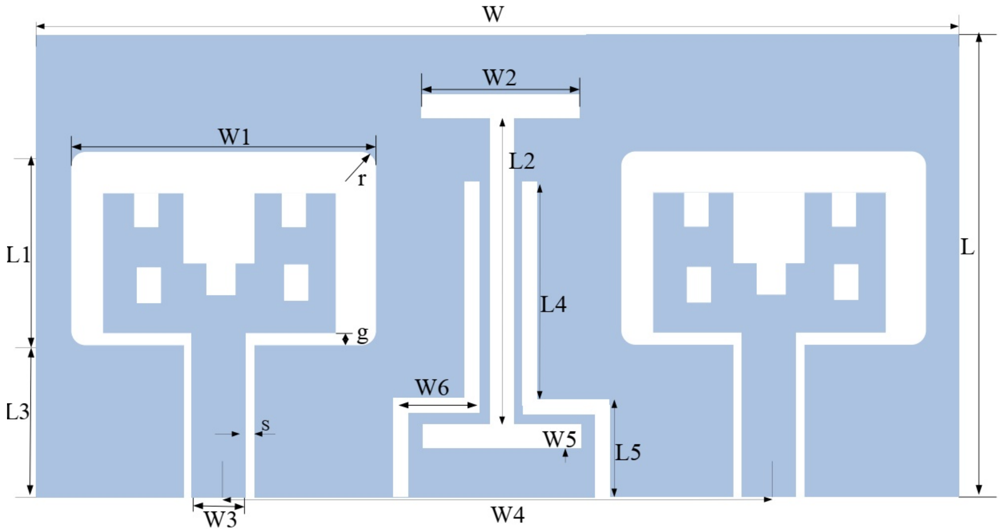
[1]RFID — ang. Radio Frequency Identification



Rys. 2.29 Mikropaskowa antena łatowa o kształcie opartym na zbiorze Cantora [48]

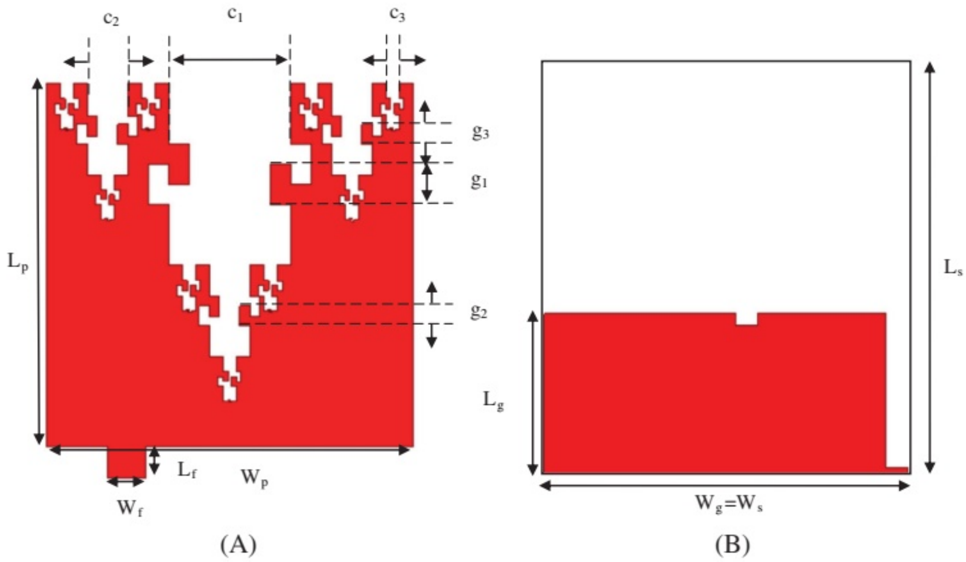
Dzięki zastosowaniu zbioru Cantora, antena cechuje się charakterystyką wielopasmową. W jej charakterystyce występuje pięć rezonansów na następujących częstotliwościach: 2,3 GHz, 4,2 GHz, 4,8 GHz, 8,0 GHz oraz 9,9 GHz. Zaletą tej anteny jest nieskomplikowana budowa.

Przy zastosowaniu bardziej skomplikowanego kształtu, anteny opartej o zbiór Cantora, można uzyskać antenę ultraszerokopasmową [49]. Przykład takiej anteny zilustrowany został na rys. 2.30.



Rys. 2.30 Ultraszerokopasmowa antena o kształcie opartym na zbiorze Cantora [49]

Antena z rys. 2.30 została zaprojektowana na pasmo $4,5$–$10,6$ GHz. Wykorzystano promienniki wzorowane na zbiorze Cantora. Zaznaczone wymiary mają następujące wartości: L=25 mm, W=48 mm, L_1=11,5 mm, L_2=19 mm, L_3=6,5 mm, L_4=13 mm, L_5=5 mm, W_1=16 mm, W_2=11 mm, W_3=3,6 mm, W_4=29 mm, W_5=1 mm, W_6=5,5 mm, r=2 mm, g=0,6 mm, s=0,2 mm. Zastosowanie sieci neuronowych oraz algorytmów optymalizacji (np. algorytm świetlikowy) pozawala na dalsze zmniejszenie rozmiarów anten. Przedstawiona na rys. 2.31 antena zaprojektowana została z wykorzystaniem zbiorów Peano i Cantora.



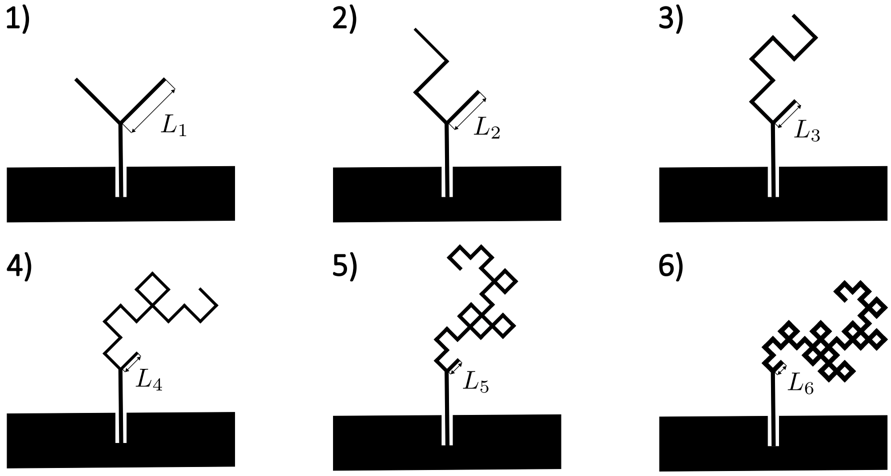
Rys. 2.31 Hybrydowa antena antena fraktalna wykorzystująca zbiory Peano oraz Cantora [50]

Do optymalizacji kształtów zastosowano algorytmy sztucznej inteligencji. Takie zabiegi pozwalają na uzyskanie anteny o dużo mniejszych rozmiarach, niż jednolity promiennik [50]. Takie rozwiązanie może odnaleźć liczne zastosowania w mobilnym sprzęcie radiowym.

Krzywa Heighwaya została wykorzystana w [51]. Antena została zaprojektowana tak, że zasilanie linią koplanarną dołączono na styku pierwszego i drugiego segmentu o długości L. W kolejnych iteracjach długość segmentu (L_k) została określona za pomocą wyrażenia:

$$L_k = \frac{L}{(\sqrt{2})^{k-1}}, \tag{2.26}$$

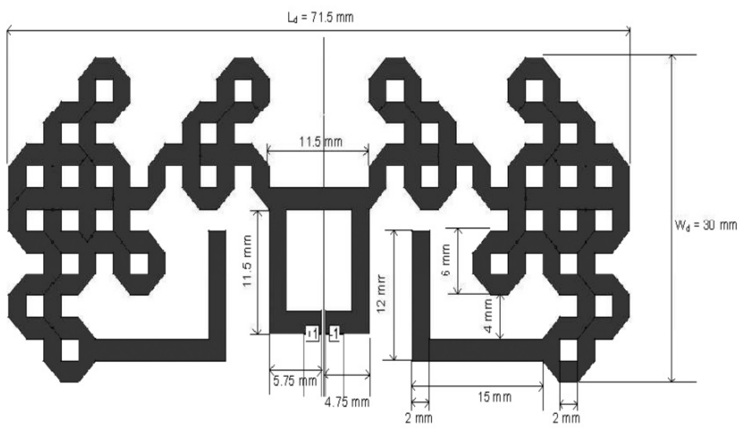
gdzie k jest numerem iteracji. Wszystkie anteny przedstawiono na rys. 2.32.



Rys. 2.32 Sześć iteracji anteny opartej na fraktalu Heighwaya

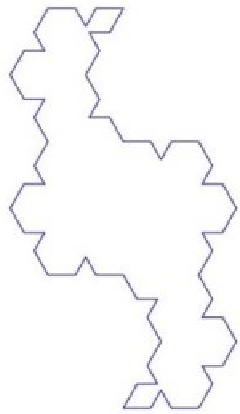
W wyniku otrzymano anteny jedno- i dwupasmowe. Częstotliwości rezonansowe tych anten wraz z zmianą iteracji fraktala ulegają przesunieciu. Pierwszy rezonans występował w zakresie 1,25–2 GHz ze współczynnikiem $|S_{11}|$ pomiędzy -12 , a $-28{,}6$ dB.

W innym opracowaniach wykorzystano głębokie modyfikacje fraktala. Przedstawiona na rys. 2.33 antena oparta na zmodyfikowanej ósmej iteracji fraktala zaprojektowano jako znacznik RFID [52]. Dzięki zastosowaniu fraktala Heighwaya uzyskano stosunkowo niewielkie rozmiary, przy jednocześnie zadowalającym poziomie skutecznej powierzchni odbicia, co jest istotne w takich zastosowaniach.



Rys. 2.33 Antena RFID oparta na ósmej iteracji krzywej Heighway [52]

Antena przedstawiona na rys. 2.34 została zaprojektowana przy użyciu geometrii fraktalnej opartej na zmodyfikowanej krzywej Heighwaya i odwróconej krzywej Kocha [53].



Rys. 2.34 Hybrydowa konstrukcja anteny opartej o zmodyfikowaną krzywą Heighwaya oraz odwróconą krzywą Kocha [53]

Uzyskano antenę wielopasmową o pięciu rezonansach: 433 MHz, 2,4 GHz, 3,9 GHz, 4,7 GHz oraz 5,8 GHz. Współczynnik odbicia dla tych rezonansów zawierał się w przedziale od -17 do -27 dB. Dzięki zastosowaniu fraktali udało się uzyskać rozmiary mniejsze od anten konkurencyjnych. W innej publikacji wykorzystano fraktal Heighwaya wysokiej iteracji, który tworzy krzywą wypełniająca przestrzeń [54]. Taką geometrię wykorzystano do konstrukcji szyku antenowego. W wyniku osiągnięto maksymalną kierunkowość do 29,9 dBi.

Powyższy opis ilustruje fakt, że anteny fraktalne to rozległy temat, a ich właściwości mogą mieć zastosowanie w wielu aplikacjach. Niemniej jednak najczęściej stosuje się kilka typów fraktali, często o różnych modyfikacjach geometrycznych w celu poprawy niektórych parametrów anten. Zastosowanie fraktala Heighwaya bez większych modyfikacji jest tematem pobieżnie potraktowanym w literaturze światowej. Jedną z nielicznych prób w tym zakresie opisano w [51], jednakże analizie zostały poddane tylko anteny o zasilaniu linią koplanarną, a rozmiary układu jedynie przeskalowano zgodnie z definicją tworzenia fraktala Heighwaya.

ROZDZIAŁ 3

Wybrane metody zasilania anten mikropaskowych oraz poprawy dopasowania anteny do źródła zasilania

3.1 Linie mikropaskowe

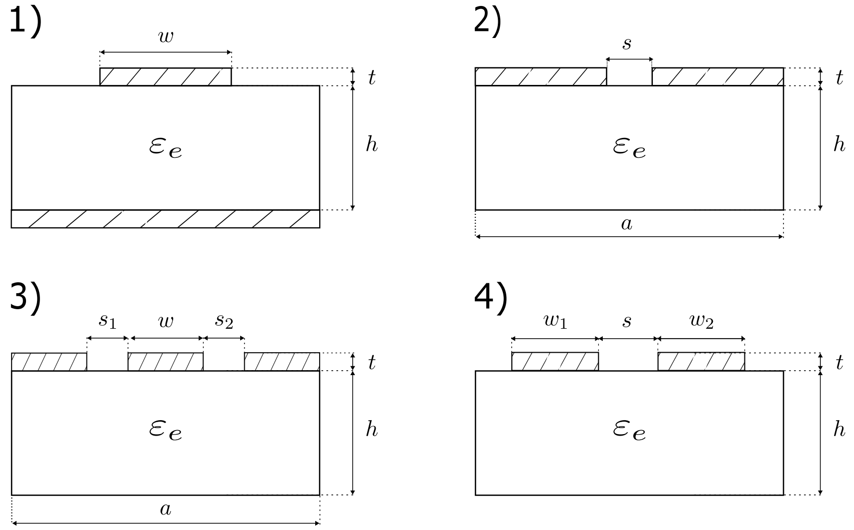
Antena fraktalna Heighwaya, opisana w niniejszej pracy, skonstruowana jest z linii mikropaskowych, połączonych zagięciami oraz łączeniami krzyżowymi. Stąd też jej podstawowe własności determinowane są poprzez własności tychże linii.

Linia transmisyjna określana mianem planarnej (płaskiej) oznacza, że jest układem, w którym charakterystyka przenoszenia zależy, w zasadzie, tylko od geometrii jednej powierzchni tj. szerokości i długości linii mikropaskowej, zakładając, że inne parametry jak np. wysokość podłoża lub stała dielektryczna są stałe dla rozważanej linii. Przykładem może być niesymetryczna linia paskowa (NLP). Jej impedancja może być kontrolowana poprzez dobór szerokości paska. Istnieje kilka rodzajów płaskich struktur transmisyjnych. Do najpopularniejszych należą (rys. 3.1):

- symetryczna linia paskowa,

- niesymetryczna linia mikropaskowa,
- linia szczelinowa,
- linia koplanarna,
- linia dwupaskowa,
- uziemiona linia koplanarna.

Przekroje poprzeczne wybranych linii transmisyjnych pokazane zostały na rys. 3.1. Szerokości pasków oznaczono przez symbole: w, w_1 oraz w_2. Symbole s, s_1, s_2 oznaczają szerokości szczelin, a oznacza szerokość lini szczelinowej. Wysokość warstwy dielektrycznej oznaczono jako h, a wysokość warstwy przewodnika t.



Rys. 3.1 Wybrane rodzaje planarnych linii transmisyjnych: 1) niesymetryczna linia mikropaskowa 2) linia szczelinowa 3) linia koplanarna 4) linia dwupaskowa

Fala elektromagnetyczna przenoszona przez linię mikropaskową, częściowo znajduje się w podłożu dielektrycznym, a częściowo w ośrodku poza nim. W związku z tym, w linii takiej pole elektryczne nie jest jednorodne. Wiąże się to z następującymi konsekwencjami:

- fala traktowana jest jako fala modu quasi-TEM [55],
- linia jest dyspersyjna, wraz ze wzrostem częstotliwości, efektywna stała dielektryczna stopniowo rośnie w kierunku podłoża, tak że prędkość fazowa fali stopniowo maleje [56],
- impedancja charakterystyczna linii zmienia się nieznacznie wraz z często-

tliwością [57].

W celu obliczenia impedancji charakterystycznej, ze względu na niejednorodny charakter pola, stosuje się efektywną stałą dielektryczną ε_e, obliczaną z zależności [55]:

$$\varepsilon_e = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + 12\frac{h}{W}}}, \tag{3.1}$$

gdzie ε_r oznacza względną przenikalność elektryczną podłoża, h – grubość podłoża, W – szerokość linii paskowej.

Impedancja charakterystyczna niesymetrycznej lini paskowej może być obliczona z zależności [55]:

$$Z_0 = \begin{cases} \dfrac{60}{\sqrt{\varepsilon_e}} \ln\left(\dfrac{8h}{W} + \dfrac{W}{4h}\right) & \text{dla } \dfrac{W}{h} \leq 1, \\ \\ \dfrac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon_e}\left[\dfrac{W}{h} + 1,393 + 0,667 \ln\left(\dfrac{W}{h} + 1,444\right)\right]} & \text{dla } \dfrac{W}{h} \geq 1. \end{cases} \tag{3.2}$$

Znając impedancję charakterystyczną oraz względną przenikalność elektryczną podłoża, stosunek $\frac{W}{h}$ może zostać obliczony przy użyciu zależności:

$$\frac{W}{h} = \begin{cases} \dfrac{8e^A}{e^{2A} - 2} & \text{dla } \dfrac{W}{h} < 2, \\ \\ \dfrac{2}{\pi}\left[B - 1 - \ln(2B - 1) + \dfrac{\varepsilon_r - 1}{2\varepsilon_r}\right. \\ \left.\left(\ln(B - 1) + 0,39 - \dfrac{0,61}{\varepsilon_r}\right)\right] & \text{dla } \dfrac{W}{h} > 2, \end{cases} \tag{3.3}$$

gdzie:

$$A = \frac{Z_0}{60}\sqrt{\frac{\varepsilon_r + 1}{2}} + \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 1}\left(0,23 + \frac{0,11}{\varepsilon_r}\right),$$

$$B = \frac{377\pi}{2Z_0\sqrt{\varepsilon_r}}.$$

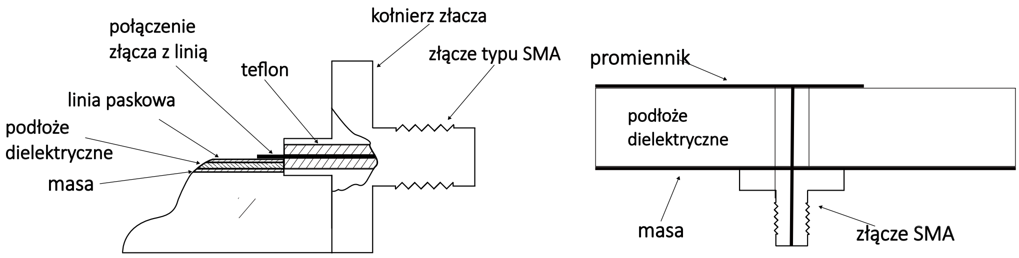
Powyższe wzory inżynierskie pozwalają na efektywne projektowanie linii paskowych.

Łączenie linii mikropaskowej i koncentrycznej

Przejście mikrofalowe to interfejs służący do przekazywania energii mikrofalowej z jednej linii transmisyjnej do drugiej, przy minimalnych możliwych stratach odbiciowych i związanych z rozpraszaniem fal. Pożądanymi cechami przejścia mikropaskowego są:

- małe straty przy transmisji i odbiciu w całym paśmie roboczym,
- łatwość łączenia z linią paskową z powtarzalnymi wynikami,
- prosta konstrukcja,
- możliwość dostosowania do różnych grubości podłoża.

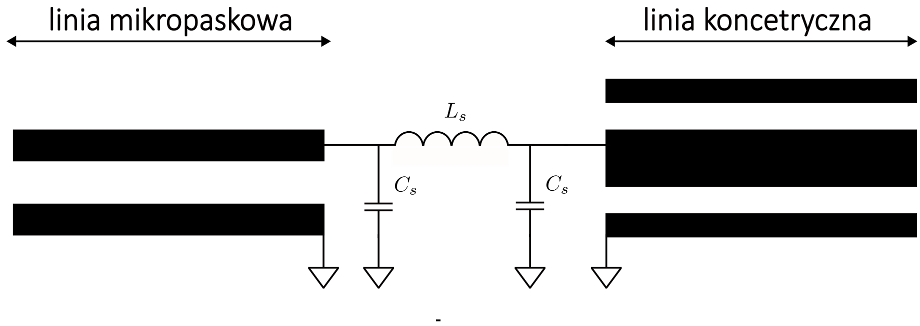
Konstrukcja takich przejść składa się z dwóch części: mechanicznej, której celem jest fizyczne dopasowanie rozkładu pola elektrycznego i magnetycznego pomiędzy dwoma nośnikami, tak aby reaktancje nieciągłości były jak najmniejsze oraz elektrycznej, której zadaniem jest dopasowanie impedancji i wszelkich innych reaktancji nieciągłości interfejsu w zakresie częstotliwości pracy, w celu zminimalizowania strat. Dopasowanie realizowane jest za pomocą transformatorów ćwierćfalowych i stroików. Dla niższych częstotliwości możliwe jest też stosowanie skupionych elementów reaktancyjnych. Przejście z linii koncentrycznej na mikropaskową jest najprostsze i na ogół szerokopasmowe. Przejście to jest zwykle realizowane przez kształtowanie struktury złącza koncentrycznego i zostało dobrze omówione w literaturze [58–60]. Zasadniczo są dwa rodzaje tego typu przejść. W jednym obydwie linie leżą na wspólnej osi, zaś w drugim połączone są pod kątem prostym. Poprzeczne przekroje obydwu typów złączy pokazane zostały na rys. 3.2.



Rys. 3.2 Połączenie linii koncentrycznej i mikropaskowej we wspólnej osi oraz pod kątem prostym

Wyprowadzenie elektryczne przewodu koncentrycznego w takiego rodzaju złączach jest przylutowane do linii mikropaskowej. W tego typu połączeniu nie powinno być szczelin pomiędzy płaszczyzną uziemienia linii mikropaskowej, a kołnierzem złącza oraz pomiędzy paskiem, a środkiem przewodu koncentrycznego. Każda taka nieciągłość wprowadza dodatkową reaktancję połączenia.

Przejście z przewodu koncentrycznego na linię mikropaskową można przedstawić w postaci prostego obwodu zastępczego, jak pokazano na rys. 3.3.



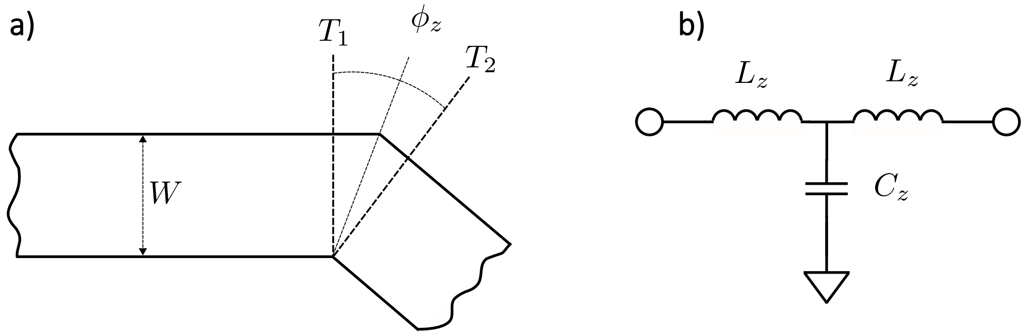
Rys. 3.3 Obwód zastępczy połączenia przewód koncentryczny – linia mikropaskowa

Na rys. 3.3 L_s i C_S są odpowiednio indukcyjnością szeregową i pojemnością bocznikującą. Projektowanie takiego przejścia polega na zminimalizowaniu tych reaktancji lub skompensowaniu ich, tak, aby $\sqrt{L_s/C_s} = 50\ \Omega$. Powyższy schemat dotyczy połączenia współosiowego. W przypadku połączenia pod kątem można zastosować schemat zastępczy, jak dla zagięcia pod kątem prostym. Zwykle jednak nie rozważa się takiego schematu zakładając, że powstała w miejscu połączenia reaktancja pojemnościowa, jest kompensowana przez wnoszoną reaktancję indukcyjną linii koncentrycznej.

3.1.1 Charakterystyka wybranych nieciągłości linii

Zagięcia

Z punktu widzenia anten o konstrukcjach opartych na fraktalach takich jak krzywa Heighwaya, problem zagięć jest bardzo istotnym zagadnieniem. Zagięcie mikropaskowe może być utworzone przez dwie linie o równych lub różnych impedancjach. Obwód zastępczy zagięcia mikropaskowego z liniami o równych impedancjach pokazano na rys. 3.4. Najbardziej rozpowszechnioną formą zagięcia mikropaskowego, stosowaną w obwodach i badaną analitycznie, jest zagięcie pod kątem prostym ($\phi_z = 90°$).



Rys. 3.4 Zagięcie niesymetrycznej linii paskowej w jednej płaszczyźnie; (a) geometria zagięcia, (b) schemat zastępczy zagięcia

Dodatkowa pojemność, pojawiająca się przy zagięciu (C_z), zależna jest od szerokości paska W, względnej przenikalności elektrycznej podłoża ε_r oraz grubości podłoża h. Stosunek C_z/W rośnie wykładniczo, wraz ze zwiększaniem stosunku W/h dla takiego samego pasma roboczego oraz ε_r. Im mniejsza względna przenikalność elektryczna podłoża tym wartość C_z/W jest mniejsza [61, 62].

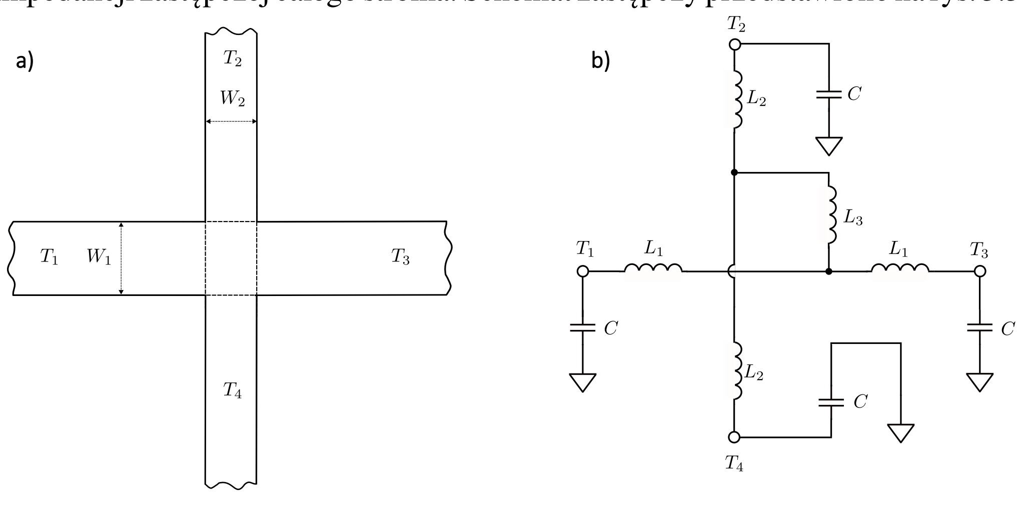
$$\frac{C_z}{W} = \begin{cases} \dfrac{(14\varepsilon_r + 12,5)W/h - (1,83\varepsilon_r - 2,25)}{\sqrt{W/h}} + \dfrac{0,02\varepsilon_r}{W/h} & \text{dla } \dfrac{W}{h} < 1, \\ (9,5\varepsilon_r + 1,25)W/h + 5,2\varepsilon_r + 7 & \text{dla } \dfrac{W}{h} \geq 1, \end{cases} \tag{3.4}$$

$$\frac{L_z}{h} = 100(4\sqrt{W/h} - 4,21). \tag{3.5}$$

Wyrażenia opisujące zależność pojemności i szerokości paska (3.4 – wyrażone w pF/m) mają dokładność 5% dla $2,5 \leq \varepsilon_r \leq 15$ i $0,1 \leq W/h \leq 5$ oraz dla indukcyjności (3.5 – wyrażone w nH/m) około 3% dla $0,5 \leq W/h \leq 2$ w [63].

Łączenia krzyżowe

Jednym z najczęstszych sposobów realizacji łączenia krzyżowego jest wykorzystanie stroików tj. równolegle dołączanych linii transmisyjnych, wnoszących do linii głównej reaktancje kompensujące. W przypadku gdy stroik ma szerokość paska taką, aby zachować mod TEM, jednym z możliwych rozwiązań jest zastosowanie dwóch równoległych stroików, połączonych po obu stronach linii głównej. Taki zabieg rozdwojenia stroika wykonuje się, kiedy nie ma miejsca. Wtedy każdy z nich wnosi określoną reaktancję, a do obwodu wnoszona jest reaktancja sumaryczna. Impedancja każdego z równoważnych stroików jest równa dwukrotnej impedancji zastępczej całego stroika. Schemat zastępczy przedstawiono na rys. 3.5.



Rys. 3.5 Łączenie krzyżowe linii paskowej w jednej płaszczyźnie; (a) geometria łączenia, (b) schemat zastępczy łączenia

Na schemacie zaprezentowanym na rys. 3.5 zaciski (T_1-T_4) odpowiadają wrotom połączenia krzyżowego. Natomiast kondensator reprezentuje pojemność pomiędzy rozgałęzieniem, a podłożem (C_k – pojemność całego połączenia krzyżowego, na schemacie przedstawiono jako cztery kondensatory C, gdzie $C = \frac{C_k}{4}$) Wyrażenia opisujące poszczególne elementy mają postać [63]:

$$\begin{aligned}\frac{C_k}{W_1} = & \left[\log\frac{W_1}{h}\left\{86,6\frac{W_2}{h} - 30,9\left(\frac{W_2}{h}\right)^{\frac{1}{2}} + 367\right\} + \right. \\ & \left.\left(\frac{W_2}{h}\right)^3 + 74\frac{W_2}{h} + 130\right]\left(\frac{W_1}{h}\right)^{-\frac{1}{3}} - \\ & 240 + \frac{2}{W_2/h} - 1,5\frac{W_1}{h}\left(1 - \frac{W_2}{h}\right)\end{aligned} \tag{3.6}$$

dla $0,3 \leq W_1/h \leq 3$ oraz $0,1 \leq W_2/h \leq 3$, gdzie $C = \frac{C_k}{4}$, W_1, W_2 – szerokości krzyżujących się ze sobą linii mikropaskowych,

$$\begin{aligned}\frac{L_1}{h} = & \left\{\frac{W_1}{h}\left[165,6\frac{W_2}{h} + 31,2\sqrt{\frac{W_2}{h}}\right.\right. \\ & \left.\left. - 11,8\left(\frac{W_2}{h}\right)^2\right] - 32\frac{W_2}{h} + 3\right\}\left(\frac{W_1}{h}\right)^{-\frac{3}{2}}\end{aligned} \tag{3.7}$$

oraz

$$-\frac{L_3}{h} = 337,5 + \left(1 + \frac{7}{W_1/h}\right)\frac{1}{W_2/h} - 5\frac{W_2}{h}\cos\left[\frac{\pi}{2}\left(1,5 - \frac{W_1}{h}\right)\right] \tag{3.8}$$

dla $0,5 \leq (W_1/hW_2/h) \leq 2$. Łączenia krzyżowe występują w wyższych iteracjach anteny opartej o fraktal Heighwaya.

Anteny mikropaskowe

Anteny mikropaskowe zostały opracowane w latach 50. XX w. [64, 65]. W ciągu ostatnich dekad nastąpił szybki ich rozwój i odkryto wiele zastosowań takiego rodzaju anten [66–70]. W przyszłości, ze względu na wiele unikalnych właściwości anten mikropaskowych, będą one nadal znajdować wiele zastosowań. Anteny tego rodzaju cechują się niskim profilem, niewielką masą, zwartą i dopasowaną do konstrukcji montażowej bryłą, łatwością wytwarzania i możliwością integracji z urządzeniami półprzewodnikowymi. Anteny mikropaskowe znalazły

liczne zastosowania m. in. w lotnictwie i technice rakietowej, ale także w obszarach komercyjnych, takich jak mobilna komunikacja satelitarna, naziemna komunikacja komórkowa, system bezpośredniej transmisji satelitarnej (DBS[1]), system pozycjonowania (GPS) oraz teledetekcja. Główną wadą anten mikropaskowych jest ich dość niska sprawność i na ogół wąskie pasmo pracy, aczkolwiek opracowano szereg konstrukcji o pasmach przekraczających 100% [71].
Konstrukcje tego typu mają wiele zalet, do których można zaliczyć:

- prostotę realizacji, co może prowadzić do znacznego obniżenia kosztów produkcji. Element mikropaskowy może być także zintegrowany lub wykonany jako monolityczny, z innymi mikrofalowymi elementami, aktywnymi lub pasywnymi.
- Niski profil anteny mikropaskowej sprawia, że zajmuje bardzo mało miejsca w systemie, w którym jest zamontowana. Możliwe jest zamontowanie anteny na zakrzywionej powierzchni. W przestrzeni kosmicznej wykorzystywane są składane panele, które tworzą antenę o dużej aperturze [72].
- Możliwość wykonania układu wielopasmowego.
- Niski przekrój radarowy anteny (RCS[2]) oraz możliwość połączenia z technologią reflektorową (reflect array microstrip) w celu osiągnięcia bardzo dużej apertury, bez konieczności stosowania układu kształtowania wiązki [73].

Do podstawowych wad zalicza się:

- wąskie, poniżej 5% pasmo przenoszenia, szczególnie w wersji z pojedynczym promiennikiem i cienkim podłożem (grubość mniejsza niż 0,02 długości fali w wolnej przestrzeni). Przy pewnych modyfikacjach jak np.: ułożenie stosu promienników, grubsze podłoże ze sprzężeniem szczelinowym [74], zewnętrzne obwody dopasowujące [75], sprzężenia pasożytnicze, zasilanie szczelinami U-kształtnymi, możliwe jest osiągnięcie pasma przekraczającego 100%. Zwiększenie pasma związane jest zwykle ze zwiększeniem fizycznych wymiarów anteny.
- Antena mikropaskowa może przenosić, w porównaniu do innego typu anten, niższą moc mikrofalową ze względu na stosunkowo słabą separację między

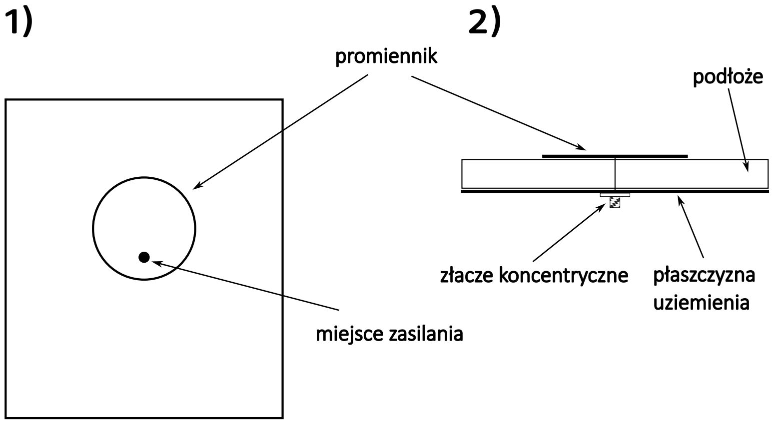
[1]Direct Broadcast Satellite
[2]RCS – Radar Cross Section

łatą promieniującą a jej płaszczyzną uziemienia.

- Szyk anten mikropaskowych ma większą tłumienność niż inne typy anten o równoważnej wielkości apertury. Pojedynczy element promieniujący charakteryzuje się małym tłumieniem. Straty, występujące w szykach można kompensować na kilka sposobów np.: poprzez zastosowanie szeregowego zasilania poprzez linie podziału mocy, podłoża o strukturze plastra miodu, wzmacniaczy nadawczo-odbiorczych.

Konstrukcja anteny mikropaskowej

Antena mikropaskowa jest zazwyczaj konstrukcją jednowarstwową. Składa się z metalowej łaty promieniującej lub szyku łat umieszczonych po jednej stronie cienkiej, nieprzewodzącej płyty podłoża z metalową płaszczyzną uziemienia po drugiej stronie płyty. Antena jest zwykle wykonana z cienkiej folii miedzianej, pokrywanej często powłoką odporną na utlenianie. Promiennik może mieć różne kształty, najpopularniejsze z nich to prostokąt i koło (rys. 3.6).



Rys. 3.6 Antena mikropaskowa o promienniku kołowym, zasilana bezpośrednio przewodem koncentrycznym 1) widok z góry 2) widok z boku

Podłoże ma zazwyczaj grubość od 0,01 do 0,05 długości fali w wolnej przestrzeni. Zapewnienia to odpowiedni odstęp między łatą a płaszczyzną uziemienia. Podłoże powinno się charakteryzować współczynnikiem strat dielektrycznych, którego wartość nie powinna przekraczać 0,005.

Kształt promiennika wybierany jest zależnie od potrzeb. Przykładowo promiennik prostokątny, używany w zastosowaniach z polaryzacją liniową, może osiągnąć nieco szersze pasmo, natomiast polaryzacja kołowa może być wzbudzana przez dwa punkty zasilania. Wszystkie te kształty łat można dokładnie przeanalizować i zaprojektować za pomocą metod numerycznych, przy użyciu systemów projektowania wspomaganych komputerowo. Do symulacji należy przyjąć wymiary początkowe, które z dość dobrym przybliżeniem (ok. 2%) można uzyskać za pomocą wyrażeń analitycznych. Dla łaty w kształcie koła o modzie TM_{mn} środkowa częstotliwość pasma może być obliczona z zależności [76]:

$$f_0 = \frac{X_{mn}c}{2\pi a_e\sqrt{\varepsilon_e}}, \tag{3.9}$$

gdzie

$$a_e = \left[1 + \frac{2h}{\pi a\varepsilon_r}\left(\ln(\frac{\pi a}{2h}) + 1,7726\right)\right]^{\frac{1}{2}}, \tag{3.10}$$

f_0 – częstotliwość rezonansowa, c – prędkość światła w próżni, h – grubość podłoża, L – długość promiennika, W – szerokość promiennika oraz ε_r – stała dielektryczna podłoża, ε_e – efektywna stała dielektryczna (3.1) a jest promieniem fizycznym łaty, X_{mn} jest m-tym zerem pochodnej funkcji Bessela pierwszego rodzaju, rzędu n. Istotnymi parametrami geometrycznymi łaty prostokątnej wpływających na położenie rezonansu są długość i szerokość struktury promieniującej. Z uwagi na wpływ pól elektrycznych o charakterze pojemnościowym wykorzystuje się efektywną długość (L_e) i szerokość (W_e). Parametry te oblicza się za pomocą poniższych równań [77]:

$$L_e = L + 2\Delta L, \tag{3.11}$$

$$W_e = W + 2\Delta W, \tag{3.12}$$

gdzie

$$\Delta L = \frac{h}{\sqrt{\varepsilon_e}}. \tag{3.13}$$

Dla modu podstawowego (TM_{10} [78]) efektywna długość łaty równa jest $\lambda/2$, możliwe jest obliczenie tego parametru dla zadanej częstotliwości z zależności:

$$L_e = \frac{\lambda_0}{2\sqrt{\varepsilon_e}} = \frac{c}{2f_0\sqrt{\varepsilon_e}}, \tag{3.14}$$

stąd:

$$f_0 = \frac{c}{2L_e\sqrt{\varepsilon_e}}. \tag{3.15}$$

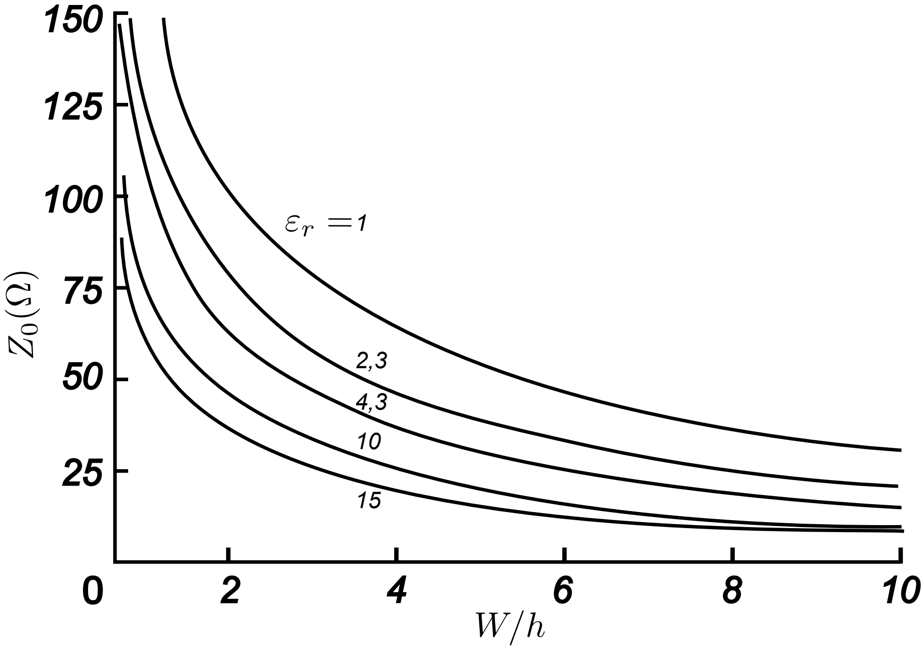
Ogólnie stosowanym wyrażaniem na obliczenie częstotliwości rezonansowej prostokątnej łaty wzbudzanych przez mody TM_{mn} jest [79]:

$$f_0 = \frac{c}{2\sqrt{\varepsilon_e}}\left[\left(\frac{m}{L}\right)^2 + \left(\frac{n}{W}\right)^2\right]^{1/2}. \tag{3.16}$$

Do obliczenia powyższego wyrażenia oraz wcześniej wspomnianej efektywnej stałej dielektrycznej (ε_e -3.1) należy obliczyć szerokość łaty:

$$W = \frac{c}{2f_0\sqrt{\frac{\varepsilon_r+1}{2}}}. \tag{3.17}$$

Wartość obliczonej szerokości jest równa połowie średniej długości fali dwóch ośrodków (np. powietrze i podłoże dielektryczne). Wymiary geometryczne mają istotny wpływ na impedancję wejściową anteny. Wraz ze spadkiem stosunku W/h wartość impedancji Z_0 maleje, co przedstawiono na rys. 3.7.



Rys. 3.7 Charakterystyka zmiany wartości impedancji Z_0 w zależności od stosunku W/h oraz ε_r [77]

Szybkość zmiany Z_0 zależna jest również od stałej dielektrycznej. Im jest ona większa tym tempo zmian jest mniejsze dla małych wartości W/h.

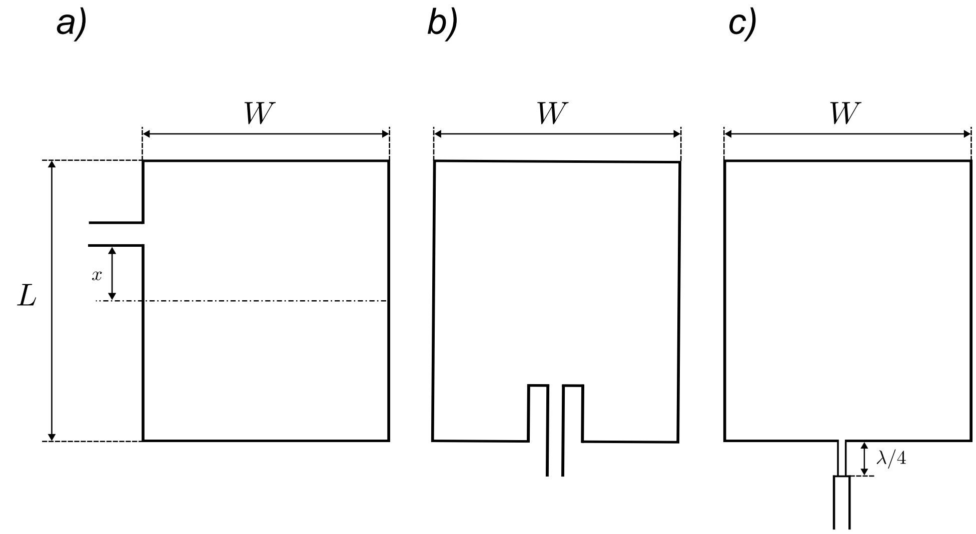
3.2 Zasilanie anten mikropaskowych

Istnieje kilka sposobów zasilania anten mikropaskowych. Poniżej przedstawiono pokrótce kilka najbardziej przydatnych, z punktu widzenia fraktalnych anten mikropaskowych, metod opartych o przejścia pomiędzy różnymi liniami, które zostały opisane w rozdz. 3.1. Antena mikropaskowa może być zasilana sondą koncentryczną od strony płaszczyzny uziemienia, gdzie kołnierz przewodu koncentrycznego (przewodnik zewnętrzny) jest przylutowany do płaszczyzny uziemienia. Końcówka elektryczna środkowego przewodnika przechodzi przez podłoże i promiennik, a następnie jest przylutowana do jego górnej powierzchni. Sonda powinna być umieszczona w punkcie, w którym występuje rezystancja równa impedancji charakterystycznej linii, w celu uzyskania najlepszego dopasowania energetycznego. Istnieją różne typy złącz koncentrycznych dla różnych zakresów częstotliwości. Typ N, TNC lub BNC mogą być używane dla częstotliwości z zakresu VHF, UHF lub niskich częstotliwości mikrofalowych. Złącza SMA lub SSMA mogą być używane dla wyższych częstotliwości mikrofalowych. Natomiast OS-50 lub złącze typu K powinny być stosowane w zakresie fal milimetrowych.

Zaletą bezpośredniego zasilania jest możliwość umieszczenia punktu zasilania w określonym miejscu anteny, co pozwala uzyskać dopasowanie bez dodatkowych zabiegów oraz zmniejsza wpływ sprzężenia przewodu zasilającego na charakterystyki anteny. Wadą takiego rozwiązania jest mniej zwarta konstrukcja. Szeroko stosowane jest również zasilanie linią mikropaskową. Jednakże ze względu na to, że jej impedancja wejściowa równa jest [80]:

$$\frac{1}{Z_{we}} = Y_{we} \approx \frac{2W}{120\lambda_0}\left[1 - \frac{1}{24}(k_0 h)^2\right], \tag{3.18}$$

niezbędne są zabiegi dopasowujące linię do anteny, przykłady zostały przedstawione na rys. 3.8.

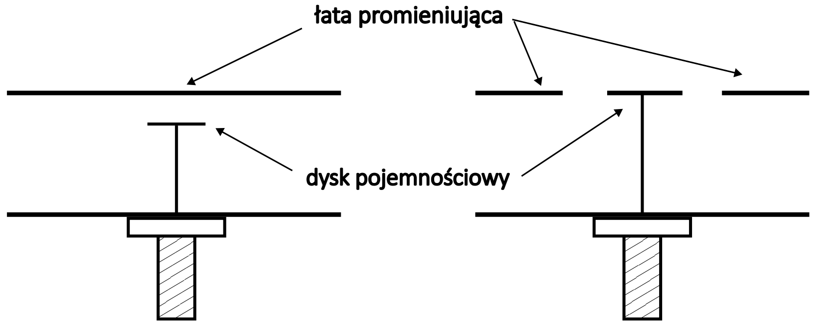


Rys. 3.8 Łata prostokątna z linią zasilająca do a) krawędzi niepromieniującej, b) krawędzi promieniującej ze wcięciem w łatę, c) krawędzi promieniującej z transformatorem ćwierćfalowym [77]

Rozwiązania te opierają się na dobraniu miejsca zasilania w strukturze łaty tak, aby impedancja wejściowa w tym miejscu oraz impedancja charakterystyczna linii zasilającej były równe. Możliwe jest to za pomocą umiejscowienia punktu zasilania od strony krawędzi niepromieniującej (rys. 3.8a)) lub wykonania wcięcia w strukturę (rys. 3.8b)). Sposoby obliczania wartości tych parametrów szeroko omówiono w literaturze np. [78]. Znając impedancję wejściową anteny (Z_{we}) możliwe jest obliczenie impedancji transformatora ćwierćfalowego (Z_T) (rys. 3.8c)) ze wzoru:

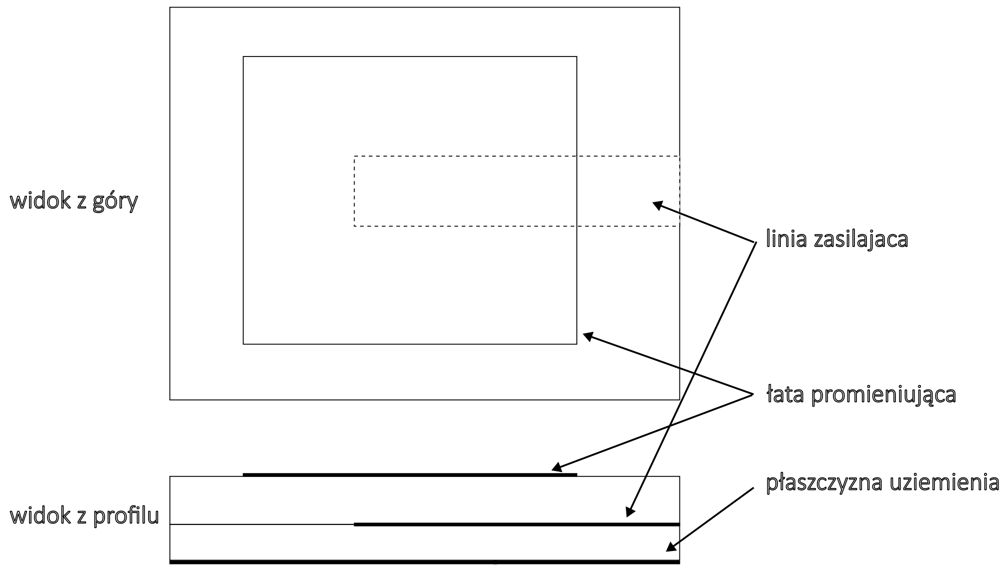
$$Z_T = \sqrt{Z_{we} Z_0} \tag{3.19}$$

gdzie Z_0 to impedancja charakterystyczna linii zasilania. Następnie należy obliczyć szerokość ścieżki transformatora, długość równa jest $\lambda_0/4$. W przypadku konieczności pracy w szerszym paśmie zwykle stosuje się grubsze podłoże. Użycie zwykłej sondy koncentrycznej wprowadza dość dużą indukcyjność, co powoduje niedopasowanie impedancji, ponieważ pole elektryczne zamknięte w małej cylindrycznej przestrzeni przewodu koncentrycznego, nie może zaindukować pola na dużej powierzchni łaty. Aby skompensować indukcyjność występującą na zasilaniu, należy wprowadzić dodatkową reaktancję pojemnościową. Jedną z metod jest zastosowanie dysku pojemnościowego [81], jak pokazano na rys. 3.9, promiennik nie jest fizycznie połączony z sondą. Inną metodą jest użycie sondy w kształcie „łezki” [82] lub cylindrycznej [83]. W tej metodzie sonda jest przylutowana do łaty, co w niektórych zastosowaniach także może poprawić sztywność mechaniczną.



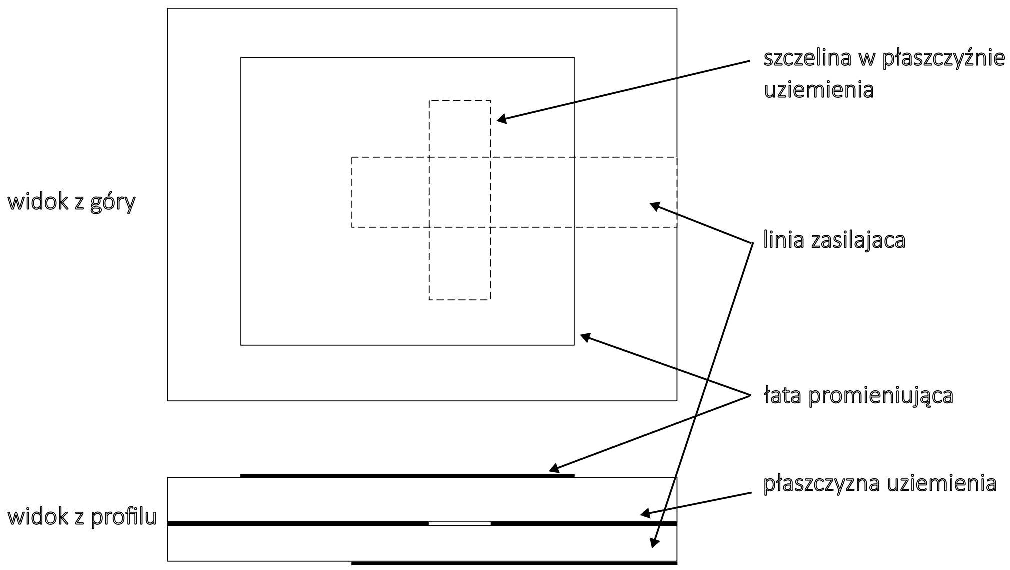
Rys. 3.9 Złącze koncentryczne z zasilaniem pojemnościowym

Łatę mikropaskową można zasilać bezpośrednio koncentryczną linią transmisyjną. Na brzegu łaty impedancja jest zwykle znacznie wyższa niż impedancja charakterystyczna linii (zwykle 50 Ω). Aby uniknąć niedopasowania impedancji można zastosować transformatory ćwierćfalowe, które przekształcają wysoką wartość rezystancji wejściowej promiennika do poziomu rzeczywistej impedancji charakterystycznej linii zasilającej. Powstającą przy tym reaktancję kompensuje się na ogół za pomocą stroika. Taki rodzaj zasilania pozwala na obniżenie kosztów wytwarzania anteny np. poprzez wytrawianie chemiczne. Jego wadą jest wpływ promieniowania linii zasilającej na charakterystykę promieniowania anteny. W niektórych przypadkach może także podnieść poziom jej listków bocznych. Linia mikropaskowa może być użyta do zasilania promiennika poprzez sprzężenie reaktancyjne. Na przykład, otwarty koniec linii można umieścić pod promiennikiem, w miejscu o zbliżonej impedancji, tak jak przedstawiono na rys. 3.10. Otwarty koniec linii mikropaskowej może również być umieszczony równolegle i bardzo blisko krawędzi promiennika, w celu uzyskania wzbudzenia poprzez sprzężenie [84]. Obie te metody pozwalają uniknąć lutowania, co w niektórych przypadkach może zapewnić lepszą wytrzymałość mechaniczną anteny.



Rys. 3.10 Zasilanie linią sprzężoną – widok z góry i z profilu

Zasilająca linia mikropaskowa może być także umieszczona pod płaszczyzną uziemienia, co ilustruje rys. 3.11. W takim wypadku promiennik znajduje się po przeciwnej stronie podłoża.



Rys. 3.11 Zasilanie sprzężone z aperturą – widok z góry i z profilu

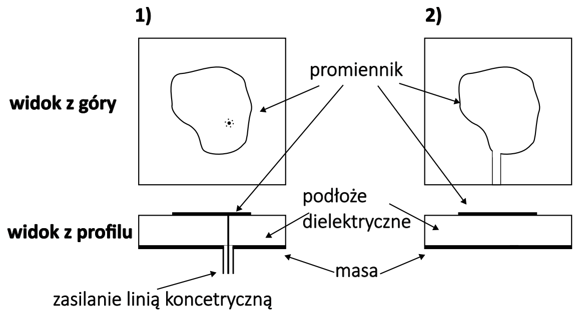
Przedstawiona technika sprzężenia szczelinowego lub aperturowego [85] (rys. 3.11), może być stosowana w celu eliminacji połączenia lutowanego, jak również w celu uniknięcia promieniowania samej linii, które może zakłócać promieniowanie samej anteny. Technika ta umożliwia uzyskanie szerokiego pasma przenoszenia (> 10%) przy grubym podłożu lub bardzo szerokiego pasma przenoszenia (> 30%), w przypadku zastosowania dodatkowych elementów pasożytniczych [86]. Inną zaletą doprowadzeń bezstykowych jest redukcja pasywnych zniekształceń, spowodowanych częstotliwościami harmonicznymi, tworzonymi przez elementy nieliniowe obecne w obwodzie.

ROZDZIAŁ 4

Wybrane aspekty modelowania anten o konstrukcji opartej na fraktalach deterministycznych

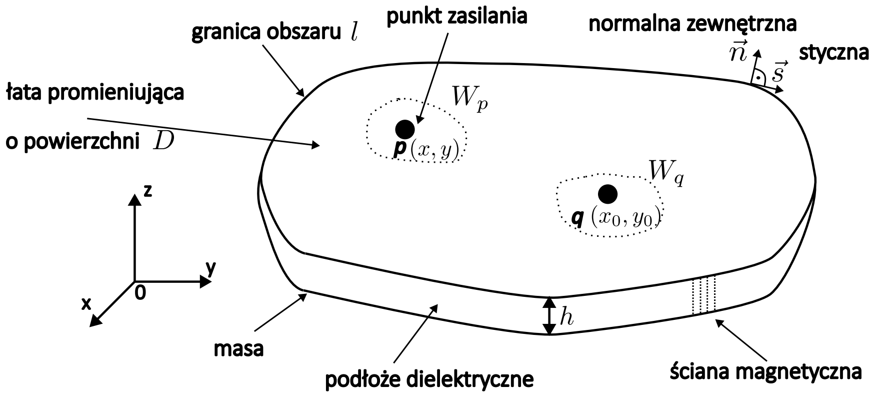
4.1 Model Wnękowy

Ogólna geometria anteny mikropaskowej została przedstawiona na rys. 4.1. Oś z jest prostopadła do powierzchni promiennika. Fala elektromagnetyczna rozchodzi się początkowo poprzez linię zasilającą, a następnie po powierzchni anteny. W trakcie tego procesu część energii fali jest promieniowana do wolnej przestrzeni, część podlega dysypacji, a część jest odbijana i wraca do toru zasilającego.



Rys. 4.1 Planarna antena mikropaskowa zasilana za pomocą 1) bezpośredniego zasilania 2) niesymetrycznej linii paskowej

Istnieją dwa podejścia do analizy pola wypromieniowanego z tego rodzaju struktury. Pierwszy polega na odnalezieniu rozkładu gęstości prądu na łacie promieniującej, co pozwala obliczyć rozkład pola wypromieniowanego. Drugi zaś polega na znalezieniu pola w obszarze wypromieniowania. Do analizy powyższych problemów opracowano wiele modeli matematycznych, jak np. model linii transmisyjnej, model wnękowy oraz różnego typu metody numeryczne.



Rys. 4.2 Struktura anteny w modelu wnękowym

Przy analizie struktur na elektrycznie cienkim podłożu $h \ll \lambda$, model wnękowy (przedstawiony na rys. 4.2) oferuje prostotę oraz wgląd do zjawisk fizycznych, zachodzących w antenie. Analiza przeprowadzana jest zwykle przy następujących założeniach [79]:

- pola elektryczne E posiada tylko składową z, a pole magnetyczne H posiada jedynie składową poprzeczną w obszarze wokół promiennika oraz podłoża,
- powyższe składowe są niezmienne wzdłuż osi z,
- rozchodzący się prąd w antenie nie może mieć składowej normalnej do krawędzi. Natomiast z równań Maxwella wynika, że składowa równoległa pola magnetycznego H wzdłuż krawędzi promiennika jest nieistotna.

Na podstawie powyższych założeń, przestrzeń pomiędzy promiennikiem a podłożem może być uznawana jako wnęka rezonansowa, otoczona przez ściany elektryczne od góry i spodu oraz ściany magnetyczne po bokach. Powyższy model wykorzystywany był do analizy rezonatorów mikropaskowych, jednakże zaczęto go stosować także do anten [87–89].

Obszar pod promiennikiem opisują równania Maxwella:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu_0 \mathbf{H}, \tag{4.1}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\varepsilon_e \mathbf{E} + \mathbf{J}, \tag{4.2}$$

$$\nabla \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_e}, \tag{4.3}$$

$$\nabla \mathbf{H} = 0, \tag{4.4}$$

gdzie μ_0 oznacza przenikalność magnetyczną próżni, ε_e – efektywną przenikalność elektryczną podłoża wyrażoną iloczynem stałej dielektrycznej podłoża oraz bezwzględnej przenikalności próżni ($\varepsilon_e = \varepsilon_r \varepsilon_0$), ρ – gęstość ładunku elektrycznego, $\mathbf{J}$ – gęstość prądu zasilania. Gęstość prądu $\mathbf{J}$ w (4.2) pochodzi ze źródła zasilania, dostarczanego poprzez linie koncentryczną lub za pomocą niesymetrycznej linii paskowej.

Przy obu typach zasilania (bezpośrednim oraz za pomocą niesymetrycznej linii paskowej) składowa prądu w kierunku z jest niezależna, ze względu na cienki obszar dielektryka. W związku z tym, można przyjąć $\nabla \mathbf{J} = -j\omega\rho = 0$, co redukuje wyrażenie (4.3) do postaci:

$$\nabla \mathbf{E} = 0. \tag{4.5}$$

Z równań (4.1), (4.2), (4.4) oraz (4.5) można otrzymać:

$$(\nabla^2 + k^2)E_z = j\omega\mu_0 J_z, \tag{4.6}$$

gdzie $k = \omega\sqrt{\mu_0 \varepsilon_e}$ oznacza liczbę falową. Do analizy przyjęto przybliżenie, zwane warunkiem ściany magnetycznej lub elektrycznej zakładające, że pole magnetyczne (elektryczne) równoległe do krawędzi wynosi zero. Warunek ściany elektrycznej jest spełniony przy $\mathbf{E} = E_z \hat{\mathbf{z}}$, jednocześnie warunek ściany magnetycznej implikuje zerowanie się pochodnej:

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = 0 \tag{4.7}$$

na brzegach wnęki.

W celu rozwiązania równania (4.6), biorąc pod uwagę warunki brzegowe, należy znaleźć funkcje własne jednorodnej fali elektromagnetycznej

$$(\nabla^2 + k^2)E_z = 0. \tag{4.8}$$

Przyjmując funkcje własne wyrażenia (4.8) za ψ_{mn} oraz wartość własną k za k_{mn} rozwiązaniem równania (4.6) jest funkcja:

$$E_z = j\omega\mu_0 \sum_m \sum_n \frac{1}{k^2 - k_{mn}^2} \frac{< J_z \psi_{mn}^* >}{< \psi_{mn}\psi_{mn}^* >} \psi_{mn}, \tag{4.9}$$

gdzie $*$ oznacza operator sprzężenia zespolonego oraz

$$< J_z \psi_{mn}^* >= \iiint J_z \psi_{mn}^* \, dv, \tag{4.10}$$

$$< \psi_{mn}\psi_{mn}^* >= \iiint \psi_{mn}\psi_{mn}^* \, dv. \tag{4.11}$$

W szczególności, dla łaty prostokątnej, funkcja przyjmuje postać:

$$E_z(m, n, x, y) = E_{zm} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{a}\right) \tag{4.12}$$

gdzie $0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b$. W wyrażeniach (4.10) oraz (4.11) obszarem całkowania jest objętość promiennika anteny. Częstotliwość rezonansową można obliczyć przy założeniu, że $k^2 - k_{mn}^2 = 0$, co daje w wyniku:

$$f_{mn} = \frac{k_{mn}}{2\pi} \sqrt{\mu_0 \varepsilon}, \tag{4.13}$$

gdzie

$$k_{mn}^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \tag{4.14}$$

m, $n = 0, 1, 2, \ldots$, a oraz b – odpowiednio szerokość i długość łaty. Wyrażenie (4.13) oparte jest na złożeniu idealnej ściany magnetycznej. W praktyce używa się wyrażeń empirycznych na efektywną długość i szerokość promiennika [87]:

$$a_e = a + \frac{h}{2}, \tag{4.15a}$$

$$b_e = b + \frac{h}{2}. \tag{4.15b}$$

Stosuje się również zmodyfikowane wyrażenie [90]:

$$f_{r1} = f_{r0} \frac{\varepsilon_r}{\sqrt{\varepsilon_e(a)\varepsilon_e(b)}} \frac{1}{1+\Delta}, \tag{4.16}$$

gdzie

$$\Delta = \frac{h}{a} \left\{ 0,882 + \frac{0,164(\varepsilon_r - 1)}{\varepsilon_r^2} + \frac{\varepsilon_r + 1}{\pi \varepsilon_r} \left[0,758 + \ln\left(\frac{a}{h} + 1,88\right) \right] \right\}, \tag{4.17}$$

$$\varepsilon_e(u) = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2} \left[1 + \frac{10h}{u} \right]^{-\frac{1}{2}}, \tag{4.18}$$

oraz f_{r0} jest częstotliwością rezonansową otrzymaną z 4.13. Powyższe równania pozwalają na obliczenie efektywnej długości, szerokości oraz częstotliwości rezonansowej promiennika.

4.1.1 Amplitudy fal napięcia i prądu na wrotach zasilania

Rozważając obwód planarny mający wiele wrót (rys. 4.2), zakładając, że szerokość wrót (W) jest znacznie mniejsza niż długość fali, definiuje się amplitudy napięcia i prądów na wrotach [91]

$$V = h \int_W E_z \, ds / W \tag{4.19}$$

oraz

$$I = \int_W i_n \, ds. \tag{4.20}$$

gdzie i_n oznacza gęstość prądu wstrzykniętego do obwodu. Zdefiniowane powyżej amplitudy napięcia i prądu spełniają warunek wzajemności. Pierwszym rozważanym przypadkiem będzie sytuacja, gdy prąd wpływa jedynie przez wrota p, a reszta wrót będzie funkcjonować jako obwody otwarte. Pole elektryczne i magnetyczne tym punkcie oznaczone będą odpowiednio jako $\mathbf{E}^{(1)}$ oraz $\mathbf{H}^{(1)}$. Analogicznie oznaczone będą pola $\mathbf{E}^{(2)}$ oraz $\mathbf{H}^{(2)}$, w przypadku prądu wpływającego przez wrota q. Korzystając z twierdzenia Poyntinga, można w przypadku podłoża izotropowego zapisać:

$$\nabla \cdot (\mathbf{E}^{(1)} \times \mathbf{H}^{(2)} - \mathbf{E}^{(2)} \times \mathbf{H}^{(1)}) = 0. \tag{4.21}$$

Stosując twierdzenie Ostrogradskiego-Gaussa, możliwe jest, aby równanie (4.21) przekształcić do postaci całkowej:

$$\oint_l (\mathbf{E}^{(1)} \times \mathbf{H}^{(2)} - \mathbf{E}^{(2)} \times \mathbf{H}^{(1)}) \cdot \mathbf{n}\, ds = 0. \tag{4.22}$$

Całkowanie wymagane jest jedynie po szerokości wrót, a więc wyrażenie można zredukować do postaci:

$$\int_{W_q} i_{n_q}^{(2)} E_z^{(1)}\, ds = \int_{W_p} i_{n_p}^{(1)} E_z^{(2)}\, ds. \tag{4.23}$$

Jeżeli szerokość wrót jest dużo mniejsza niż długość fali to pola elektryczne $E_z^{(1)}$ we wrotach q oraz $E_z^{(2)}$ we wrotach p mogą być zastąpione przez stałą. W związku z tym możliwe jest podstawienie (4.19) i (4.20) do (4.23), aby przy akceptowalnej dokładności, otrzymać relację:

$$I_q^{(2)} V_q^{(1)} = I_p^{(1)} V_p^{(2)}. \tag{4.24}$$

Korzystając z definicji impedancji $Z_{pq} = V_q^{(1)}/I_p^{(1)}$ oraz $Z_{qp} = V_p^{(2)}/I_q^{(2)}$, można wyprowadzić relację:

$$(Z_{qp} - Z_{pq}) I_p^{(1)} I_q^{(2)} = 0. \tag{4.25}$$

Jako że $I_q^{(2)}$ oraz $I_p^{(1)}$ są arbitralne to:

$$Z_{pq} = Z_{qp}. \tag{4.26}$$

Wynika z tego, że amplitudy napięć i prądów we wrotach zdefiniowane jako (4.19) oraz (4.20), pozwalają uzyskać symetryczną macierz impedancji Z_{pq}.

4.1.2 Impedancja sprzężona

Dla struktury przedstawionej na rys. 4.2, wykorzystując równania Maxwella, amplituda napięcia $V(x, y)$ we wrotach W_p, w odniesieniu do wrót zasilania W_q o gęstości prądu $J(x_0, y_0)$ opisać można za pomocą wyrażenia [91]:

$$V(x, y) = \int_{W_q} G(x, y|x_0, y_0) J(x_0, y_0)\, dx_0\, dy_0, \tag{4.27}$$

gdzie $G(x, y|x_0, y_0)$ oznacza funkcję Greena dla promiennika o dowolnym kształcie.

Amplituda napięcia V_p odłożonego na segmencie W_p jest zdefiniowana jako uśrednione napięcie, rozłożone we wrotach W_p:

$$V_p = \frac{1}{W_p} \int_{W_p} V(x, y)\, dx\, dy. \tag{4.28}$$

Po podstawieniu $V(x, y)$ z równania (4.27) do równania (4.28), otrzymuje się:

$$V_p = \frac{1}{W_p} \int_{W_p} \int_{W_q} G(x, y|x_0, y_0) J(x_0, y_0)\, dx\, dy\, dx_0\, dy_0. \tag{4.29}$$

W praktyce obszary W_p oraz W_q są bardzo małe, a zatem gęstość prądu może być zastąpiona przez średnią gęstość I_q/W_q, gdzie I_q to średni prąd płynący przez W_q. Podstawiając powyższe do (4.29), uzyskuje się równanie:

$$V_p = \frac{1}{W_p} \int_{W_p} \int_{W_q} G(x, y|x_0, y_0) \frac{I_q}{W_q}\, dx\, dy\, dx_0\, dy_0 = \frac{I_q}{W_p W_q} \int_{W_p} \int_{W_q} G(x, y|x_0, y_0)\, dx\, dy\, dx_0\, dy_0. \tag{4.30}$$

Stosunek V_p/I_q można zdefiniować jako impedancję sprzężoną Z_{ij} pomiędzy dwoma wrotami, a więc:

$$Z_{ij} = \frac{1}{W_p W_q} \int_{W_p} \int_{W_q} G(x, y|x_0, y_0)\, dx\, dy\, dx_0\, dy_0. \tag{4.31}$$

Jest to ogólna postać impedancji sprzężonej dwóch wrót. Osobnym problemem jest wyznaczenie podcałkowej funkcji Greena.

4.1.3 Rozwinięcie funkcji Greena za pomocą funkcji własnej

Niech k_n oraz ϕ_n będą odpowiednio wartością własną oraz funkcją własną równania (4.6). Funkcja Greena może być wyrażona w postaci sumy [91]:

$$G(x, y|x_0, y_0) = \sum_n A_n \phi_n. \tag{4.32}$$

Zagadnieniem do rozwiązania jest obliczenie współczynników A_n. Funkcja Greena spełnia równanie różniczkowe (4.6):

$$(\nabla^2 + k^2)G(x, y|x_0, y_0) = -j\omega\mu h\delta(x - x_0)\delta(y - y_0), \tag{4.33}$$

gdzie δ oznacza deltę Diraca. Aby udowodnić powyższe, należy pomnożyć dwie strony równania przez fikcyjny prąd wstrzyknięcia $i(x_0, y_0)$ oraz przeprowadzić obustronne całkowanie. Obydwie strony równania przyjmą wtedy postać odpowiednio:

$$\iint_D (\nabla^2 + k^2)G(x, y|x_0, y_0)i(x_0, y_0)\, dx_0\, dy_0 = (\nabla^2 + k^2)V(x, y), \tag{4.34}$$

$$-j\omega\mu h \iint_D i(x_0, y_0)\delta(x - x_0)\delta(y - y_0)\, dx_0\, dy_0 = -j\omega\mu h i(x_0, y_0). \tag{4.35}$$

Równanie (4.33) można rozwiązać jeśli zostanie wykazane, że fikcyjny prąd wstrzyknięcia $i(x_0, y_0)$ istnieje, a więc:

$$(\nabla^2 + k^2)V = -j\omega\mu h i(x, y). \tag{4.36}$$

Dodając $-i(x, y)$ do równania falowego otrzymuje się:

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = j\omega\mu E_z - i. \tag{4.37}$$

Następnie za pomocą podstawienia równania (4.32) do (4.33) przy $(\nabla^2+k_n^2)\phi_n = 0$, można uzyskać:

$$\sum_n A_n(k^2 - k_n^2)\phi_n = -j\omega\mu h\delta(x - x_0)\delta(y - y_0). \tag{4.38}$$

Mnożąc obie strony równania przez ϕ_m oraz całkując w obszarze D, uzyskuje się funkcję Greena w postaci:

$$G(x, y|x_0, y_0) = j\omega\mu h \sum_n \frac{\phi_n(x_0, y_0)\phi_n(x, y)}{k_n^2 - k^2}. \tag{4.39}$$

Podstawiając otrzymaną funkcję do (4.31) uzyskuje się następującą postać impedancji:

$$Z_{pq} = \frac{1}{W_p W_q} \int_{W_p} \int_{W_q} j\omega\mu h \sum_n \frac{\phi_n(x_0, y_0)\phi_n(x, y)}{k_n^2 - k^2}\, dx\, dy\, dx_0\, dy_0. \tag{4.40}$$

Gdy k jest bliskie jednemu z k_n, to odpowiedni człon równania dominuje, ponieważ $(k_n - k^2)$ w mianowniku staje się bardzo małe. Dlatego, gdy bada się tylko charakterystyki obwodu przy częstotliwościach bliskich rezonansowi, w celu uproszczenia analizy, można wybrać dominujący człon (4.40).

Promiennik prostokątny

Ortonormalizowana funkcja własna, opisująca łatę prostokątną o wymiarach $a \times b$ i spełniająca odpowiednie warunki brzegowe, przyjmuje postać [91]:

$$\phi_{mn}(x, y) = \frac{\varepsilon_m \varepsilon_n}{\sqrt{ab}} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right), \tag{4.41}$$

gdzie

$$\varepsilon_m = \begin{cases} 1 & \text{dla } m = 0, \\ \sqrt{2} & \text{dla } m \neq 0, \end{cases}$$

$$\varepsilon_n = \begin{cases} 1 & \text{dla } n = 0, \\ \sqrt{2} & \text{dla } n \neq 0, \end{cases}$$

ε_m oraz ε_n to współczynniki normalizacji dla ϕ_{mn}. Powyższe prowadzi do następującej postaci funkcji Greena:

$$G(x, y|x_0, y_0) = \frac{j\omega\mu h}{ab} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_m^2 \varepsilon_n^2 \frac{\cos\left(\frac{m\pi}{a}x_0\right)\cos\left(\frac{n\pi}{b}y_0\right)}{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 - k^2} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \tag{4.42}$$

Powyższe wyrażenie można uszczegółowić ze względu na wartości m i n. Przy przedziałach ($m = 0, n = 0$), ($m \geq 1, n = 0$), ($m = 0, n \geq 1$) oraz ($m \geq 1, n \geq 1$), funkcja Greena przyjmuje następującą postać [92]:

$$\begin{aligned} G(x, y|x_0, y_0) = \frac{j\omega\mu h}{ab} \Bigg[-\frac{1}{k^2} &+ \frac{2a^2}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\cos\left(\frac{m\pi}{a}x_0\right)}{m^2 - A^2} \\ &+ \frac{2b^2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right)\cos\left(\frac{n\pi}{b}y_0\right)}{n^2 - B^2} \\ &+ \frac{4}{\pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\cos\left(\frac{m\pi}{a}x_0\right)\cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right)\cos\left(\frac{n\pi}{b}y_0\right)}{\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} - \frac{k^2}{\pi^2}} \Bigg], \end{aligned} \tag{4.43}$$

gdzie

$$\omega = 2\pi f, \qquad A = \frac{ak}{\pi},$$

$$B = \frac{bk}{\pi}, \qquad k^2 = \omega^2 \mu \epsilon_0 \varepsilon_r (1 - j/\mathrm{Q}),$$

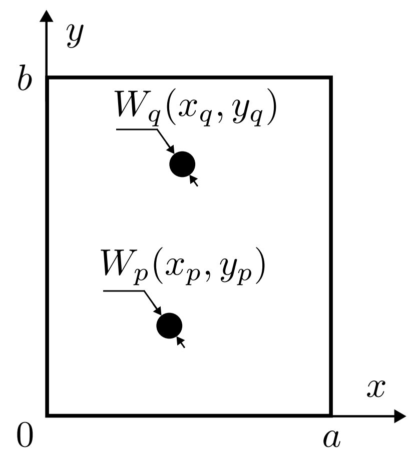
Q jest dobrocią układu.
Podział równania, ze względu na przedziały m i n, ułatwia późniejsze obliczenia impedancji sprzężonej konkretnych przypadków umieszczenia wrót na promienniku.

4.1.4 Impedancja sprzężona wrót umieszczonych na promienniku prostokątnym

Wrota rozmieszczone w dowolnej lokalizacji

Promiennik prostokątny o wymiarach $a \times b$ z wrotami p o współrzędnych $(x_p,\ y_p)$ i szerokości W_p oraz portem q o współrzędnych $(x_q,\ y_q)$ i szerokości W_q przedstawiono na rysunku 4.3. Jego impedancja sprzężona zgodnie z (4.31) przyjmuje postać [93]:

$$Z_{pq} = \frac{1}{W_p W_q} \int_{W_p} \int_{W_p} G(x_p, y_p | x_q, y_q)\, dx_q\, dx_p \tag{4.44}$$



Rys. 4.3 Prostokątny promiennik z dwoma wrotami

Korzystając z (4.43), uzyskać można następujący wynik całkowania:

$$-\frac{1}{k^2} \int_{y_p - W_p/2}^{y_p + W_p/2} \int_{y_q - W_q/2}^{y_q + W_q/2} 1\, dy_q\, dy_p = -\frac{W_p W_q}{k^2}. \tag{4.45}$$

Kolejne składniki sumy mają postać:

$$\frac{2a^2}{\pi^2}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\cos\left(\frac{m\pi}{a}x_p\right)\cos\left(\frac{m\pi}{a}x_q\right)}{m^2-A^2}\int_{y_p-W_p/2}^{y_p+W_p/2}\int_{y_q-W_q/2}^{y_q+W_q/2}1\,dy_q\,dy_p = \frac{2a^2W_pW_q}{\pi^2}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\cos\left(\frac{m\pi}{a}x_p\right)\cos\left(\frac{m\pi}{a}x_q\right)}{m^2-A^2}, \quad (4.46)$$

$$\frac{2b^2}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2-B^2}\int_{y_p-W_p/2}^{y_p+W_p/2}\int_{y_q-W_q/2}^{y_q+W_q/2}\cos\left(\frac{n\pi}{b}y_p\right)\cos\left(\frac{n\pi}{b}y_q\right)dy_q\,dy_p = \frac{2b^4}{\pi^4}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(\sin(n\theta_1)-\sin(n\theta_2))(\sin(n\theta_3)-\sin(n\theta_4))}{n^2(n^2-B^2)}, \quad (4.47)$$

gdzie

$$\int_{y_p-W_p/2}^{y_p+W_p/2}\int_{yq-W_q/2}^{y_q+W_q/2}\cos\left(\frac{n\pi}{b}y_p\right)\cos\left(\frac{n\pi}{b}y_q\right)dy_q\,dy_p = \frac{b}{n\pi}\left[\sin\left(\frac{n\pi}{b}\left(y_p+\frac{W_p}{2}\right)\right)-\sin\left(\frac{n\pi}{b}\left(y_p-\frac{W_p}{2}\right)\right)\right] \frac{b}{n\pi}\left[\sin\left(\frac{n\pi}{b}\left(y_q+\frac{W_q}{2}\right)\right)-\sin\left(\frac{n\pi}{b}\left(y_q-\frac{W_q}{2}\right)\right)\right] = \frac{b^2}{n^2\pi^2}(\sin(n\theta_1)-\sin(n\theta_2))(\sin(n\theta_3)-\sin(n\theta_4))$$

oraz

$$
\begin{aligned}
\theta_1 &= \frac{\pi}{b}\left(y_p + \frac{W_p}{2}\right), \\
\theta_2 &= \frac{\pi}{b}\left(y_p - \frac{W_p}{2}\right), \\
\theta_3 &= \frac{\pi}{b}\left(y_q + \frac{W_q}{2}\right), \\
\theta_4 &= \frac{\pi}{b}\left(y_q - \frac{W_q}{2}\right).
\end{aligned}
$$

Ostatni składnik sumy przyjmuje postać:

$$
\begin{aligned}
&\frac{4}{\pi^2}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos\left(\frac{m\pi}{a}x_p\right)\cos\left(\frac{m\pi}{a}x_q\right)}{\frac{m^2}{a^2}+\frac{n^2}{b^2}-\frac{k^2}{\pi^2}} \\
&\qquad\int_{y_p-W_p/2}^{y_p+W_p/2}\int_{y_q-W_q/2}^{y_q+W_q/2}\cos\left(\frac{n\pi}{b}y_p\right)\cos\left(\frac{n\pi}{b}y_q\right)\,dy_q\,dy_p = \\
&\frac{4b^2}{\pi^4}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos\left(\frac{m\pi}{a}x_p\right)\cos\left(\frac{m\pi}{a}x_q\right)(\sin(n\theta_1)-\sin(n\theta_2))(\sin(n\theta_3)-\sin(n\theta_4)}{n^2\left(\frac{m^2}{a^2}+\frac{n^2}{b^2}-\frac{k^2}{\pi^2}\right)}.
\end{aligned}
\tag{4.48}
$$

Podstawiając powyższe składniki do (4.44), po kilku przekształceniach, otrzymać można wyrażenie na impedancję sprzężoną, pomiędzy dwoma dowolnie zlokalizowanymi wrotami na łacie prostokątnej:

$$
\begin{aligned}
Z_{pq} = \frac{j\omega\mu h}{abW_pW_q}\Bigg[&-\frac{W_pW_q}{k^2}+\\
&\frac{2a^2W_pW_q}{\pi^2}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\cos\left(\frac{m\pi}{a}x_p\right)\cos\left(\frac{m\pi}{a}x_q\right)}{m^2-A^2}+\\
&\frac{2b^4}{\pi^4}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(\sin(n\theta_1)-\sin(n\theta_2))(\sin(n\theta_3)-\sin(n\theta_4))}{n^2(n^2-B^2)}+\\
&\frac{4b^2}{\pi^4}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos\left(\frac{m\pi}{a}x_p\right)\cos\left(\frac{m\pi}{a}x_q\right)(\sin(n\theta_1)-\sin(n\theta_2))(\sin(n\theta_3)-\sin(n\theta_4))}{n^2\left(\frac{m^2}{a^2}+\frac{n^2}{b^2}-\frac{k^2}{\pi^2}\right)}\Bigg].
\end{aligned}
\tag{4.49}
$$

Powyższe równania pozwalają obliczyć impedancje sprzężone dowolnego segmentu anteny fraktalnej Heighwaya. Dla konkretnych przypadków połączeń segmentów możliwe jest uproszczenie równania (4.49), co zademonstrowano w dalszej części pracy.

Wrota zasilania

W celu obliczenia impedancji sprzężonej wrót zasilania należy przyjąć $q = p$ [92]:

$$
\begin{aligned}
Z_{pp} = \frac{j\omega\mu h}{abW_p^2}\Bigg[&-\frac{W_p^2}{k^2}+\frac{2a^2W_p^2}{\pi^2}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\cos^2\left(\frac{m\pi}{a}x_p\right)}{m^2-A^2}+\\
&\frac{2b^4}{\pi^4}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(\sin(n\theta_1)-\sin(n\theta_2))^2}{n^2(n^2-B^2)}+\\
&\frac{4a^2b^2}{\pi^4}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos^2\left(\frac{m\pi}{a}x_p\right)(\sin(n\theta_1)-\sin(n\theta_2))^2}{n^2(m^2-D^2)}\Bigg],
\end{aligned}
\tag{4.50}
$$

gdzie

$$D^2 = \frac{a^2n^2}{b^2}-\frac{a^2k^2}{\pi^2} = \frac{a^2}{b^2}\left(n^2-\frac{b^2k^2}{\pi^2}\right) = \frac{a^2}{b^2}(n^2-B^2).$$

Wyrażając powyższe równanie jako

$$Z_{pp} = \frac{j\omega\mu h}{abW_p^2}\left[-\frac{W_p^2}{k^2} + \frac{2a^2W_p^2}{\pi^2}S_1(m) + \frac{2b^4}{\pi^4}S_2(n) + \frac{4a^2b^2}{\pi^4}S_3(m,n)\right], \quad (4.51)$$

możliwe jest rozwiniecie sum z równania 4.50 do zamkniętej formy [94]:

$$S_1(m) = \sum_{m=1}^{\infty}\frac{\cos^2\left(\frac{m\pi}{a}x_p\right)}{m^2 - A^2} = \frac{\pi^2}{2a^2k^2} - \frac{\pi^2[\cos(ak) + \cos(k(a-2x_p))]}{4ak\cos(ak)}, \quad (4.52)$$

$$S_2(n) = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(\sin(n\theta_1) - \sin(n\theta_2)^2)}{n^2(n^2 - B^2)}, \quad (4.53)$$

$$S_3(m,n) = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos^2\left(\frac{m\pi}{a}x_p\right)(\sin(n\theta_1) - \sin(n\theta_2))^2}{n^2(m^2 - D^2)} =$$

$$\frac{b\pi}{4a}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(\sin(n\theta_1) - \sin(n\theta_2))^2\left[\cosh\left(\frac{a\pi}{b}\sqrt{b^2 - B^2}\right) + \cosh\left(\frac{(a-2x_p)\pi}{b}\sqrt{n^2 - B^2}\right)\right]}{n^2\sqrt{n^2 - B^2}\sinh(\frac{a\pi}{b}\sqrt{n^2 - B^2})} - \frac{b^2}{2a^2}S_2(n). \quad (4.54)$$

Powyższe wyeliminowało nieskończoną sumę w ciągu $S_1(m)$, wyrażenie $\frac{-W_p^2}{k^2}$, oraz jedna suma w ciągu $S_3(m,n)$ zostały zredukowane. Ostatecznie równanie na impedancję sprzężoną dla punktu zasilania, przyjmuje postać:

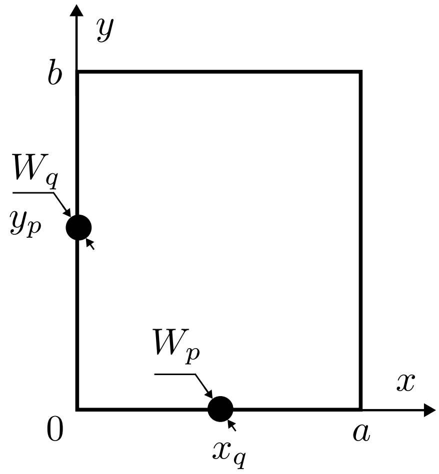
$$Z_{pp} = Z_{in} = j\omega\mu h\left[-\frac{\cos(ak) + \cos(k(a-2x_p))}{2bk\sin(ak)} + \right.$$

$$\left.\frac{b^2}{W_p^2\pi^3}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(\sin(n\theta_1) - \sin(n\theta_2))^2\left[\cosh(\frac{a\pi}{b}\sqrt{b^2 - B^2}) + \cosh(\frac{(a-2x_p)\pi}{b}\sqrt{n^2 - B^2})\right]}{n^2\sqrt{n^2 - B^2}\sinh(\frac{a\pi}{b}\sqrt{n^2 - B^2})}\right]. \quad (4.55)$$

Równanie (4.55) pozwala na obliczenie impedancji sprzężonej segmentu, do którego dołączone jest zasilanie w postaci linii koncentrycznej.

Wrota rozmieszczone na przyległych ścianach

Wrota p oraz q mogą być rozmieszczone na przyległych ścianach jak na rys. 4.4.



Rys. 4.4 Promiennik prostokątny z dwoma wrotami na ścianach przyległych

Funkcja Greena dla portów p $(0, y_p)$ oraz q $(x_q, 0)$ przyjmuje postać [95]:

$$G(0, y_p|x_q, 0) = \frac{j\omega\mu h}{ab}\left[-\frac{1}{k^2} + \frac{2a^2}{\pi^2}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\cos\left(\frac{m\pi}{a}x_q\right)}{m^2 - A^2} + \right.$$
$$\frac{2b^2}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos\left(\frac{n\pi}{b}y_p\right)}{n^2 - B^2} +$$
$$\left.\frac{4}{\pi^2}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos\left(\frac{m\pi}{a}x_q\right)\cos\left(\frac{n\pi}{b}y_p\right)}{\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} - \frac{k^2}{\pi^2}}\right]. \quad (4.56)$$

Ostatecznie impedancja sprzężona przyjmuje postać:

$$Z_{pq} = j\omega\mu h\left[\frac{\sin(A(\pi - \theta_4)) - \sin(A(\pi - \theta_3))}{bk^2 W_q \sin(ak)} + \frac{2b^2}{W_p W_q \pi^3}\right.$$
$$\left.\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(\sin(n\theta_3) - \sin(n\theta_2))\left[\sinh\left(\frac{a(\pi - \theta_3)}{b}\sqrt{n^2 - B}\right) - \sinh\left(\frac{a\pi - \theta_4)}{b}\sqrt{n^2 - B^2}\right)\right]}{n(n^2 - B^2)\sinh\left(\frac{a\pi}{b}\sqrt{n^2 - B^2}\right)}\right].$$
$$(4.57)$$

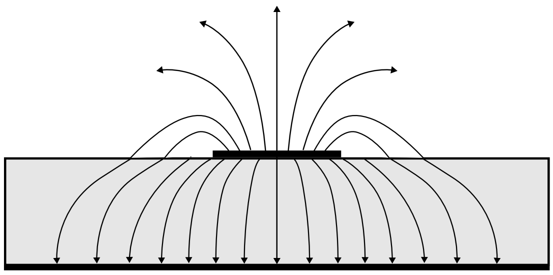
Równanie (4.57) pozwala na obliczenie impedancji sprzężonej segmentów o połączeniach na przyległych ścianach.

4.2 Model niesymetrycznej linii paskowej

Model niesymetrycznej linii paskowej jest najprostszym z prezentowanych sposobów analizy anten mikropaskowych. Jednocześnie daje najmniej dokładne wyniki i ujmuje tylko podstawowe własności tych anten. Model ten przedstawia promiennik prostokątny jako dwa elementy promieniujące, oddzielone linią transmisyjną o niskiej impedancji. Antena mikropaskowa oparta na fraktalu Heighwaya jest zbiorem połączonych ze sobą promienników prostokątnych.
Jako że wymiary anteny są skończone, pole elektryczne promieniuje poza promiennik (ang. fringing effect). Pole to jest funkcją wymiarów promiennika i grubości podłoża. Dla głównej płaszczyzny pola elektrycznego E (płaszczyzna xy) jest ono funkcją stosunku długości promiennika L do grubości h podłoża (L/h) oraz stałej dielektrycznej ε_r podłoża. Dla anten mikropaskowych $L/h > 1$, pole elektryczne jest zredukowane, jednakże musi być ono uwzględnione, ponieważ wpływa na częstotliwość rezonansową anteny. To samo dotyczy szerokości promiennika.

Typowe linie pola elektrycznego dla linii mikropaskowej pokazane są na rys. 4.5. Są to linie niejednorodne, przechodzące przez dwa dielektryki: podłoże laminatu i powietrze. Jako że $W/h >> 1$ oraz $\varepsilon_r >> 1$, to linie pola elektrycznego koncentrują się głównie w podłożu. Promieniowanie poza promiennik w tym przypadku sprawia, że linia mikropaskowa staje się dłuższa elektrycznie, w porównaniu do jej fizycznych wymiarów. Ponieważ część fal przemieszcza się w podłożu, a część w powietrzu, wprowadza się efektywną stałą dielektryczną ε_e, w celu uwzględnienia promieniowania poza promiennik i propagacji fal w linii. Dla niskich częstotliwości efektywna stała dielektryczna jest w zasadzie stała. Przy częstotliwościach pośrednich jej wartości zaczynają monotonicznie rosnąć i ostatecznie zbliżają się do wartości stałej dielektrycznej podłoża. Przy niskich częstotliwościach wartości efektywnej stałej dielektrycznej nazywane są wartościami statycznymi i dla $W/h > 1$ wyrażają się poprzez formułę [96]:

$$\varepsilon_e = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2}\left[1 + 12\frac{h}{W}\right]^{-\frac{1}{2}} \tag{4.58}$$



Rys. 4.5 Rozkład pola elektrycznego w lini mikropaskowej

Jako że linie pola elektrycznego przekraczają wymiary fizyczne promiennika, długość elektryczna anteny jest większa niż fizyczna, dlatego wprowadza się pojęcie długości efektywnej (L_{eff}):

$$L_{eff} = L + 2\Delta L. \tag{4.59}$$

Dodatkową długość ΔL występującą po obu stronach anteny, która jest funkcją efektywnej stałej dielektrycznej ε_e oraz stosunku W/h, można wyznaczyć za pomocą:

$$\frac{\Delta L}{h} = 0,412\frac{(\varepsilon_e + 0,3)\left(\frac{W}{h} + 0,264\right)}{(\varepsilon_e - 0,258)\left(\frac{W}{h} + 0,8\right)}. \tag{4.60}$$

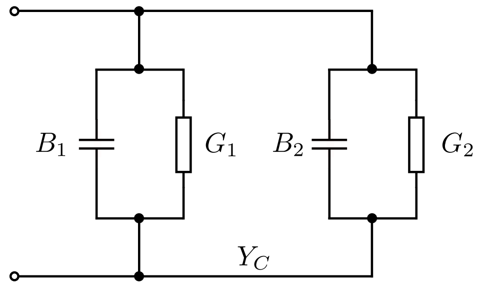
Dla dominującego modu TM_{010} częstotliwość rezonansową oblicza się za pomocą wyrażenia:

$$(f_r)_{010} = \frac{1}{2L\sqrt{\varepsilon_r}\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} = \frac{c}{2L\sqrt{\varepsilon_r}}, \tag{4.61}$$

gdzie c oznacza prędkość światła w wolnej przestrzeni, a W można obliczyć za pomocą wyrażenia [97]:

$$W = \frac{c}{2f_r}\sqrt{\frac{2}{\varepsilon_r + 1}} \tag{4.62}$$

Każdy promieniujący element można przedstawić jako ekwiwalentną admitancję Y (rys. 4.6), która składa się z konduktancji G oraz susceptancji B.



Rys. 4.6 Obwód zastępczy łaty promieniującej

$$Y_1 = G_1 + jB_1. \tag{4.63}$$

Dla skończonej szerokości W:

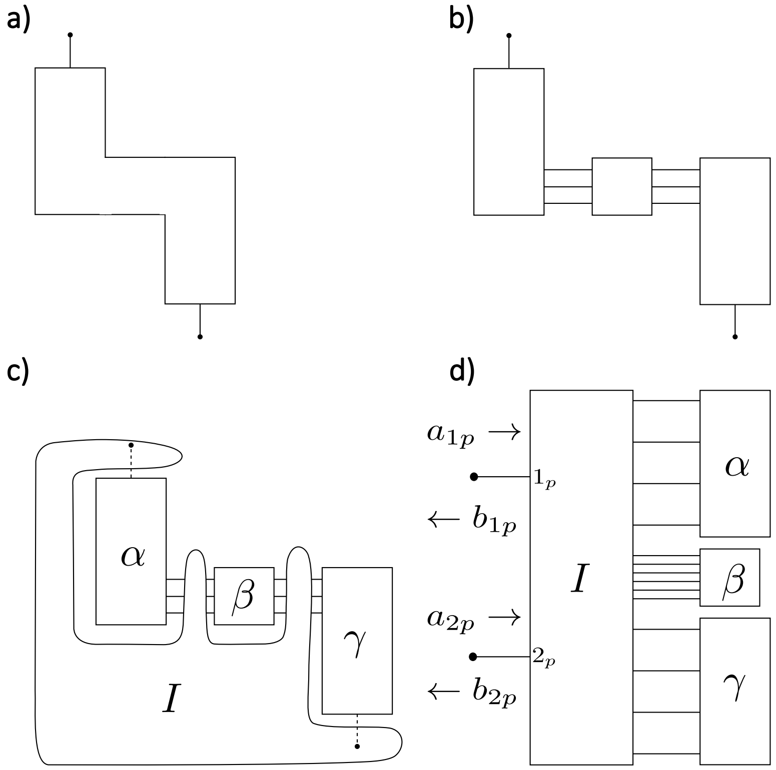
$$G_1 = \frac{W}{120\lambda_0}\left[1 - \frac{1}{24}(k_0 h)^2\right] \qquad \frac{h}{\lambda_0} < \frac{1}{10}, \tag{4.64}$$

$$B_1 = \frac{W}{120\lambda_0}[1 - 0,636\ln(k_0 h)] \qquad \frac{h}{\lambda_0} < \frac{1}{10}. \tag{4.65}$$

Oba elementy promieniujące są identyczne, a więc powyższe wzory są tożsame dla impedancji Y_2.

4.3 Metoda segmentacji

Dla obliczenia impedancji wejściowej anteny mikropaskowej o skomplikowanym kształcie, można użyć metody segmentacji. Polega ona na podziale kształtu anteny na segmenty, dla których łatwo jest obliczyć impedancję wejściową (np. prostokąty, trójkąty). Następnie, znając charakter połączeń segmentów pomiędzy sobą, można obliczyć impedancję wejściową dla całej anteny. Przykład podziału na segmenty zaprezentowano na rys. 4.7. Wszystkie połączenia pomiędzy segmentami reprezentuje interfejs sieci połączeń (oznaczony jako **I**). Dla układu z dwoma wrotami zewnętrznymi przyjęto numerację wrót: $a_{1p}, a_{2p}, a_1, a_2, \ldots, a_n$ oraz $b_{1p}, b_{2p}, b_1, b_2, \ldots, b_n$ odpowiednio dla fali padającej i odbitej. Wrota zewnętrzne oznaczono dodatkowo indeksem p.



Rys. 4.7 Przykład segmentacji **a)** kształt anteny; **b)** podział na segmenty; **c)** schemat interfejsu sieci połączeń; **d)** model interfejsu sieci połączeń

Fale padające i odbite powiązane są ze sobą macierzą rozproszenia S_N w następujący sposób:

$$\begin{bmatrix} b_{1p} \\ b_{2p} \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} = [S_N] \begin{bmatrix} a_{1p} \\ a_{2p} \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}, \tag{4.66}$$

gdzie elementy macierzy rozproszenia $[S_N]$ są wyrażone są następująco:

$$[S_N] = \begin{cases} 1 & \text{jeżeli wrota } i \text{ oraz } j \text{ są połączone,} \\ 0 & \text{jeżeli wrota } i \text{ oraz } j \text{ nie są połączone,} \end{cases} \tag{4.67}$$

gdzie $i, j = 1p, 2p, 1, 2, \ldots, n$; jeżeli $i = j$ wtedy $[S_N]_{ij} = 0$. W celu poprawienia wydajności obliczeń macierz rozproszeń $[S_N]$ może być przedstawiona w postaci macierzy impedancji Z [98]:

$$\begin{bmatrix} V_p \\ V_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{pp} & Z_{ps} \\ Z_{sp} & Z_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_p \\ I_s \end{bmatrix}, \tag{4.68}$$

gdzie V_p, I_p oznaczają amplitudy napięcia i prądu na zewnętrznych wrotach oraz V_s, I_s amplitudy napięcia i prądu na wrotach w połączeniach wewnętrznych. Jednocześnie, zgodnie z prawami Kirchhoffa, wartości napięć dwóch połączeń muszą być równe oraz suma prądów dwóch połączonych ze sobą portów wynosi 0:

$$\Gamma_1 \mathbf{V_s} = \mathbf{0}, \tag{4.69a}$$

$$\Gamma_2 \mathbf{I_s} = \mathbf{0}. \tag{4.69b}$$

gdzie Γ_1 oraz Γ_2 są macierzami opisującymi topologię połączeń. Możliwe jest zredukowanie macierzy połączeń jeśli wrota zostaną odpowiednio pogrupowane. Wrota połączeń wewnętrznych, oznaczone jako s, można podzielić na grupy wrót q i p, każde zawierające $s/2$ wrót, tak aby tworzyły pary połączeń: q_1 z p_1, q_2 z p_2 itd. Po zastosowaniu powyższego, macierz (4.68) przyjmuje postać:

$$\begin{bmatrix} V_p \\ V_q \\ V_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{pp} & Z_{pq} & Z_{pr} \\ Z_{qp} & Z_{qq} & Z_{qr} \\ Z_{rp} & Z_{rq} & Z_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_p \\ I_q \\ I_r \end{bmatrix}. \tag{4.70}$$

Ponadto, z zależności pomiędzy połączeniami:

$$V_q = V_r, \tag{4.71a}$$

$$I_q + I_r = 0 \tag{4.71b}$$

podstawiając te zależności do (4.70) i eliminując V_q, V_r, I_q oraz I_r, macierz impedancji wejściowej Z można wyrazić jako:

$$Z_p = Z_{pp} + (Z_{pq} - Z_{pr})(Z_{qq} - Z_{qr} - Z_{rq} + Z_{rr})^{-1}(Z_{rp} - Z_{qp}). \tag{4.72}$$

Wykorzystanie metody grupowania połączeń zmniejsza wymiary macierzy połączeń o połowę.

Powyżej została opisana metoda segmentacji, która pozwala na analityczne badanie skomplikowanych kształtów anten planarnych za pomocą podziału struktury na proste elementy oraz opisu, za pomocą macierzy połączeń. Z powyższych zależności możliwe jest obliczenie impedancji sprzężonych segmentów oraz, finalnie, impedancji wejściowej anteny. Zredukowana macierz impedancji Z zmniejsza liczbę elementów w macierzy, co przyśpiesza obliczenia. Istnieje również analogiczna metoda – desegmentacji. Metoda ta polega na dodawaniu prostych kształtów do analizowanej struktury [99].

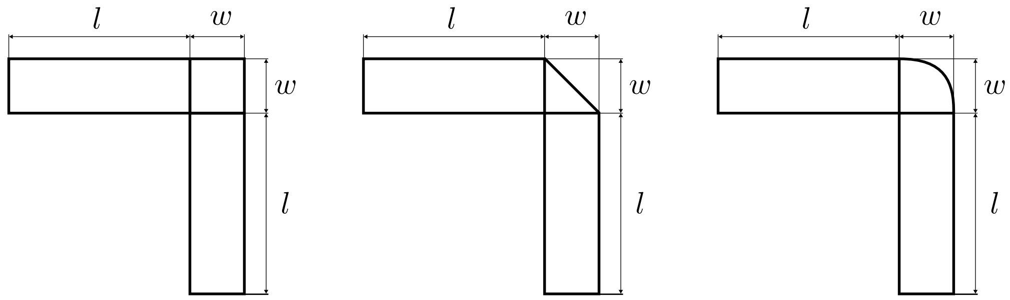
ROZDZIAŁ 5

Mikropaskowa antena fraktalna Heighwaya

5.1 Metodyka badań mikropaskowej anteny fraktalnej Heighwaya

Figurą wyjściową, na której oparta jest konstrukcja anteny, jest fraktal Heighwaya. Konstrukcja matematyczna fraktala została opisana w rozdz. 2. Do badań anteny przyjęto pasmo pracy w zakresie 1–8 GHz co odpowiada zakresom częstotliwości pasm L, S oraz C wg standardu IEEE. Pasma te mają wiele różnych zastosowania np. w telekomunikacji (WiFi, Bluetooth, telefonia komórkowa), radarach (pogodowe – NEXRAD), systemach satelitarnych (GPS, telewizja, komunikacja satelitarna). W celu możliwości porównywania wyników badań przyjęto, że w kazdym rodzaju anteny poszukiwaną częstotliwością rezonansową będzie 2,4 GHz. Wymiary anteny zostały dobrane na drodze obliczeń, tak aby dla częstotliwości rezonansowej 2,4 GHz, uzyskać jak najlepsze dopasowanie anteny do 50 Ω linii koncentrycznej, którą jest ona zasilana. Do konstrukcji użyto laminatu mikrofalowego FR4 o grubości 1,5 mm z folią miedzianą o grubości 0,045 mm.
W celu realizacji fizycznej fraktala, który składa się z krzywej łamanej o zerowej szerokości odcinków, przyjęto, że poszczególne segmenty mają taką samą długość

(l) oraz szerokość (w). Połączenia poszczególnych segmentów są realizowane za pomocą kwadratów o boku w. Analizie poddano także inne rodzaje połączeń segmentów dla anteny opartej o fraktal Heighwaya powstałej w wyniku 2 iteracji (rys. 5.1), wyniki przedstawiono w tab. 5.1.



Rys. 5.1 Analizowane sposoby łączenia odcinków fraktala

Tab. 5.1 Porównanie różnych typów połączeń segmentów

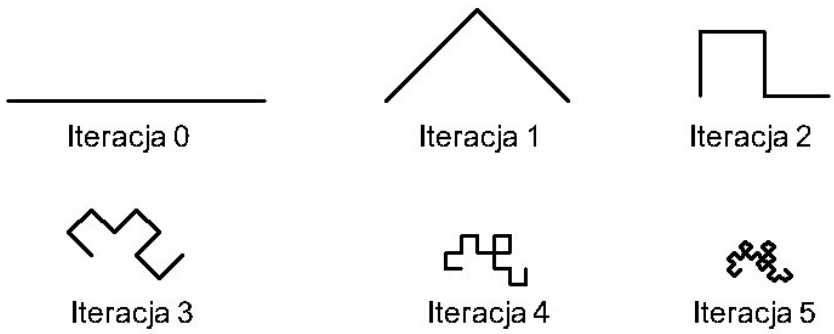
typ połączenia	$\|S_{11}\|$ [dB]	szerokość ścieżki [mm]	powierzchnia anteny [cm^2]
Połączenie za pomocą kwadratu	−29,01	3,13	16,59
Połączenie za pomocą trójkąta	−33,91	3,13	16,83
Połączenie za pomocą ćwiartki koła	−26,08	3,13	16,76

Przeanalizowano połączenia za pomocą kwadratu, trójkąta oraz ćwiartki koła. Rodzaj połączenia ma niewielki wpływ na dopasowanie, a ewentualne reaktancje możliwe są do kompensacji, poprzez zmianę szerokości i długości segmentów. Miejsce zasilania umiejscowione jest w środku szerokości segmentu $w/2$, a jego pozycja względem osi wzdłuż segmentu dobierana jest tak, aby uzyskać jak najlepsze dopasowanie do częstotliwości rezonansowej 2,4 GHz. Odległość od krawędzi promiennika do krawędzi laminatu jest równa $2w$.

Tab. 5.2 Podsumowanie założeń konstrukcyjnych anteny.

parametr	wartość
częstotliwość rezonansowa	2,4 GHz
sposób zasilania	bezpośrednie, linia koncentryczna 50 Ω
wykorzystany laminat	FR4 o grubości 1,5 mm oraz 0,045 mm warstwą miedzi
wymiary jednego segmentu anteny	$w \times l$ – zależne od wyników obliczeń
sposób połączenia segmentów	za pomocą kwadratów

W tab. 5.2 przedstawiono podsumowanie założeń konstrukcyjnych. Do konstrukcji anten wybrano drugą, trzecią, czwartą oraz piątą iterację fraktala Heighwaya (rys. 5.2). Inicjator będący odcinkiem oraz iteracja pierwsza są prostymi figurami, natomiast iteracje powyżej piątej charakteryzują się dużą liczbą fragmentów. Nie będą one analizowane.



Rys. 5.2 Kolejne iteracje fraktala Heighwaya

Pierwsza antena, oparta na fraktalu drugiej iteracji, składa się z 4 segmentów. Do jej analizy zastosowano numeryczną metodę FDTD[1]. Do drugiej anteny składającej się z 8 segmentów wykorzystano metodę FDTD oraz analityczną metodę segmentacji, zaś anteny oparte na czwartej oraz piątej iteracji fraktala, ze względu na złożoność, poddano jedynie analizie numerycznej.

[1]ang. Finite Difference Time Domain – metoda różnic skończonych w dziedzinie czasu

5.1.1 Metodyka obliczeń numerycznych

Do obliczeń metodą numeryczną wykorzystano metodę różnic skończonych w dziedzinie czasu (FDTD) [100] zaimplementowaną w oprogramowaniu CST Studio Suite. Celem obliczeń tą metodą było dobranie wymiarów segmentów i miejsca zasilania tak aby:

- moduł współczynnika odbicia $|S_{11}|$ był jak najniższy dla wybranej częstotliwości,
- antena miała minimalne wymiary.

Dla usystematyzowania badań przyjęto następujący algorytm postępowania:

1. dobierz wartość długości segmentu (l), tak aby $|S_{11}|$ osiągnęło jak najmniejszą wartość dla założonej częstotliwości,

2. dobierz wartość szerokości segmentu (w), tak aby $|S_{11}|$ osiągnęło jak najmniejszą wartość dla założonej częstotliwości,

3. znajdź miejsce dołączenia punktu zasilania (x), tak aby $|S_{11}|$ osiągnęło jak najmniejszą wartość dla założonej częstotliwości.

Dla znalezionych kilku wartości parametrów, wybierany był ten o mniejszej wartości (warunek minimalnych wymiarów).
Ustalono parametry wejściowe do obliczeń:

- $x = (l + w/2)/2$,
- $w = l/2$,
- l w zakresie od 2 do 12 mm,
- zakres częstotliwości dla obliczeń metodą numeryczną: 1 – 8 GHz.

Zakres długości fragmentu l dobrano na podstawie wstępnej analizy metodą numeryczną. Następnie po zakończeniu powyższego procesu, przeprowadzono postępowanie kończące:

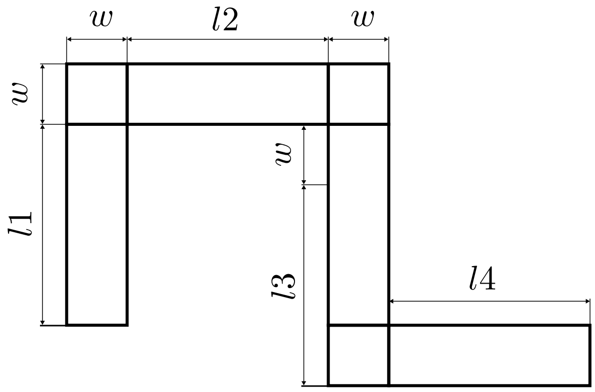
1. dobierz wartość l przy wartościach w i x, wypracowanych w poprzednich krokach, szukaj w zakresie ±30% wartości l,

2. dobierz wartość w przy wartościach l i x, wypracowanych w poprzednich krokach, szukaj w zakresie ±30% wartości w,
3. dobierz wartość x przy wartościach l i w, wypracowanych w poprzednich krokach, szukaj w zakresie ±30% wartości x.

Ostatecznie wynikiem powyższych kroków jest zoptymalizowany, pod względem dopasowania oraz rozmiarów anteny, zestaw parametrów geometrycznych anteny oraz umiejscowienie punktu zasilania.

5.2 Antena oparta na drugiej iteracji fraktala Heighwaya

Antena drugiej iteracji składa się z czterech fragmentów o długościach ($l_1 = l_2 = l_3 = l_4$) połączonych ze sobą kwadratem o boku długości w. Wymiary zostały dobrane zgodnie z procedurą, opisaną w podrozdziale 5.1.1. Schemat anteny przedstawiono na rys. 5.3, a zestawienie wymiarów anten, w zależności od punktu zasilania, przedstawiono w tab. 5.4. Wartość w kolumnie odpowiadającej lokalizacji punktu zasilania, oznacza odległość od środka łączenia segmentu, licząc od strony poprzedniego elementu. Jeżeli analizowany segment nie ma łączenia, wtedy od krawędzi fragmentu.



Rys. 5.3 Schemat anteny fraktalnej drugiej iteracji

Tab. 5.3 Zestawienie wyników obliczeń dla poszczególnych fragmentów drugiej iteracji anteny Heighwaya

numer fragmentu	częstotliwość rezonansowa [GHz]	$\|S_{11}\|$ [dB]	szerokość pasma [MHz]	szerokość pasma [%]
1	2,41	−31,38	39,90	1,7%
	5,28	−19,85	138,70	2,6%
2	2,40	−23,68	37,40	1,6%
	6,98	−42,49	164,50	2,4%
3	2,40	−23,51	42,80	1,8%
	3,80	−12,58	63,40	1,7%
	4,23	−11,53	27,80	0,7%
	5,89	−29,78	160,90	2,7%
4	2,40	−27,74	36,80	1,5%
	5,30	−13,29	118,70	2,2%
	7,86	−17,84	365,20	4,6%

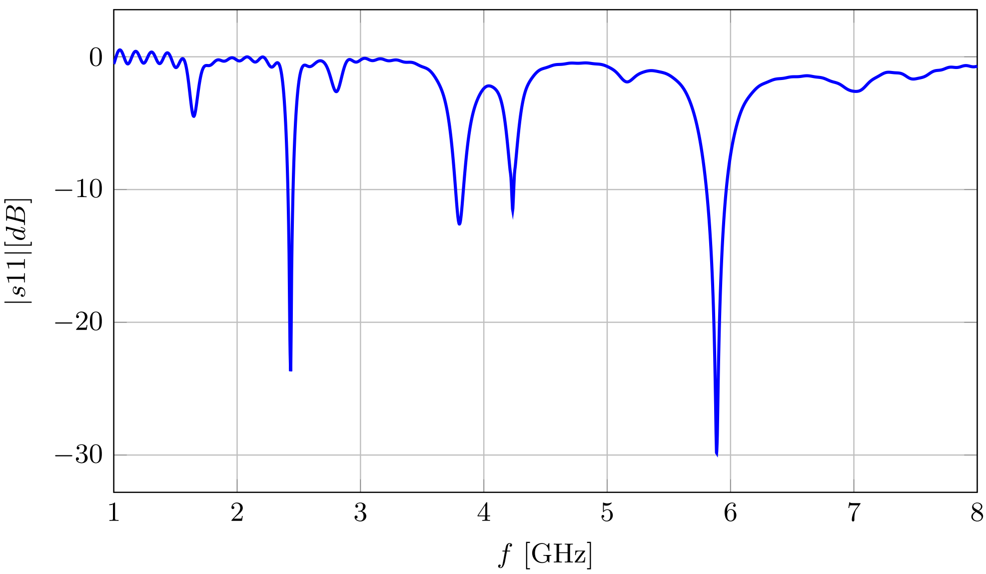
Analiza metodą numeryczną w zakresie częstotliwości 1–8 GHz wykazała możliwość wystąpienia kilku rezonansów dla określonego umiejscowienia punktu zasilania. Największą liczbą rezonansów – czterema, charakteryzuje się fragment nr 3. Szerokości uzyskanych pasm wahają się w zakresie od 0,6% do 4,6% częstotliwości rezonansowej.

Tab. 5.4 Zestawienie wymiarów anteny

numer fragmentu	wymiary anteny [cm]			wymiary fragmentu [mm]		lokalizacja punktu zasilania
	dł.	szer.	powierzchnia	dł.	szer.	
1	7,5	5,6	41,7	18,6	9,4	10,0
2	4,3	2,8	11,8	15,1	3,1	4,2
3	7,5	5,6	42,2	18,6	9,4	8,0
4	7,4	5,6	41,3	18,6	9,3	22,9

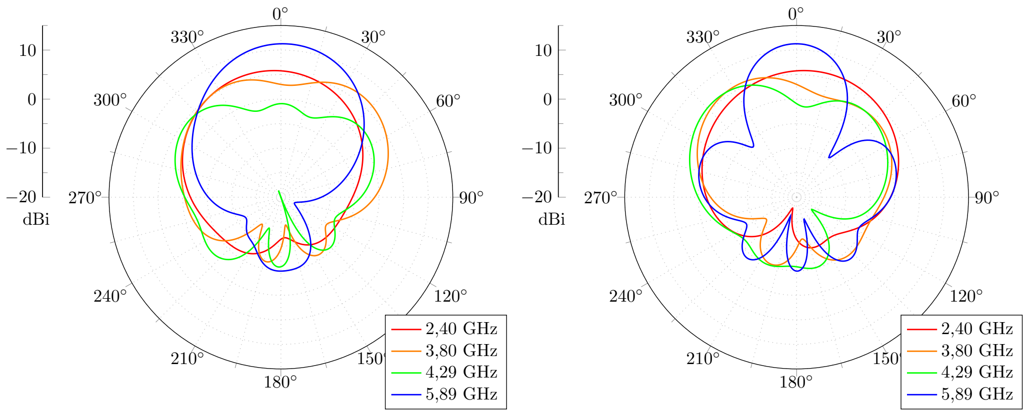
Uzyskane wymiary dla fragmentów nr 1, 3 oraz 4 są do siebie zbliżone. Fragment nr 2 skonstruowany jest z mniejszych fragmentów, co przekłada się na znaczną redukcję całkowitego wymiaru anteny.

Na rys. 5.4 przedstawiono charakterystykę odbiciową, uzyskaną dla anteny z miejscem zasilania umieszczonym we fragmencie nr 3.



Rys. 5.4 Wykres współczynnika odbicia ($|S_{11}|$) dla punktu zasilania umieszczonego we fragmencie nr 3

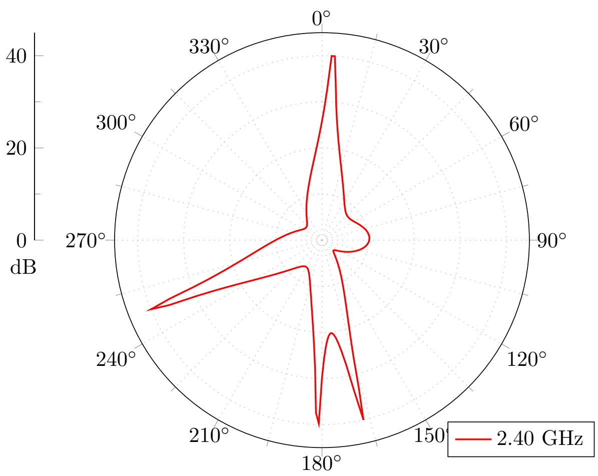
Uzyskano cztery rezonanse o szerokościach pasma mieszczącej się w przedziale $0,7$–$2,7\%$ oraz o współczynniku odbicia w zakresie od $-11,53$ do $-29,78$ dB. Na rys. 5.5 przedstawiono charakterystyki kierunkowe. Największą wartość kierunkowości promieniowania w płaszczyźnie E osiągnięto dla rezonansu 5,89 GHz i wynosi ona $11,3$ dBi. Dla częstotliwości $4,29$ GHz kierunkowość dla kątów $53°$ oraz $309°$ charakteryzuje się większą wartością niż dla kierunku prostopadłego do apertury anteny. Dla charakterystyk kierunkowych w płaszczyźnie H największa wartość ($11,3$ dBi) występuje dla rezonansu 5,89 GHz.



a) b)

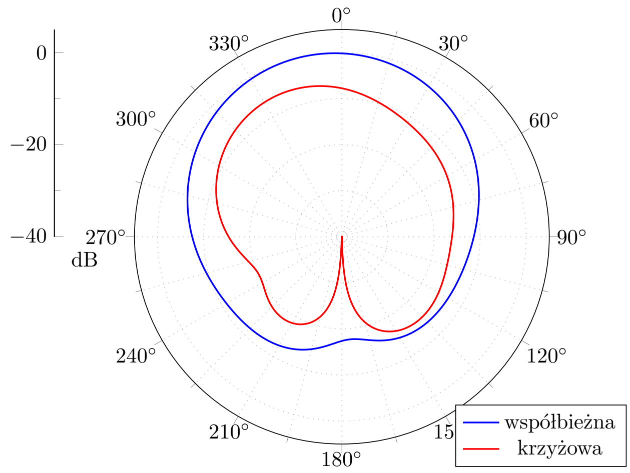
Rys. 5.5 Charakterystyki anteny z punktem zasilania umieszczonym we fragmencie nr 3 a) w płaszczyźnie *E* b) w płaszczyźnie *H*

Na rys. 5.6 przedstawiono wykres współczynnika osiowego polaryzacji. W kierunku listka głównego antena spolaryzowana jest liniowo.



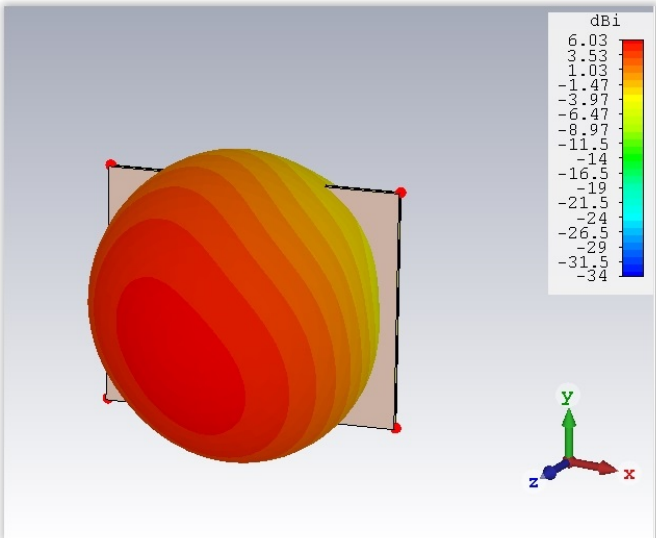
Rys. 5.6 Współczynnik osiowy polaryzacji anteny opartej na iteracji drugiej z punktem zasilania umieszczonym we fragmencie nr 3 dla częstotliwości rezonansowej $2,40$ GHz

Na rys. 5.7 przedstawiono znormalizowane charakterystyki polaryzacji współbieżnej (ang. co-polarization) oraz krzyżowej (ang. cross-polarization). Polaryzacja krzyżowa odnosi się do wartości amplitudy sygnału odebranego przez antenę spolaryzowaną ortogonalnie do polaryzacji współbieżnej. Separacja pomiędzy obiema charakterystykami w kierunku promieniowania listka głównego wynosi ok. 10 dB.



Rys. 5.7 Znormalizowane charakterystyki polaryzacji współbieżnej i krzyżowej anteny opartej na iteracji drugiej z punktem zasilania umieszczonym w fragmencie nr 3 dla częstotliwości rezonansowej 2, 40 GHz

Przestrzenną charakterystykę promieniowania przedstawiono na rys. 5.8



Rys. 5.8 Charakterystyka przestrzenna anteny opartej na iteracji drugiej z punktem zasilania umieszczonym we fragmencie nr 3 dla częstotliwości rezonansowej $f = 2,40$ GHz

Maksymalna kierunkowość wynosi 6,03 dBi.

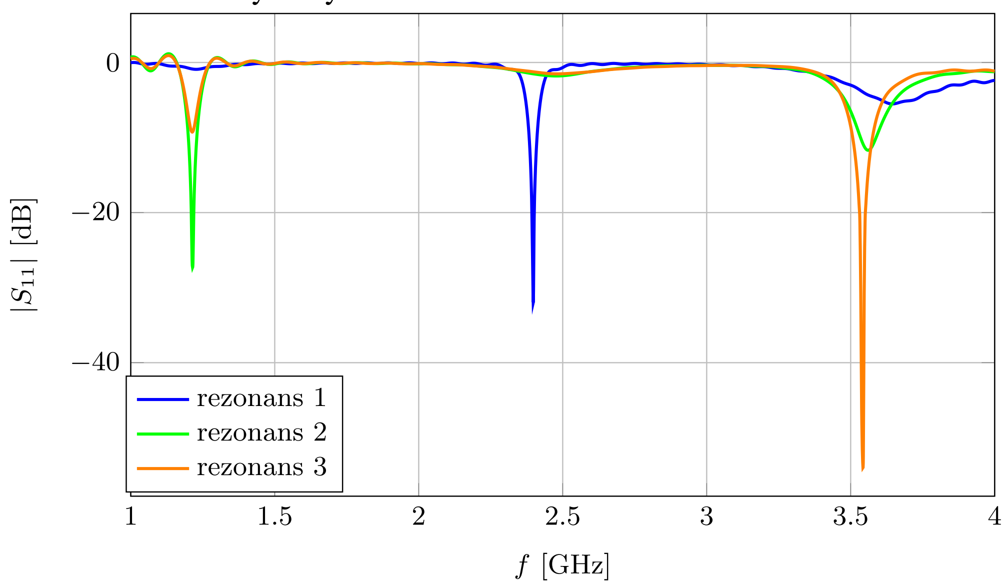
5.2.1 Właściwości rezonansowe anteny w zależności od umiejscowienia punktu zasilania we fragmencie drugim

Dokonano analizy metodą numeryczną trzech punktów zasilania dla fragmentu nr 2. Wyniki przedstawiono w tab. 5.5 [101].

Tab. 5.5 Zestawienie poszczególnych rezonansów dla fragmentu nr 2

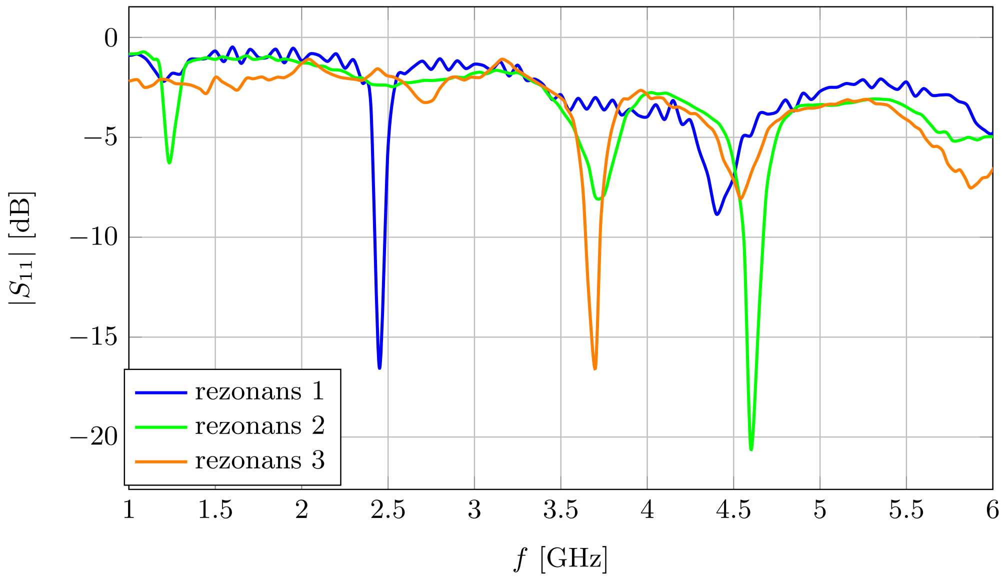
numer rezonansu	częstotliwość rezonansowa [GHz]	$\lvert S_{11}\rvert$ [dB]
1	1,21	−32,46
2	2,40	−29,01
3	3,55	−53,29

Przy jednakowym rozmiarze anteny, jednakże dla trzech różnych punktów zasilania, otrzymano różne częstotliwości i szerokości rezonansów. Charakterystyki przedstawione zostały na rys. 5.9.



Rys. 5.9 Charakterystyka częstotliwościowa anteny trzeciej iteracji dla różnych punktów zasilania we fragmencie drugim

Trzy modele anteny został wykonane fizycznie i zmierzono ich współczynniki odbicia, co przedstawiają charakterystyki na rys. 5.10.



Rys. 5.10 Charakterystyka częstotliwościowa na podstawie pomiarów rzeczywistej anteny trzeciej iteracji dla różnych punktów zasilania we fragmencie drugim

Wyniki obliczeń za pomocą metod numerycznych oraz rzeczywistych pomiarów są zbliżone. Szczegółowe dane przedstawiono w tab. 5.6.

Tab. 5.6 Wyniki pomiarów anteny trzeciej iteracji dla różnych punktów zasilania we fragmencie drugim

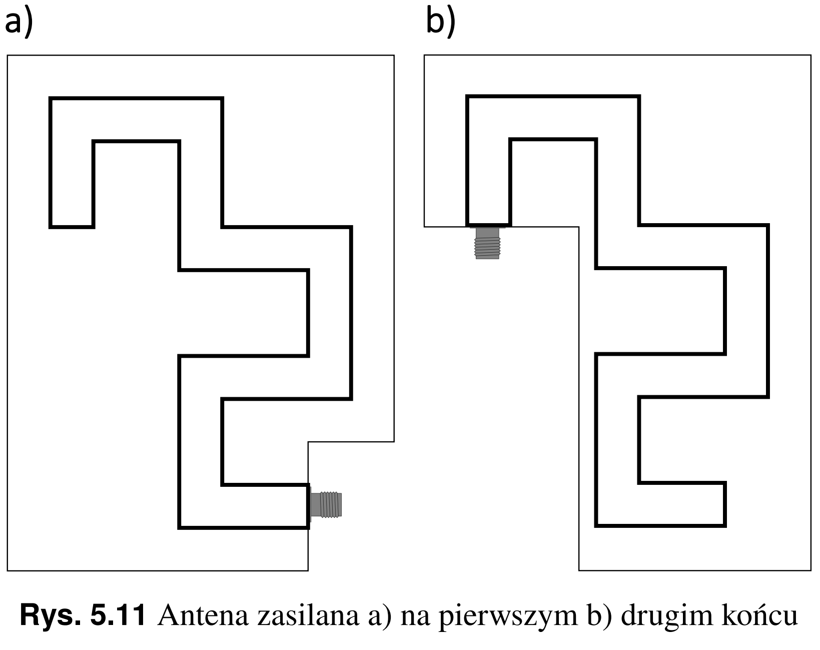
numer anteny	częstotliwość rezonansowa [GHz]	dopasowanie $\|S_{11}\|$ [dB]
1	2,47 8,19	−12,19 −18,28
2	1,23 4,60 8,28	−6,27 −20,69 −23,18
3	3,70 7,14 8,21	−16,62 −15,12 −16,41

Dopasowanie powyższych anten jest gorsze w porównaniu do obliczonych za pomocą metod numerycznych, jednakże nadal w zadowalającym przedziale. Powyższe pokazuje, że dla niewielkiego przesunięcia umiejscowienia punktu zasilania (kilka milimetrów), zachodzi stosunkowo duże przesunięcie pasma. Za pomocą obliczeń metodami numerycznymi możliwe jest sprawne określenie takich punktów.

5.3 Antena oparta na trzeciej iteracji fraktala Heighwaya

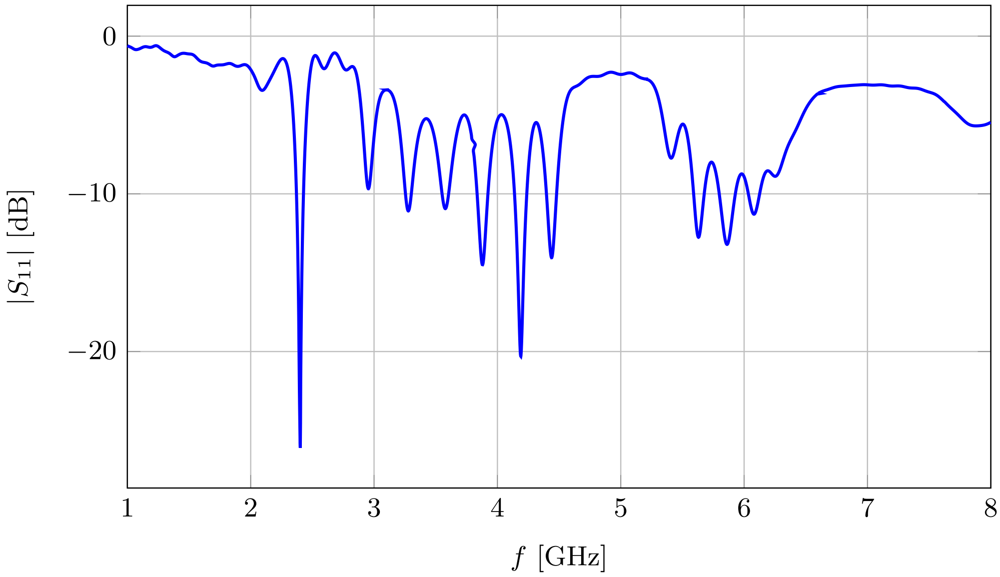
5.3.1 Analiza numeryczna anteny zasilanej na końcach fraktala

Antenę trzeciej iteracji, której zasilanie doprowadzono linią koncentryczną na jej końcach, przedstawiono w dwóch wariantach (rys. 5.11). Dokonano optymalizacji pod względem rozmiarów fragmentów, tak aby przy jak najmniejszej aperturze, uzyskać jak najlepszą charakterystykę odbiciową.

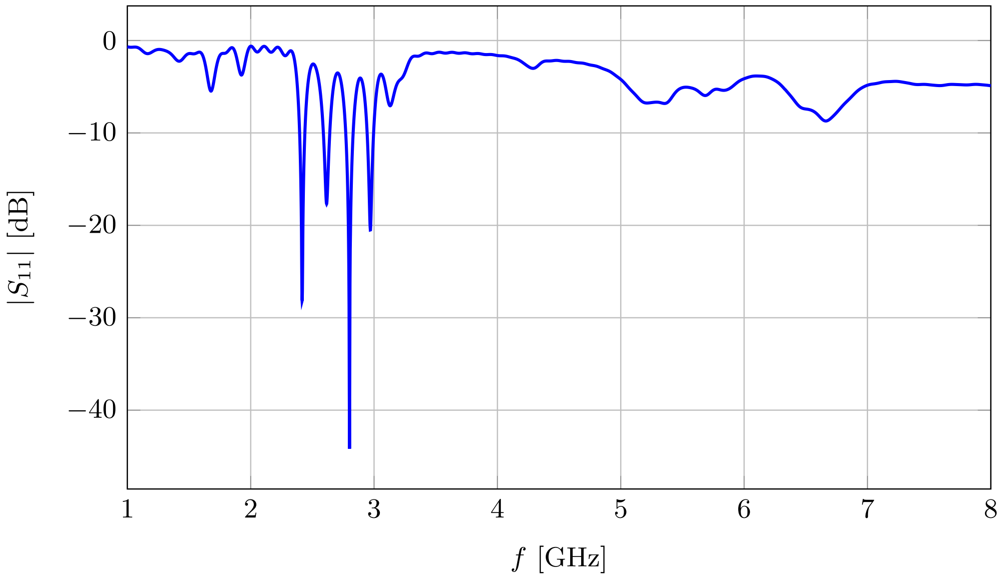


Rys. 5.11 Antena zasilana a) na pierwszym b) drugim końcu

Charakterystyki odbiciowe zaprezentowano na rys. 5.12 oraz 5.13.



Rys. 5.12 Wykres współczynnika odbicia ($|S_{11}|$) dla anteny dla wariantu zasilania z rys. 5.11 a



Rys. 5.13 Wykres współczynnika odbicia ($|S_{11}|$) dla anteny dla wariantu zasilania z rys. 5.11 b

W pierwszym przypadku występuje aż dziewięć rezonansów, natomiast w drugim jedynie cztery, które to są usytuowane w paśmie $2,4$ – 4,0 GHz. Szczegółowe wyniki zawarto w tab. 5.7.

Tab. 5.7 Zestawienie wyników obliczeń dla poszczególnych fragmentów trzeciej iteracji anteny Heighwaya

miejsce zasilania	częstotliwość rezonansowa [GHz]	$\lvert S_{11}\rvert$ [dB]	szerokość pasma [MHz]	szerokość pasma [%]
I	2,40	−26,10	57,1	2,4%
	3,28	−11,08	47,3	1,4%
	3,58	−10,94	53,3	1,5%
	3,88	−14,47	88,1	2,3%
	4,19	−20,28	99,9	2,4%
	4,44	−14,05	82,5	1,9%
	5,63	−12,75	86,3	1,5%
	5,86	−13,21	130,8	2,2%
	6,08	−11,29	91,6	1,5%
II	2,42	−27,73	42,8	1,8%
	2,62	−17,67	52,0	2,0%
	2,80	−44,17	60,1	2,1%
	2,97	−20,49	52,8	1,8%

W tab. 5.8 zestawiono wymiary fragmentów oraz całej anteny.

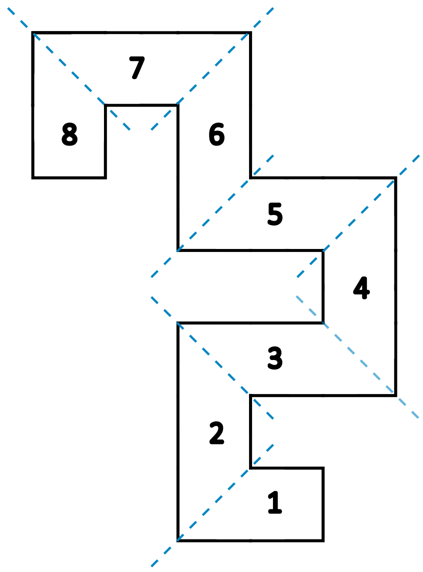
Tab. 5.8 Podsumowanie wymiarów dla dwóch wariantów zasilania linią mikropaskową

miejsce zasilania	wymiary anteny [cm]			wymiary fragmentu [mm]	
	dł.	szer.	powierzchnia	dł.	szer.
I	10,3	7,1	72,9	26,6	5,8
II	14,4	10,5	150,6	26,2	13,1

W porównaniu do anteny zasilanej linią koncentryczną w poszczególnych fragmentach, powyższe warianty charakteryzują się dużym rozmiarem segmentów, co za tym idzie, rozmiarem anteny oraz większą liczbą występujących rezonansów, przy podobnej szerokości pasma.

5.3.2 Analiza numeryczna anteny zasilanej w poszczególnych segmentach

Antena trzeciej iteracji składa się z ośmiu fragmentów. Podział figury przedstawiono na rys. 5.14. Wyniki obliczeń przy pomocy metod numerycznych przeprowadzonych zgodnie z procedurą opisaną w podrozdziale 5.1.1 przedstawiono w tab. 5.9.



Rys. 5.14 Podział anteny fraktalnej trzeciej iteracji na fragmenty

Dla fragmentów nr 2 i 4 dobrano miejsca zasilania, dzięki którym antena może pracować z pięcioma rezonansami, a dla fragmentów 5 i 6 z czterema. Szerokości rezonansów wahają się, w przybliżeniu, w zakresie 1–2% ich częstotliwości środkowych.

Tab. 5.9 Zestawienie wyników obliczeń wartości rezonansów dla zasilania kolejnych fragmentów trzeciej iteracji anteny Heighwaya

numer fragmentu	częstotliwość rezonansowa [GHz]	$\lvert S_{11}\rvert$ [dB]	szerokość pasma [MHz]	szerokość pasma [%]
1	2,40	−24,71	33,3	1,4%
2	1,61	−22,65	19,2	1,2%
	2,40	−28,08	24,1	1,0%
	3,86	−14,32	97,2	2,5%
	4,52	−21,17	103,9	2,3%
	7,81	−27,39	598,7	7,7%
3	2,40	−27,30	38,6	1,6%
	4,62	−10,08	20,3	0,4%
4	1,99	−11,86	10,7	0,5%
	2,40	−36,69	38,5	1,6%
	4,23	−19,52	80,6	1,9%
	4,65	−17,64	109,7	2,4%
	4,87	−13,62	98,3	2,0%
5	2,40	−18,82	21,7	0,9%
	3,77	−11,50	40,3	1,1%
	4,44	−12,53	59,8	1,3%
	6,88	−35,39	206,1	3,0%
6	2,39	−17,59	31,4	1,3%
	4,50	−23,72	92,6	2,1%
7	2,40	−27,48	31,6	1,3%
	3,57	−25,46	42,0	1,2%
	4,67	−15,53	106,5	2,3%
	5,57	−15,74	231,1	4,1%
8	2,40	−28,03	36,3	1,5%

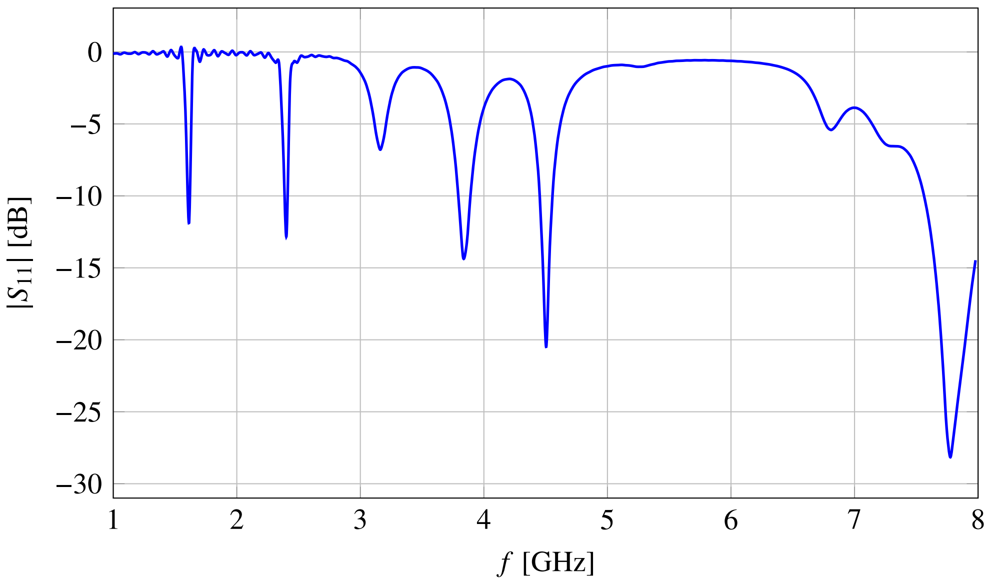
W tab. 5.10 przedstawiono rozmiary anten.

Tab. 5.10 Podsumowanie rozmiarów anteny

numer fragmentu	wymiary anteny [cm]			wymiary fragmentu [mm]		lokalizacja punktu zasilania
	dł.	szer.	powierzchnia	dł.	szer.	
1	6,8	4,9	33,6	7,0	11,8	10,3
2	4,8	3,4	16,1	10,0	4,5	9,5
3	3,4	2,4	7,9	6,5	3,5	4,8
4	7,8	5,5	43,3	12,5	10,1	8,8
5	4,8	3,4	16,4	9,7	4,9	5,4
6	3,6	2,5	9,1	5,5	4,8	5,3
7	3,3	2,3	7,8	6,7	3,3	3,7
8	6,2	4,4	27,2	12,5	6,2	5,6

Najmniejsze rozmiary anteny uzyskano dla fragmentów nr 7, 3 oraz 6. W porównaniu do anteny zasilanej linią mikropaskową na końcach, wymiary anteny są znacznie mniejsze.

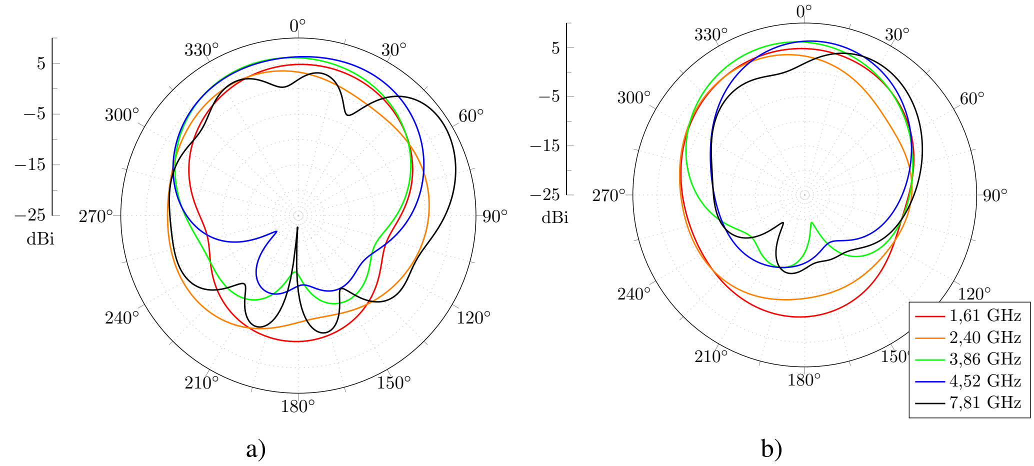
Dla anteny zasilanej w drugim fragmencie punkt zasilania umieszczono 9,5 mm od środka połączenia z segmentem nr 1. W analizowanym zakresie 1–8 GHz występuje 5 rezonansów. Szerokości ich pasm mieszczą sie w zakresie 1,0–7,7%. Charakterystykę odbiciowa anteny dla punktu zasilania, umieszczonego we fragmencie nr 2, przestawiono na rys. 5.15.



Rys. 5.15 Wykres współczynnika odbicia ($|S_{11}|$) dla punktu zasilania umieszczonego we fragmencie nr 2

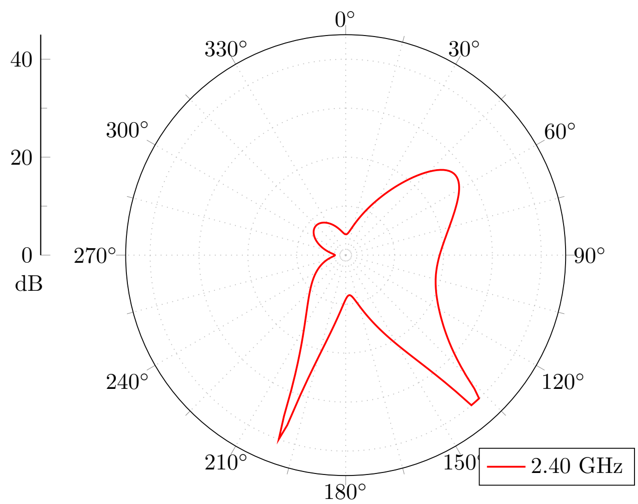
Na wykresie widoczne są rezonanse zestawione w tab. 5.9. Można zauważyć, że kolejne rezonanse są coraz silniejsze i mają coraz szersze pasma. Wydaje się też, że efektywność promieniowania rośnie wraz ze wzrostem częstotliwości. Trend ten będzie miał miejsce do częstotliwości, dla której istotną rolę zaczną odgrywać straty dielektryczne podłoża.

Na rys. 5.16 przedstawiono charakterystyki promieniowania w płaszczyźnie E. Maksymalną kierunkowość osiągnięto dla rezonansu 7,81 GHz i wynosi ona 8,81 dBi dla kąta 57°. Na tej samej częstotliwości rezonansowej występują listki boczne o wartości 3,94 dBi (dla kąta 9°) oraz 4,19 dBi (dla kąta 26°). Maksimum charakterystyki kierunkowej dla częstotliwości rezonansowej 2,40 GHz jest przesunięty względem kierunku prostopadłego do apertury anteny (339°). W płaszczyźnie H dla częstotliwości rezonansowej 2,40 GHz maksymalna kierunkowość (4,26 dBi) występuje dla kąta 336°.



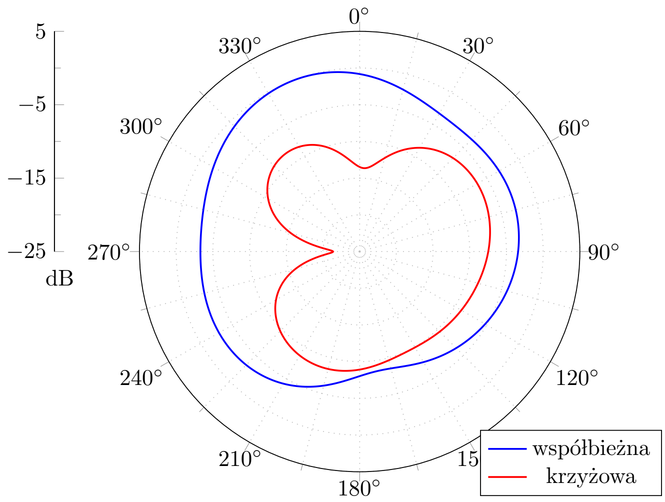
Rys. 5.16 Charakterystyki kierunkowe anteny z punktem zasilania umieszczonym we fragmencie nr 2 a) w płaszczyźnie E b) w płaszczyźnie H

Na rys. 5.17 przedstawiono wykres współczynnika osiowego polaryzacji. W kierunku listka głównego antena spolaryzowana jest kołowo prawoskrętnie (wartość ponizej 3 dB).



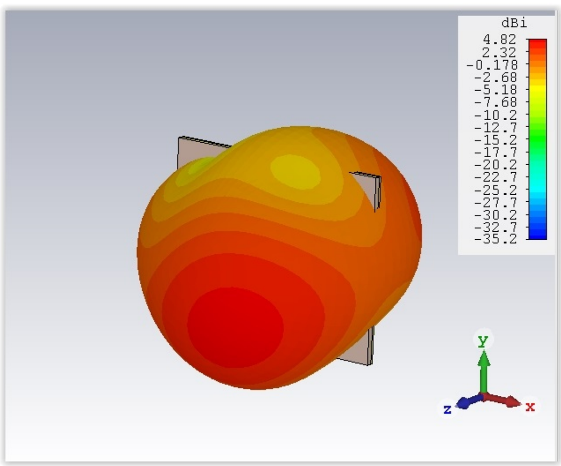
Rys. 5.17 Współczynnik osiowy polaryzacji anteny opartej o iterację 3 z punktem zasilania umieszczonym we fragmencie 2 dla częstotliwości rezonansowej 2,40 GHz

Na rys. 5.18 przedstawiono znormalizowane charakterystyki polaryzacji współbieżnej oraz krzyżowej. Separacja pomiędzy obiema charakterystykami w kierunku promieniowania listka głównego wynosi ok. 7 dB.



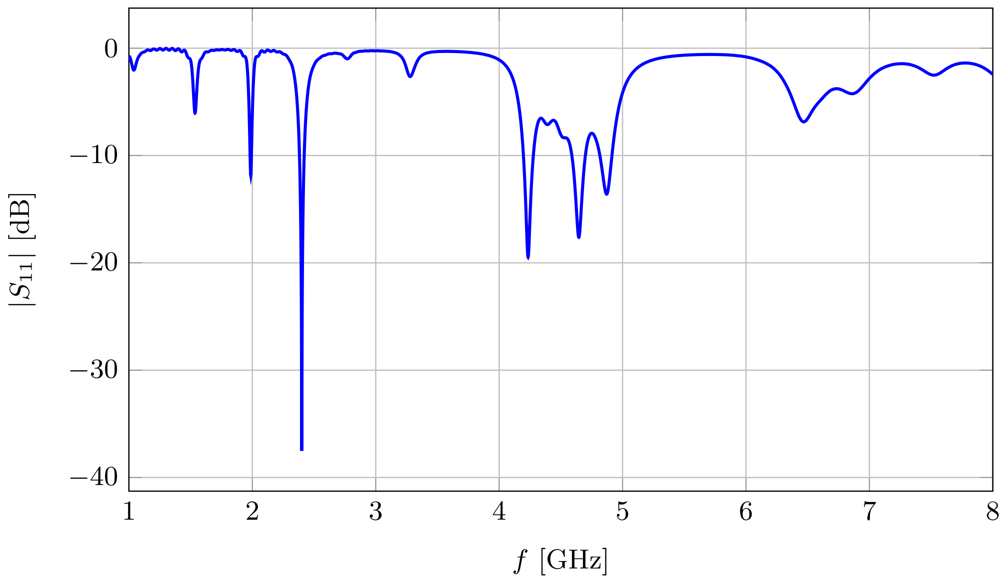
Rys. 5.18 Znormalizowane charakterystyki polaryzacji współbieżnej i krzyżowej anteny opartej o iterację 3 z punktem zasilania umieszczonym we fragmencie 2 dla częstotliwości rezonansowej 2,40 GHz

Charakterystykę przestrzenną trójwymiarową przedstawiono na rys. 5.19



Rys. 5.19 Charakterystyka przestrzenna anteny opartej o iterację 3 z punktem zasilania umieszczonym w fragmencie 2 dla częstotliwości rezonansowej 2,40 GHz

Charakterystykę dopasowania dla punktu zasilania umieszczonego we fragmencie nr 4, przedstawiono na rys. 5.20.



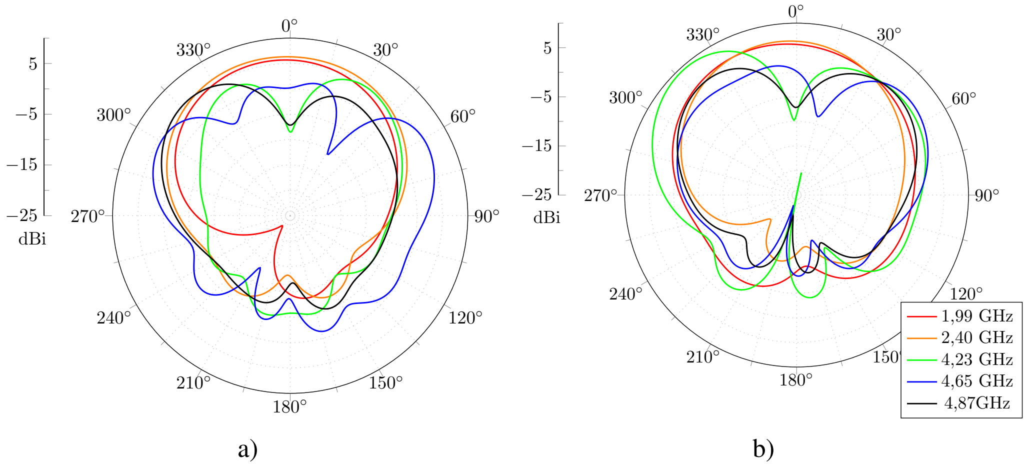
Rys. 5.20 Wykres współczynnika odbicia ($|S_{11}|$) dla punktu zasilania umieszczonego we fragmencie nr 4

Punkt zasilania umieszczono 8,76 mm od środka połączenia z segmentem nr 5. W analizowanym zakresie 1–8 GHz występuje 5 rezonansów. Szerokości pasm mieszczą sie w zakresie 0,5–2,4%. Szczegółowe wyniki przedstawiono w tab. 5.11.

Tab. 5.11 Zestawienie wyników obliczeń metodą numeryczną dla fragmentu nr 4 anteny opartej na trzeciej iteracji fraktala

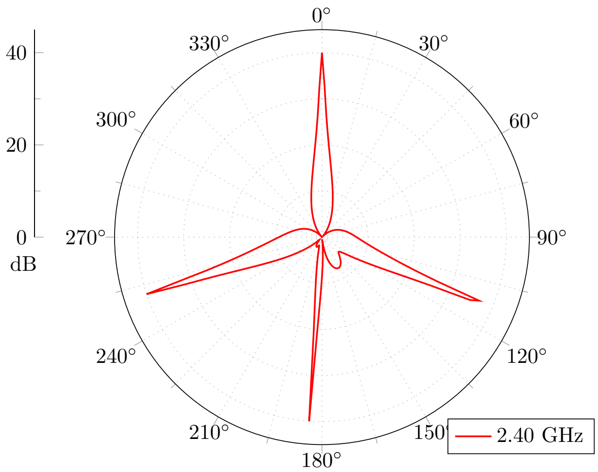
numer fragmentu	częstotliwość rezonansowa [GHz]	$\|S_{11}\|$ [dB]	szerokość pasma [MHz]	szerokość pasma [%]
4	1,99	−11,86	10,7	0,5%
	2,40	−36,69	38,5	1,6%
	4,23	−19,52	80,6	1,9%
	4,65	−17,64	109,7	2,4%
	4,87	−13,62	98,3	2,0%

Na rys. 5.21 przedstawiono charakterystyki kierunkowe anteny. W płaszczyźnie E maksimum promieniowania występuje dla rezonansu 2,40 GHz i wynosi ono 6,38 dBi dla kąta 350°. Dla trzech ostatnich rezonansów nie występuje jeden listek główny, lecz dwa symetrycznie rozłożone w stosunku do kierunku 0°. Podobnie zjawisko można zaobserwować dla charakterystyk promieniowania w płaszczyźnie H. Dla rezonansu 2,40 GHz maksymalna kierunkowość (6,45 dBi) występuje dla kąta 352°.



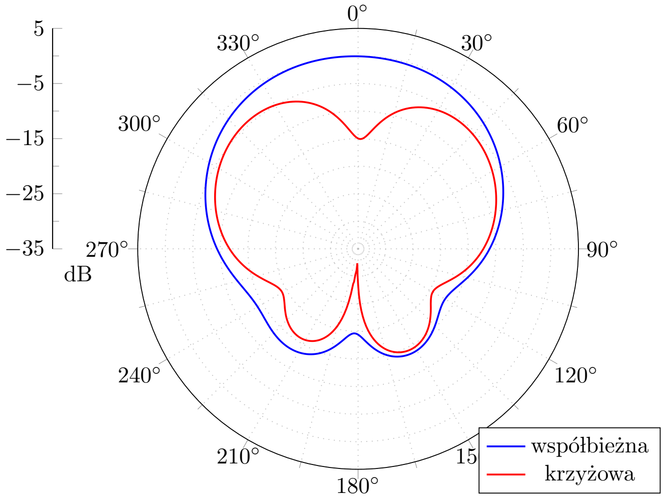
Rys. 5.21 Charakterystyki anteny z punktem zasilania umieszczonym we fragmencie nr 4 a) w płaszczyźnie E b) w płaszczyźnie H

Na rys. 5.22 przedstawiono wykres współczynnika osiowego polaryzacji. W kierunku listka głównego antena spolaryzowana jest liniowo.



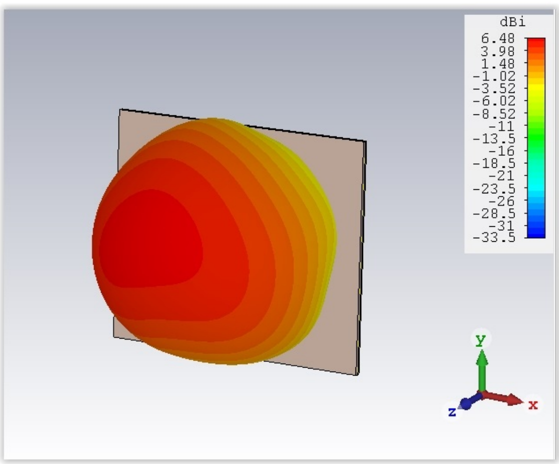
Rys. 5.22 Współczynnik osiowy polaryzacji anteny opartej o iterację 3 z punktem zasilania umieszczonym we fragmencie 4 dla częstotliwości rezonansowej 2,40 GHz

Na rys. 5.23 przedstawiono znormalizowane charakterystyki polaryzacji współbieżnej oraz krzyżowej. Separacja pomiędzy obiema charakterystykami na kierunku 0° osiąga największą wartość ok. 15 dB.



Rys. 5.23 Znormalizowane charakterystyki polaryzacji współbieżnej i krzyżowej anteny opartej na iteracji trzeciej z punktem zasilania umieszczonym we fragmencie 4 dla częstotliwości rezonansowej $2,40$ GHz

Charakterystykę przestrzenną przedstawiono na rys. 5.24

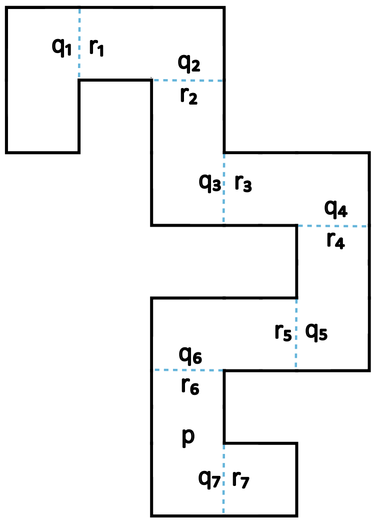


Rys. 5.24 Charakterystyka przestrzenna anteny opartej o iterację 3 z punktem zasilania umieszczonym we fragmencie nr 4 dla częstotliwości rezonansowej $2,40$ GHz

Maksymalna kierunkowość anteny opartej na iteracji trzeciej zasilanej we fragmencie nr 4 wynosi 6,48 dBi.

5.3.3 Analiza metodą segmentacji

Do analizy metodą segmentacji, opisaną w 4.3, wybrano fragment nr 2, ze względu na występowanie licznych rezonansów oraz stosunkowo niewielkie rozmiary. Dla potrzeb analizy zmieniono sposób podziału anteny na fragmenty. Rozpatrywane segmenty przedstawiono na rys 5.25.



Rys. 5.25 Podział anteny fraktalnej trzeciej iteracji na segmenty

Wrota połączeń zostały kolejno ponumerowane – wrota q: $(q_1, q_2, \ldots, q_7)$, wrota r: $(r_1, r_2, \ldots, r_7)$ oraz port zasilania – p. Kolejnym krokiem analizy jest przedstawienie analityczne powiązań pomiędzy wrotami.

Opis zależności można przedstawić w postaci macierzy:

$$\begin{bmatrix} V_p \\ V_q \\ V_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{pp} & Z_{pq} & Z_{pr} \\ Z_{qp} & Z_{qq} & Z_{qp} \\ Z_{rp} & Z_{rq} & Z_{rr} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_p \\ I_q \\ I_r \end{bmatrix}. \tag{5.1}$$

Dla przypadku powyższej anteny macierz przyjmuje postać:

$$\begin{bmatrix} V_p \\ V_{q1} \\ \vdots \\ V_{q7} \\ V_{r1} \\ \vdots \\ V_{r7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_p & Z_{pq1} & \dots & Z_{pq7} & Z_{pr1} & \dots & Z_{pr7} \\ Z_{q1p} & Z_{q1q1} & \dots & Z_{q1q7} & Z_{q1r1} & \dots & Z_{q1r7} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_{q7p} & Z_{q7q1} & \dots & Z_{q7q7} & Z_{q7r1} & \dots & Z_{q7r7} \\ Z_{r1p} & Z_{r1q1} & \dots & Z_{r1q7} & Z_{r1r1} & \dots & Z_{r1r7} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_{r7p} & Z_{r7q1} & \dots & Z_{r7q7} & Z_{r7r1} & \dots & Z_{r7r7} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_p \\ i_{q1} \\ \vdots \\ i_{q7} \\ i_{r1} \\ \vdots \\ i_{r7} \end{bmatrix}. \tag{5.2}$$

Napięcie występujące na wrotach zasilania można przedstawić w postaci:

$$V_p = Z_p i_p + Z_{pr6} i_{r6} + Z_{pq7} i_{q7}. \tag{5.3}$$

W związku z tym, że wrota p nie mają fizycznego, bezpośredniego połączenia z pozostałymi wrotami odpowiednie wartości elementów macierzy wynoszą 0. Impedancja wejściowa Z_{we} obliczona jest z następującej zależności:

$$Z_{we} = \frac{V_p}{i_p}. \tag{5.4}$$

Do obliczenia powyższego niezbędne jest obliczenie wartości prądów macierzy **I**. Jednocześnie należy wykorzystać zależności:

$$V_q = V_r, \tag{5.5a}$$

$$I_q + I_r = 0. \tag{5.5b}$$

Analizując połączenie nr 7 (q_7 oraz r_7) można wyprowadzić następujące zależności

$$V_{q7} = Z_{q7q7} i_{q7} + Z_{q7p} i_p + Z_{q7r6} i_{r6} \tag{5.6}$$

oraz

$$V_{r7} = Z_{r7r7} i_{r7}, \tag{5.7}$$

następnie, zgodnie z zależnościami (5.5a) oraz (5.5b), porównując V_{q7} i V_{r7} oraz podstawiając $i_{q7} = -i_{r7}$, wartość prądu i_{r6} wynosi:

$$i_{r6} = \frac{Z_{q7q7} + Z_{r7r7}}{Z_{q7r6}} i_{r7} - \frac{Z_{q7p} i_p}{Z_{q7r6}}. \tag{5.8}$$

Dla uproszczenia dalszych obliczeń wprowadzono następujące parametry:

$$A = \frac{Z_{q7q7} + Z_{r7r7}}{Z_{q7r6}}, \tag{5.9a}$$

$$B = -\frac{Z_{q7p} i_p}{Z_{q7r6}}, \tag{5.9b}$$

a więc ostatecznie

$$i_{r6} = A i_{r7} - B i_p. \tag{5.10}$$

Dla połączenia nr 6 powstaje następująca para równań:

$$V_{q6} = Z_{q6q6} i_{q6} + Z_{q6r5} i_{r5}, \tag{5.11a}$$

$$V_{r6} = Z_{r6r6} i_{r6} + Z_{r6p} i_p + Z_{r6q7} i_{q7}. \tag{5.11b}$$

Po porównaniu V_{q6} i V_{r6} oraz podstawieniu $i_{q6} = -i_{r6}$, wartość prądu i_{r7} wynosi:

$$i_{r7} = C i_{r5} + D i_p, \tag{5.12}$$

gdzie

$$C = \frac{Z_{q6r5}}{Z_{r6q7} + A Z_{q6q6} + A Z_{r6r6}}, \tag{5.13a}$$

$$D = \frac{B Z_{q6q6} - Z_{r6p} + B Z_{r6r6}}{Z_{r6q7} + A Z_{q6q6} + A Z_{r6r6}}. \tag{5.13b}$$

Analogiczne postępowanie przeprowadzono dla kolejnych połączeń. Równania dla połączenia nr 5 przyjmują następującą postać:

$$V_{q5} = Z_{q5q5} i_{q5} + Z_{q6r5} i_r 5, \tag{5.14a}$$

$$V_{r5} = Z_{r5r5} i_{r5} + Z_{r5q6} i_{q6}. \tag{5.14b}$$

Po porównaniu V_{q5} i V_{r5} oraz podstawiając $i_{q5} = -i_{r5}$, wartość prądu i_{r5} wynosi:

$$i_{r5} = Ei_p + Fi_{r4}, \tag{5.15}$$

gdzie

$$E = \frac{BZ_{r5q6} - ADZ_{r5q6}}{Z_{q5q5} + Z_{r5r5} - ACZ_{r5q9}}, \tag{5.16a}$$

$$F = \frac{Z_{q5r4}}{Z_{q5q5} + Z_{r5r5} - ACZ_{r5q6}}. \tag{5.16b}$$

Równania dla połączenia nr 4 przyjmują następującą postać:

$$V_{q4} = Z_{q4q4}i_{q4} + Z_{q4r3}i_{r3}, \tag{5.17a}$$

$$V_{r4} = Z_{r4r4}i_{r4} + Z_{r4q5}i_{q5}. \tag{5.17b}$$

Po porównaniu V_{q4} i V_{r4} oraz podstawiając $i_{q4} = -i_{r4}$, wartość prądu i_{r4} wynosi:

$$i_{r5} = Gi_p + Hi_{r3}, \tag{5.18}$$

gdzie

$$G = \frac{EZ_{r4q5}}{Z_{q4q4} + Z_{r4r4} - FZ_{r4q5}}, \tag{5.19a}$$

$$H = \frac{Z_{q4r3}}{Z_{q4q4} + Z_{r4r4} - FZ_{r4q5}}. \tag{5.19b}$$

Równania dla połączenia nr 3 przyjmują następującą postać:

$$V_{q3} = Z_{q3q3}i_{q3} + Z_{q3r2}i_{r2}, \tag{5.20a}$$

$$V_{r3} = Z_{r3r3}i_{r3} + Z_{r3q4}i_{q4}. \tag{5.20b}$$

Po porównaniu V_{q3} i V_{r3} oraz podstawiając $i_{q3} = -i_{r3}$, wartość prądu i_{r3} wynosi:

$$i_{r3} = Ii_p + Ji_{r2}, \tag{5.21}$$

gdzie

$$I = \frac{GZ_{r3q4}}{Z_{q3q3} + Z_{r3r3} - HZ_{r3q4}}, \tag{5.22a}$$

$$H = \frac{Z_{q3r2}}{Z_{q3q3} + Z_{r3r3} - HZ_{r3q4}}. \tag{5.22b}$$

Równania dla połączenia nr 2 przyjmują następującą postać:

$$V_{q2} = Z_{q2q2}i_{q2} + Z_{q2r1}i_{r1}, \tag{5.23a}$$

$$V_{r2} = Z_{r2r2}i_{r2} + Z_{r2q3}i_{q3}. \tag{5.23b}$$

Po porównaniu V_{q2} i V_{r2} oraz podstawiając $i_{q2} = -i_{r2}$, wartość prądu i_{r2} wynosi:

$$i_{r2} = Ki_p + Li_{r1}, \tag{5.24}$$

gdzie

$$K = \frac{IZ_{r2q3}}{Z_{q2q2} + Z_{r2r2} - JZ_{r2q3}}, \tag{5.25a}$$

$$L = \frac{Z_{q2r1}}{Z_{q2q2} + Z_{r2r2} - JZ_{r2q3}}. \tag{5.25b}$$

Równania dla połączenia nr 1 przyjmują następującą postać:

$$V_{q1} = Z_{q1q1}i_{q1}, \tag{5.26a}$$

$$V_{r1} = Z_{r1r1}i_{r1} + Z_{r1q2}i_{q2}. \tag{5.26b}$$

Po porównaniu V_{q1} i V_{r1} oraz podstawiając $i_{q1} = -i_{r1}$, wartość prądu i_{r1} wynosi:

$$i_{r1} = Mi_p, \tag{5.27}$$

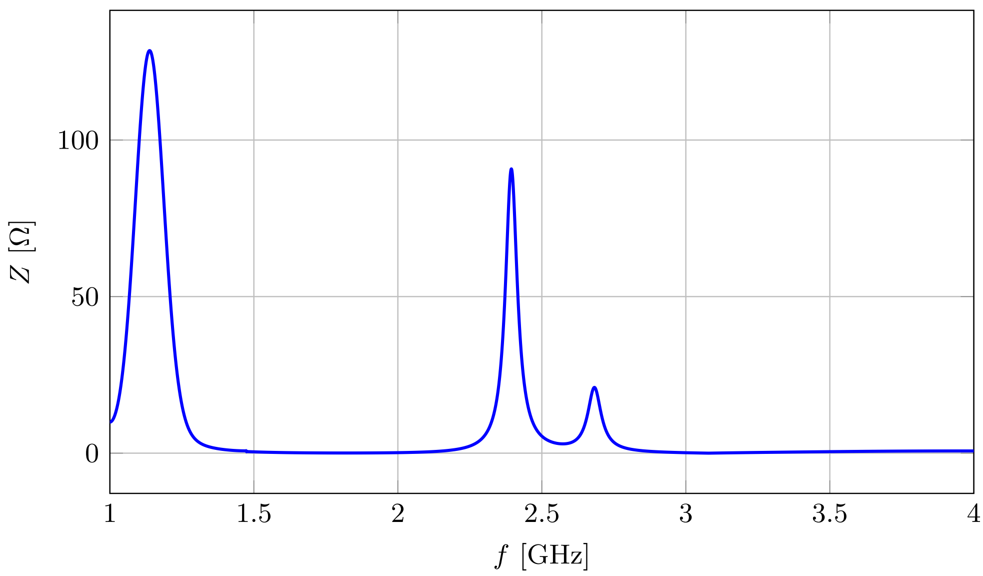
gdzie

$$M = \frac{KZ_{r1q2}}{Z_{q1q1} + Z_{r1r1} - LZ_{r1q2}}. \tag{5.28}$$

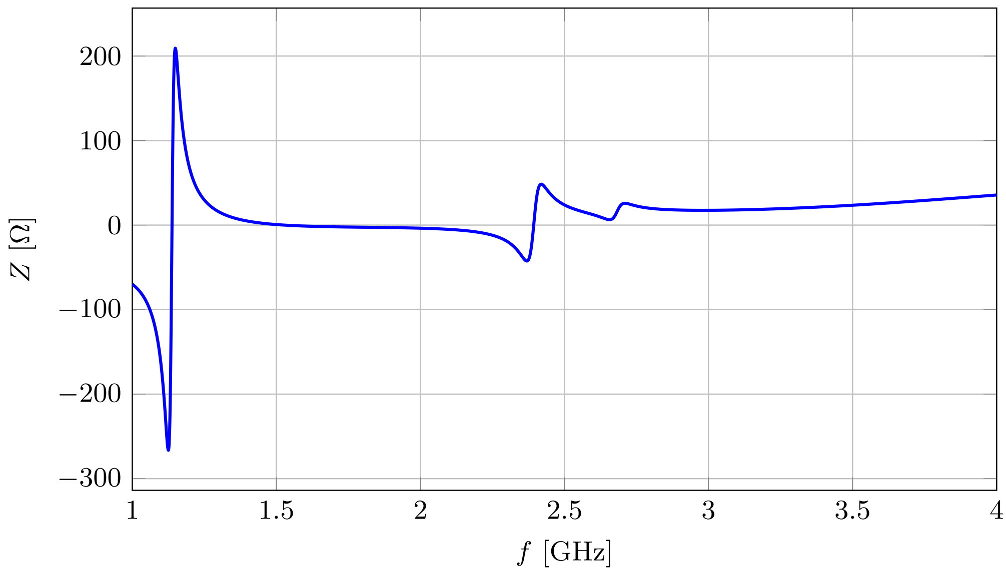
Ostatecznie, podstawiając powyższe równania, określające wartości prądów połączeń do równania (5.4), otrzymuje się:

$$Z_{we} = \frac{V_p}{i_p} = Z_p - BZ_{zpr6} - DZ_{pq7} + ADZ_{pr6} - CEZ_{pq7} + \\ ACEZ_{pr6} - CFGZ_{pq7} + ACFGZ_{pr6} - CFHIZ_{pq7} + ACFHIZ_{pr6} - \\ CFHJKZ_{pq7} + ACFHJKZ_{pr6} - CFHJLMZ_{pq7} + ACFHJLMZ_{pr6}. \quad (5.29)$$

Następnie korzystając z wyrażeń na poszczególne impedancje połączeń opisanych w 4.1.4 obliczono wartość impedancji wejściowej anteny, zależnie od częstotliwości. Przebiegi części rzeczywistej i urojonej impedancji przedstawiano na rys. 5.26 oraz 5.27.

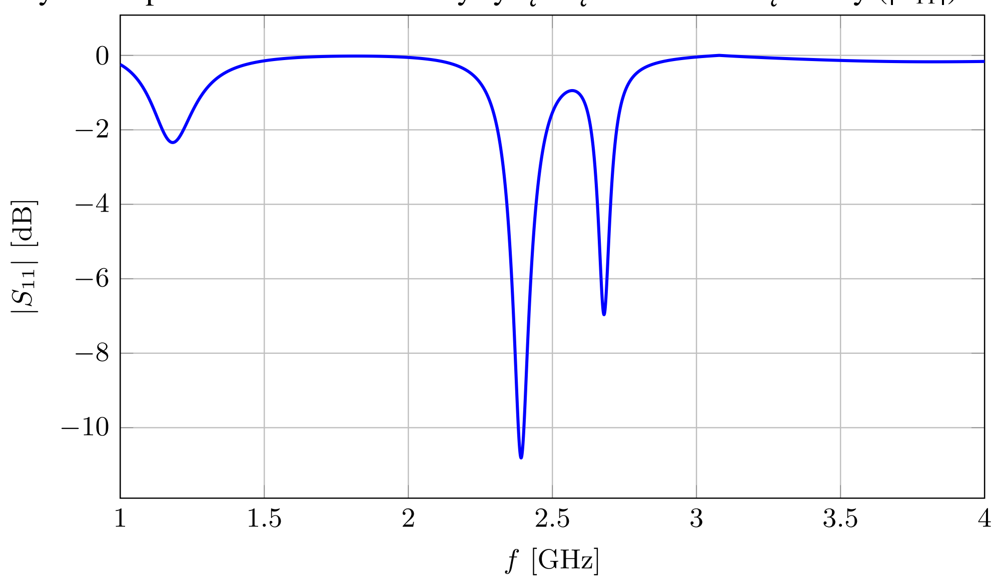


Rys. 5.26 Część rzeczywista impedancji wejściowej anteny



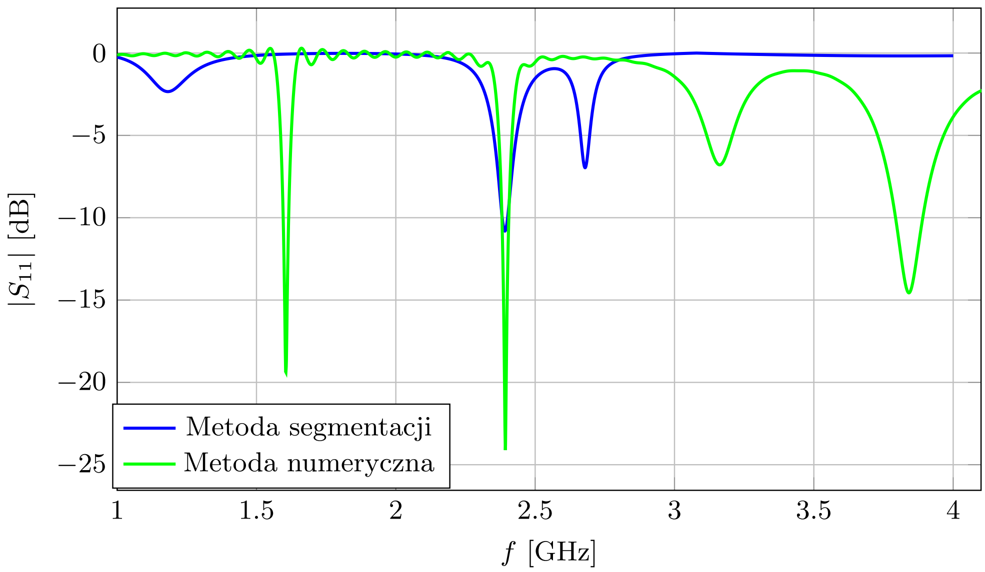
Rys. 5.27 Część urojona impedancji wejściowej anteny

Na rys. 5.28 przedstawiono charakterystykę częstotliwościową anteny ($|S_{11}|$).



Rys. 5.28 Wykres współczynnika odbicia ($|S_{11}|$)

Na powyższych charakterystykach można zaobserwować dwa pasma (2,4 oraz 2,68 GHz). W porównaniu do metody numerycznej liczba rezonansów jest mniejsza, jednakże dla częstotliwości 2,4 GHz rezonanse pokrywają się.



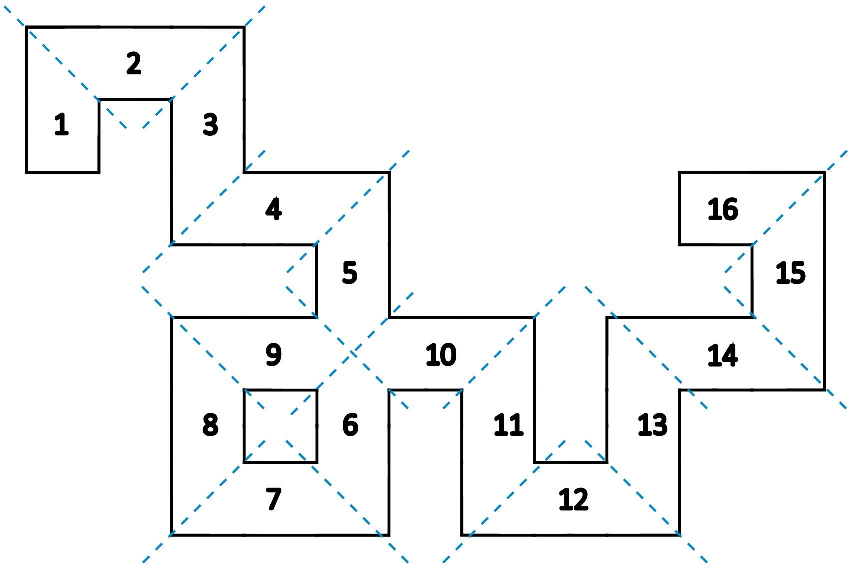
Rys. 5.29 Porównanie charakterystyk otrzymanych za pomocą obliczeń metodami numerycznymi oraz analitycznymi.

Na rys. 5.29 przedstawiono porównanie obu metod obliczeń, w zakresie częstotliwości 1–4 GHz. Rezonans na częstotliwości 2,4 GHz jest zbieżny z rezultatem otrzymanym przy zastosowaniu metody numerycznej. Występuje również niewielki rezonans na częstotliwości 2,68 GHz, jednakże jest znacznie przesunięty względem wartości otrzymanej za pomocą metody numerycznej. Metoda ta może być przydatna w analizie stosunkowo wąskiego pasma, gdzie dobrze odwzorowuje częstotliwość rezonansową.

Metoda segmentacji jest metodą analityczną, którą dość łatwo można zaimplementować w antenach fraktalnych. Pomimo dość żmudnych obliczeń, metoda ta jest ustrukturyzowana w kilku krokach obliczeń i może być powtarzana dla kolejnych segmentów. Możliwe jest przeanalizowanie zmian właściwości anteny, pod wpływem zmian różnych parametrów fizycznych. Z pomocą środowisk komputerowych wspomagających obliczenia (np. MATLAB), możliwe jest łatwa aplikacja metody oraz zobrazowanie wyników. Dodatkowa zaletą takiej implementacji może być zastosowanie różnych metod optymalizacji (np. algorytm genetyczny, optymalizacja za pomocą roju cząstek), tak aby dobrać wymiary anteny oraz lokalizację punktu zasilania uzyskujac najlepsze dopasowanie.

5.4 Antena oparta na czwartej iteracji fraktala Heighwaya

Antenę fraktalną Heighwaya czwartej iteracji, z podziałem na fragmenty, przedstawiono na rys. 5.30.

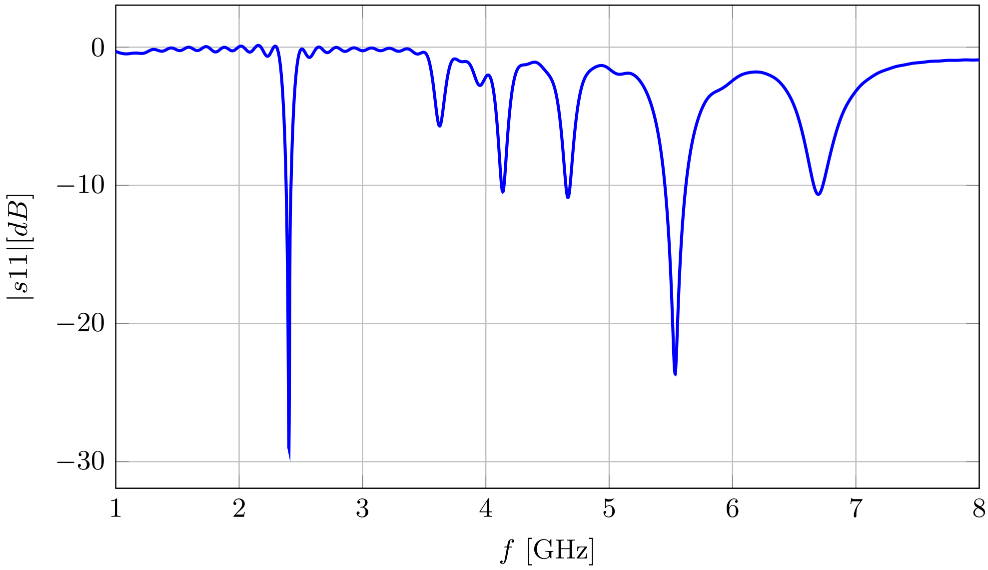


Rys. 5.30 Podział na fragmenty anteny fraktalnej Heighwaya czwartej iteracji

Antena składa się z 16 segmentów. W analizowanej iteracji kształt fraktala nakłada się na siebie, co tworzy pętlę, która może mieć wpływ na sprzężenia oraz występowania dodatkowych pojemności. Wymiary modelu anteny zrealizowanej w oparciu o tę iterację przedstawiono w dodatku A (tab. A.2). Długości segmentów zawierają się w przedziale 3,6–10,9 mm, a szerokości 1,8–6,9 mm. Przeciętna długość jaką uzyskano wynosi 6,3 mm, a szerokość 3,6 mm. Powierzchnia całej anteny, w zależności od analizowanego fragmentu, mieści się w przedziale 7–64,9 cm^2.

Wyniki obliczeń zrealizowanych za pomocą metody numerycznej przedstawiono w dodatku A (tab. A.1). Liczba pasm w poszczególnych fragmentach charakterystyki w paśmie od 1–8 GHz, mieści się w zakresie od 1 do 5. Wartości modułu współczynnika odbicia $|S_{11}|$ badanych anten zawierają się w przedziale od $-10,52$ do $-48{,}42$ dB, gdzie przyjęto, że wartością progową współczynnika $|S_{11}|$ jest -10 dB. Przeciętna szerokość pasma wynosi ok. 2,4%.

Charakterystykę odbiciową $|S_{11}|$ dla fragmentu nr 2 przedstawiono na rys. 5.31, a zestawienie wyników zawarto w tab. 5.12



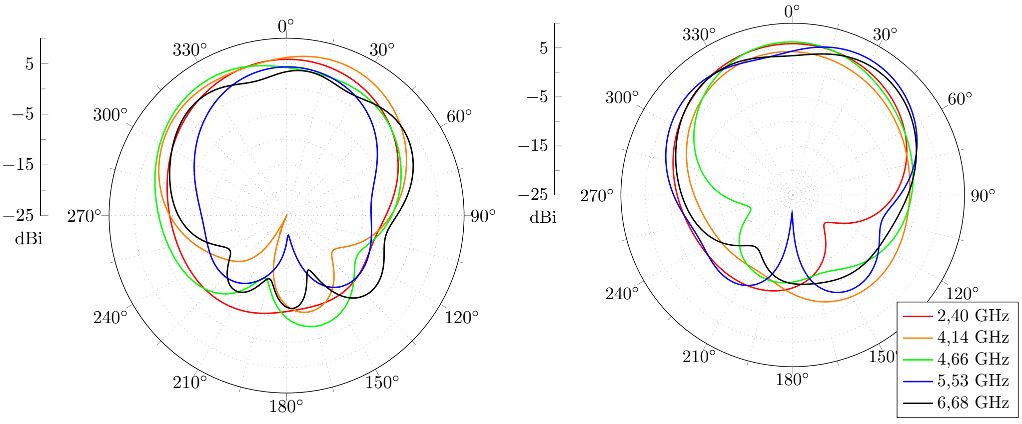
Rys. 5.31 Wykres współczynnika odbicia dla punktu zasilania umieszczonego we fragmencie nr 2

Punkt zasilania umieszczono w odległości 5,16 mm od środka połączenia z segmentem nr 1. W analizowanym zakresie 1–8 GHz występuje 5 rezonansów. Charakteryzują się wąskim pasmem (0,6–1,6%), jedynie częstotliwość rezonansowa 5,53 GHz ma szerokość 170 MHz (3,1%).

Tab. 5.12 Zestawienie wyników obliczeń metodą numeryczną dla fragmentu nr 2 anteny opartej na czwartej iteracji fraktala

numer fragmentu	częstotliwość rezonansowa [GHz]	$\|S_{11}\|$ [dB]	szerokość pasma [MHz]	szerokość pasma [%]
2	2,40	−29,14	37,40	1,6%
	4,14	−11,03	26,20	0,6%
	4,66	−11,05	36,50	0,8%
	5,53	−23,90	170,00	3,1%
	6,68	−10,52	63,10	0,9%

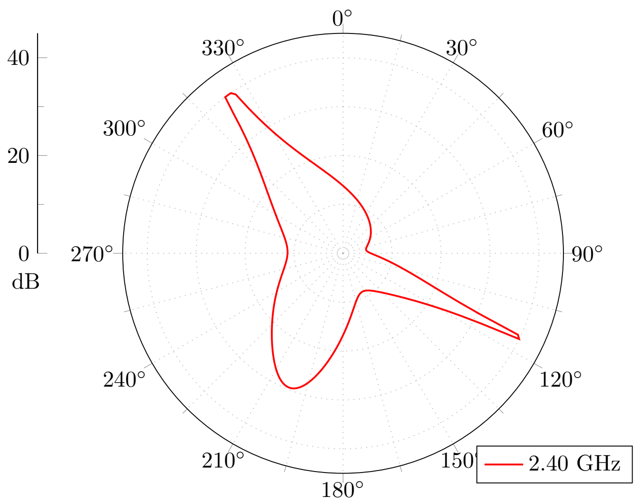
Na rys. 5.32 przedstawiono charakterystyki promieniowania dla płaszczyzn E i H. Maksymalną wartość kierunkowości osiągnięto dla rezonansu 4,66 GHz. Wynosi ona 6,94 dBi (w płaszczyźnie E), a dla rezonansu 2,4 GHz wynosi 5,84 dBi.



a) b)

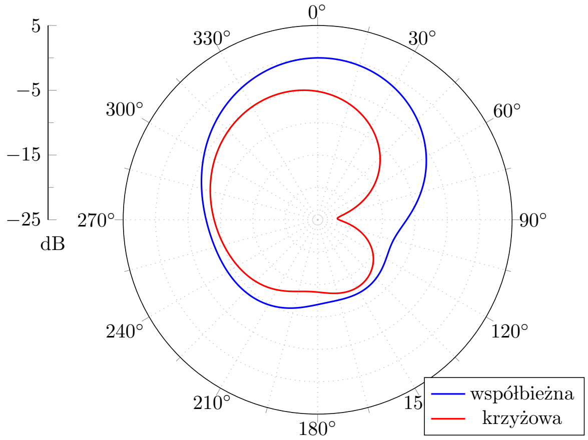
Rys. 5.32 Charakterystyki anteny z punktem zasilania umieszczonym we fragmencie nr 2 a) w płaszczyźnie E b) w płaszczyźnie H

Rys. 5.33 przedstawia wykres współczynnika osiowego polaryzacji. W kierunku listka głównego antena spolaryzowana jest eliptycznie prawoskrętnie (wartość pomiędzy 10, a 20 dB).



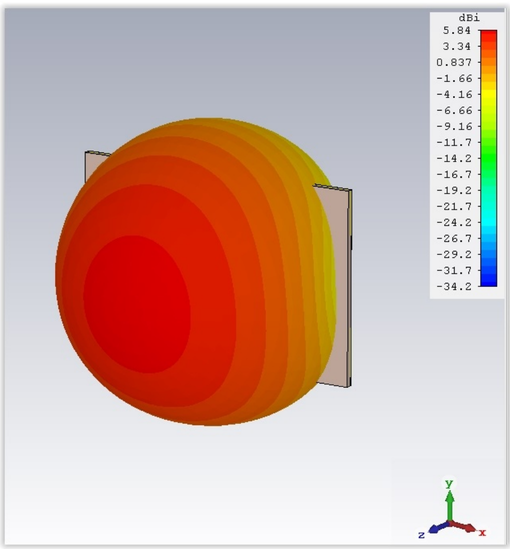
Rys. 5.33 Współczynnik osiowy polaryzacji anteny opartej na iteracji czwartej z punktem zasilania umieszczonym w fragmencie nr 2 dla częstotliwości rezonansowej $2,40$ GHz

Na rys. 5.34 przedstawiono znormalizowane charakterystyki polaryzacji współbieżnej oraz krzyżowej. Separacja pomiędzy obiema charakterystykami w kierunku promieniowania listka głównego wynosi ok. 5 dB.



Rys. 5.34 Znormalizowane charakterystyki polaryzacji współbieżnej i krzyżowej anteny opartej na iteracji czwartej z punktem zasilania umieszczonym we fragmencie nr 2 dla częstotliwości rezonansowej 2, 40 GHz

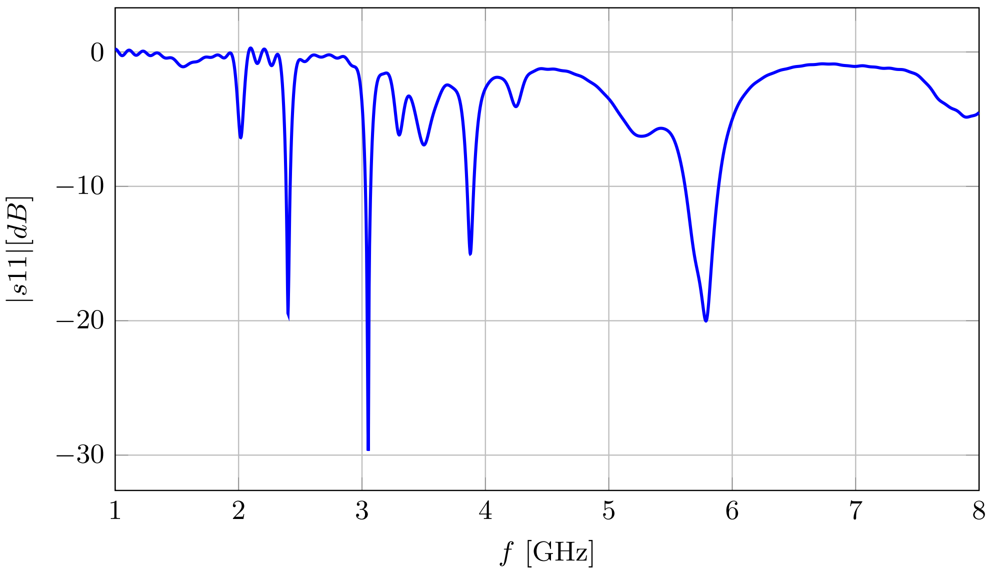
Charakterystykę przestrzenną przedstawiono na rys. 5.35



Rys. 5.35 Charakterystyka przestrzenna anteny opartej na iteracji czwartej z punktem zasilania umieszczonym we fragmencie nr 2 dla częstotliwości rezonansowej 2, 40 GHz

Antena iteracji czwartej zasilana we fragmencie nr 2 charakteryzuje się promieniowaniem o maksymalnej wartości kierunkowości 5,84 dBi.

Charakterystykę odbiciową $|S_{11}|$ dla fragmentu nr 13 przedstawiono na rys. 5.36, a zestawienie wyników zawarto w tab. 5.13



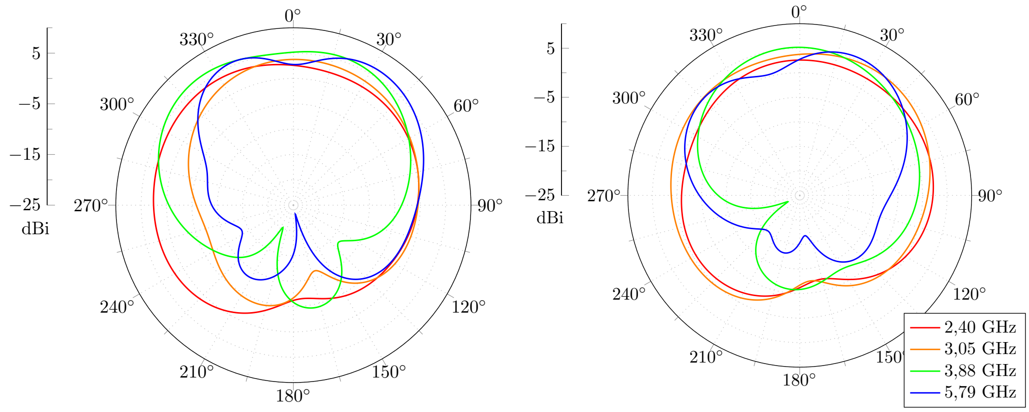
Rys. 5.36 Wykres współczynnika odbicia ($|S_{11}|$) dla punktu zasilania umieszczonego we fragmencie nr 13

Punkt zasilania umieszczono w środku kwadratu łączącym segment nr 12 i 13. W analizowanym zakresie 1–8 GHz występują 4 rezonanse. Szerokości pasm są znacznie szersze niż w poprzednio analizowanym fragmencie i mieszczą sie w zakresie 1,4–4,7%.

Tab. 5.13 Zestawienie wyników obliczeń metodą numeryczną dla fragmentu nr 13 anteny opartej o czwartą iterację

numer fragmentu	częstotliwość rezonansowa [GHz]	$\vert S_{11}\vert$ [dB]	szerokość pasma [MHz]	szerokość pasma [%]
13	2,40	−19,57	34,10	1,4%
	3,04	−26,46	44,30	1,5%
	3,88	−14,96	55,00	1,4%
	5,78	−19,98	270,90	4,7%

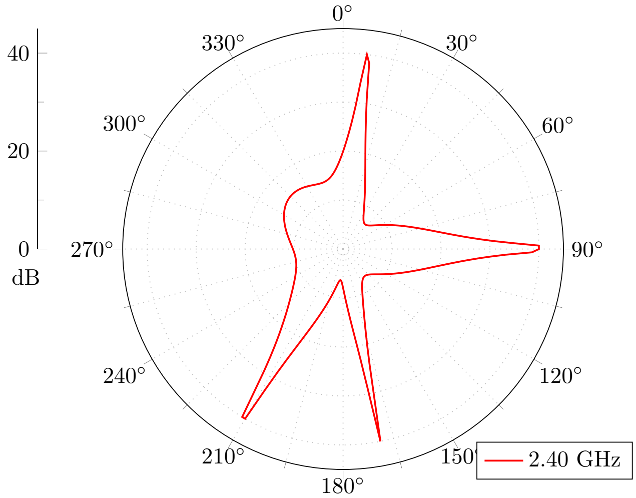
Na rys. 5.37 przedstawiono charakterystyki promieniowania dla płaszczyzn E i H. Maksymalną wartość kierunkowości osiągnięto dla rezonansu 4,66 GHz i wynosi ono 6,45 dBi (w płaszczyźnie E), a dla rezonansu 2,4 GHz wynosi 3,93 dBi na kierunku 323°.



a) b)

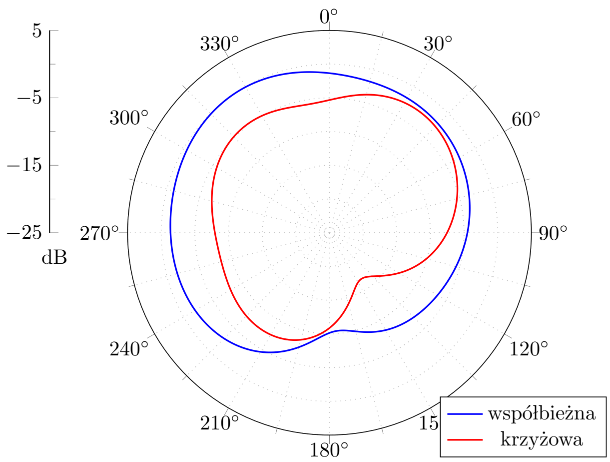
Rys. 5.37 Charakterystyki anteny z punktem zasilania umieszczonym we fragmencie nr 13 a) w płaszczyźnie E b) w płaszczyźnie H

Rys. 5.38 przedstawia wykres współczynnika osiowego polaryzacji. W kierunku listka głównego antena spolaryzowana jest eliptycznie prawoskrętnie (wartość pomiędzy 10, a 20 dB).



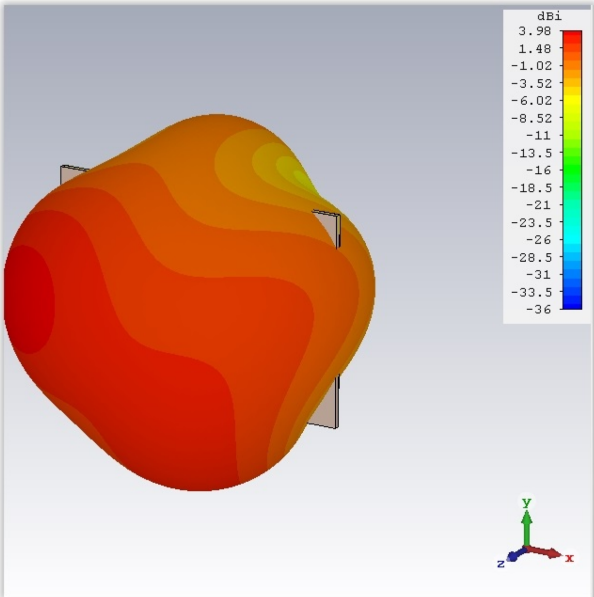
Rys. 5.38 Współczynnik osiowy polaryzacji anteny opartej na iteracji czwartej z punktem zasilania umieszczonym w fragmencie nr 13 dla częstotliwości rezonansowej $2,40$ GHz

Na rys. 5.39 przedstawiono znormalizowane charakterystyki polaryzacji współbieżnej oraz krzyżowej. Maksymalna separacja pomiędzy obiema charakterystykami wynosi ok. 7 dB.



Rys. 5.39 Znormalizowana charakterystyki polaryzacji współbieżnej i krzyżowej anteny opartej na iteracji czwartej z punktem zasilania umieszczonym w fragmencie nr 13 dla częstotliwości rezonansowej $2,40$ GHz

Charakterystykę przestrzenną przedstawiono na rys. 5.40

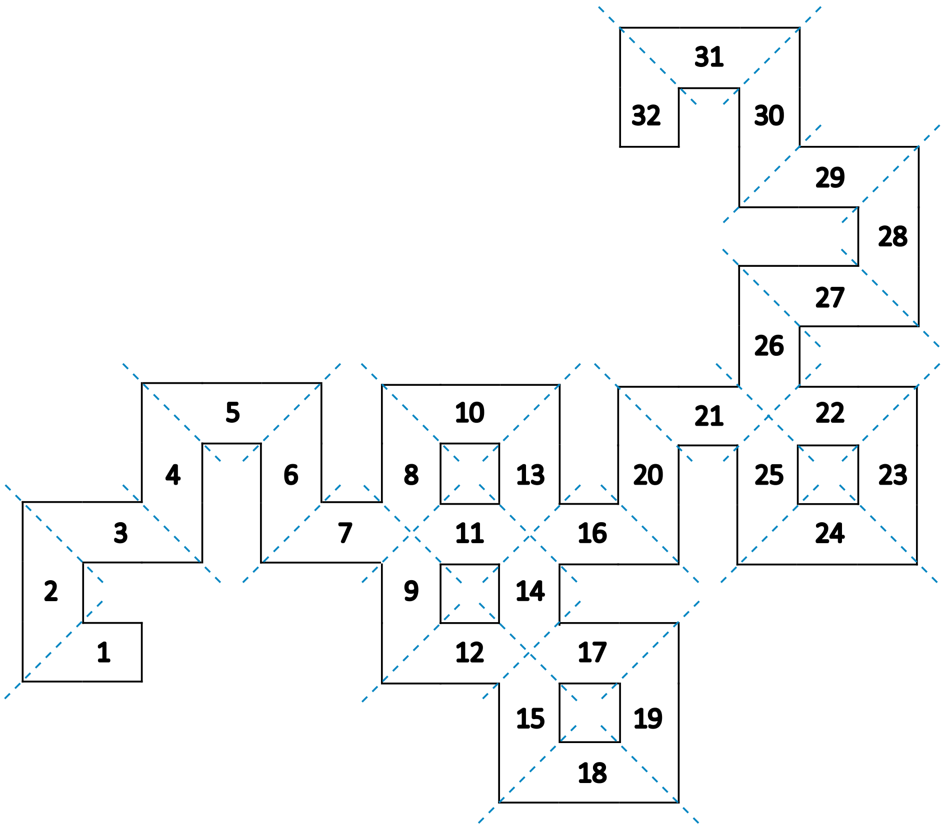


Rys. 5.40 Charakterystyka przestrzenna anteny opartej na iteracji czwartej z punktem zasilania umieszczonym w fragmencie nr 13 dla częstotliwości rezonansowej $2,40$ GHz

Maksymalna wartość kierunkowości wynosi 3,98 dBi.

5.5 Antena oparta na piątej iteracji fraktala Heighwaya

Antenę fraktalną Heighwaya piątej iteracji, z podziałem na fragmenty, przedstawiono na rys. 5.41.

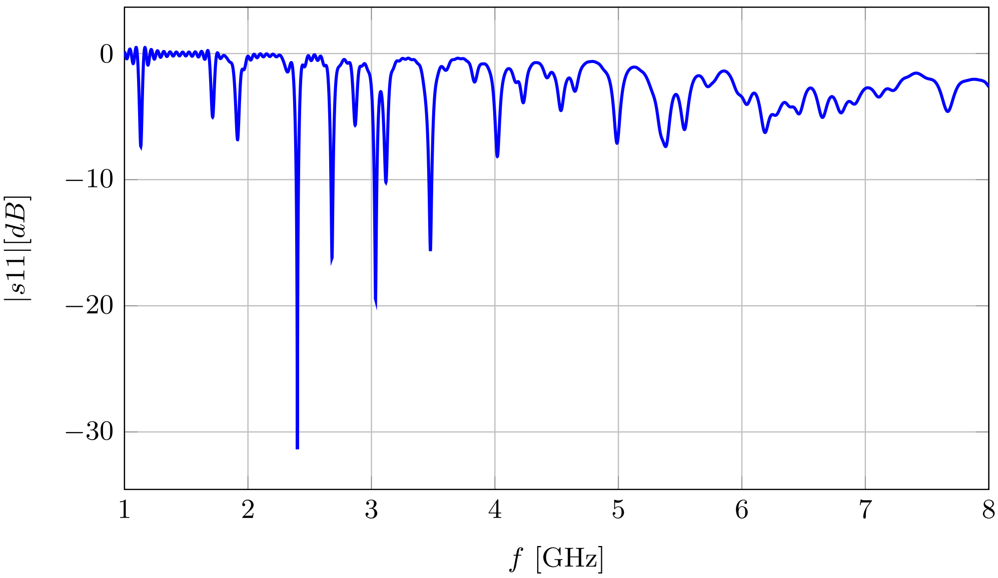


Rys. 5.41 Podział na fragmenty anteny fraktalnej Heighwaya piątej iteracji

Antena składa się z 32 segmentów. W analizowanej iteracji kształt fraktala nakłada się na siebie, co tworzy pętlę, która może mieć wpływ na sprzężenia oraz występowania dodatkowych pojemności.
Wymiary przedstawiono w dodatku A (tab. A.4). Długości segmentów zawierają się w przedziale 2,0–15,2 mm, a szerokości 2,0–10,0 mm. Przeciętna długość jaką uzyskano wynosi 5,1 mm, a szerokość 3,1 mm. Powierzchnia całej anteny, w zależności od analizowanego fragmentu, mieści się w przedziale 13–372 cm^2.

Wyniki obliczeń za pomocą metody numerycznej przedstawiono w dodatku A (tab. A.3). Liczba pasm w poszczególnych fragmentach w paśmie 1–8 GHz, mieści się w zakresie od 1 do 9. Wartości współczynnika dopasowania $|S_{11}|$ badanych anten zawierają się w przedziale od -10,13 do -58,72 dB, gdzie przyjęto, że wartością progową współczynnika $|S_{11}|$ jest -10 dB. Przeciętna szerokość pasma to ok. 1,2%. Stosunek częstotliwości środkowej pasma f_n, do częstotliwości środkowej, poprzedzającego pasma f_{n-1}, w 45% przypadków mieścił się w przedziale (0,99–1,21], a w 23% przypadków w przedziale (1,21–1,44].

Charakterystykę odbiciową $|S_{11}|$ dla fragmentu nr 12 przedstawiono na rys. 5.42, a zestawienie wyników zawarto w tab. 5.14



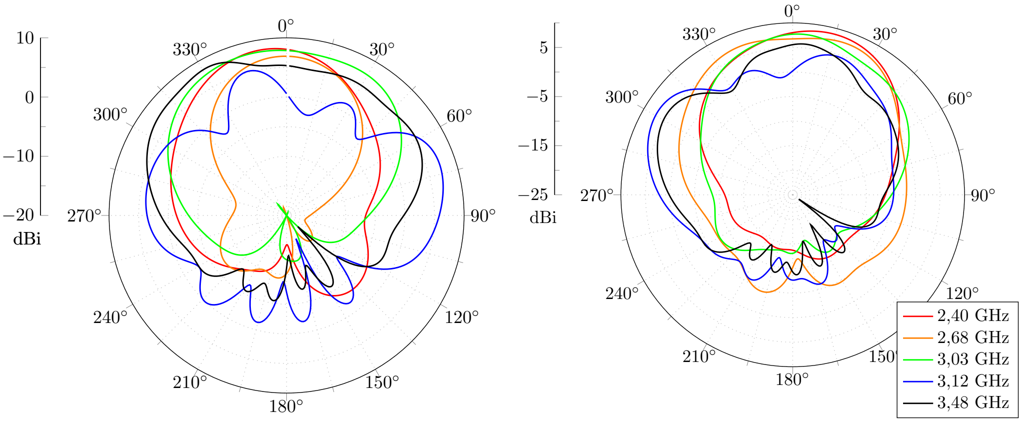
Rys. 5.42 Wykres współczynnika odbicia ($|S_{11}|$) dla punktu zasilania umieszczonego we fragmencie nr 12

Punkt zasilania umieszczono w odległości 0,8 mm od środka połączenia z segmentem nr 9. W analizowanym zakresie 1–8 GHz występuje 5 rezonansów, skoncentrowanych w podzakresie 2,4–3,5 GHz. Są one bardzo wąskie w porównaniu do anten o niższej liczbie iteracji (0,2–0,8%).

Tab. 5.14 Zestawienie wyników obliczeń metodą numeryczną dla fragmentu nr 12 anteny opartej o piątą iterację

numer fragmentu	częstotliwość rezonansowa [GHz]	$\lvert S_{11}\rvert$ [dB]	szerokość pasma [MHz]	szerokość pasma [%]
12	2,40	−31,44	19,10	0,8%
	2,68	−16,20	17,80	0,7%
	3,03	−19,48	21,90	0,7%
	3,12	−10,20	5,20	0,2%
	3,48	−15,55	23,90	0,7%

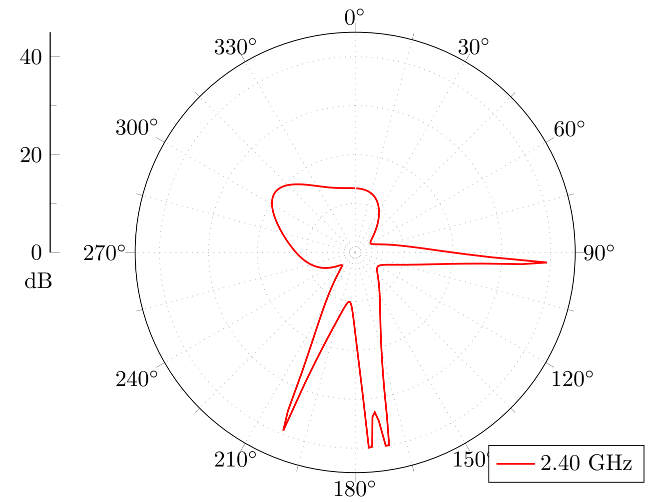
Na rys. 5.43 przedstawiono charakterystyki kierunkowe anteny dla wszystkich rezonansów wymienionych w tabeli 5.14. Największa wartość kierunkowości w płaszczyźnie E występuje dla częstotliwość rezonansowej 2,4 GHz i wynosi 8,37 dBi. Kąt maksymalnej wartości kierunkowości jest przesunięty względem kierunku prostopadłego do apertury anteny dla większości rezonansów. Dla wyższych częstotliwości dominują listki boczne. W płaszczyźnie H maksymalna kierunkowość o wartości 8,79 dBi dla kąta 14° występuje również dla rezonansu 2,4 GHz.



a) b)

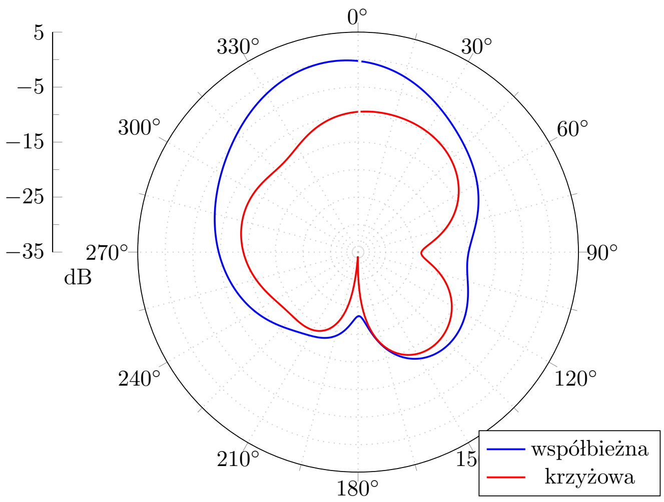
Rys. 5.43 Charakterystyki anteny z punktem zasilania umieszczonym we fragmencie nr 12 a) w płaszczyźnie E b) w płaszczyźnie H

Na rys. 5.44 przedstawiono wykres współczynnika osiowego polaryzacji. W kierunku listka głównego antena spolaryzowana jest eliptycznie prawoskrętnie (wartość pomiędzy 10, a 20 dB).



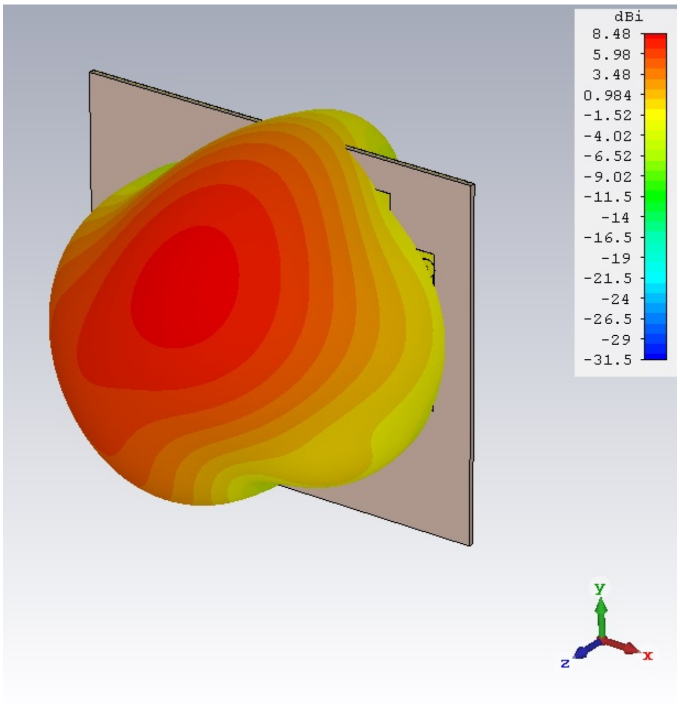
Rys. 5.44 Współczynnik osiowy polaryzacji anteny opartej o iterację piątą z punktem zasilania umieszczonym we fragmencie nr 12 dla częstotliwości rezonansowej $f = 2,40$ GHz

Na rys. 5.45 przedstawiono znormalizowane charakterystyki polaryzacji współbieżnej oraz krzyżowej. Separacja pomiędzy obiema charakterystykami w kierunku promieniowania listka głównego wynosi ok. 10 dB.



Rys. 5.45 Znormalizowana charakterystyki polaryzacji współbieżnej i krzyżowej anteny opartej na iteracji piątej z punktem zasilania umieszczonym we fragmencie nr 12 dla częstotliwości rezonansowej $f = 2,40$ GHz

Charakterystykę przestrzenną przedstawiono na rys. 5.46



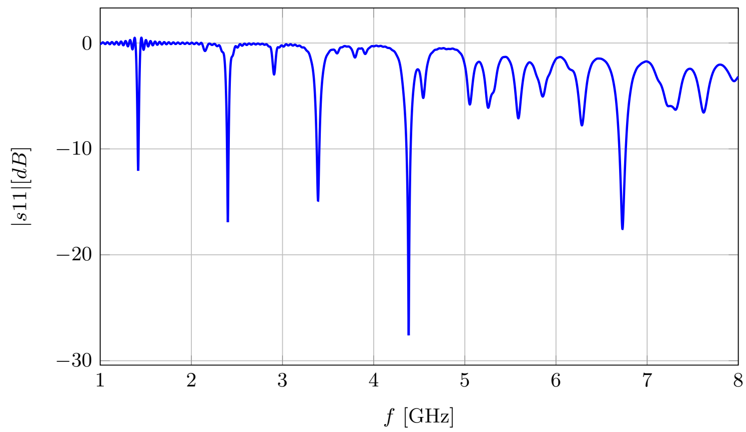
Rys. 5.46 Charakterystyka przestrzenna anteny opartej na iteracji piątej z punktem zasilania umieszczonym we fragmencie nr 12 dla częstotliwości rezonansowej $f = 2,40$ GHz

Antena z punktem zasilania umieszczonym we fragmencie nr 18, posiada 5 pasm których współczynniki odbicia mieszczą się w przedziale od $-12,07$ do $-27,69$ dB. Zestawienie wyników zaprezentowano w tab. 5.15.

Tab. 5.15 Zestawienie wyników obliczeń metodą numeryczną dla fragmentu nr 18 anteny opartej na piątej iteracji fraktala

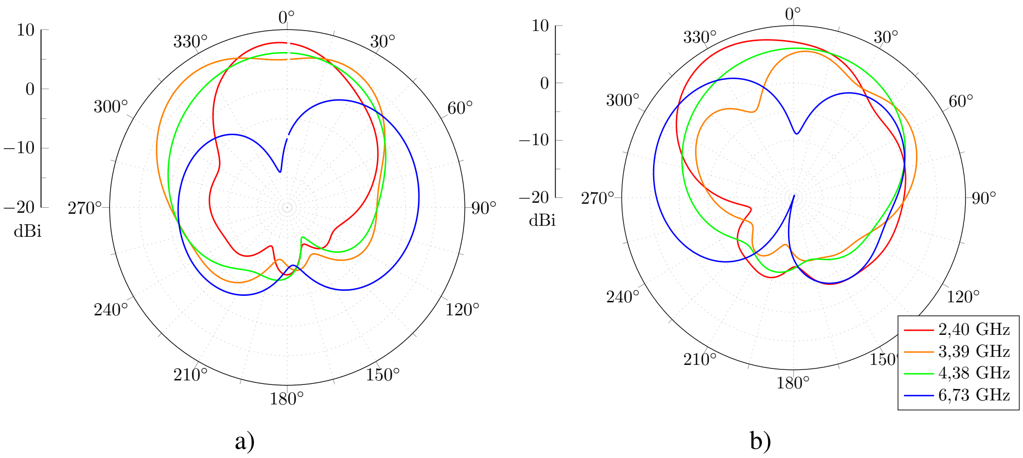
numer fragmentu	częstotliwość rezonansowa [GHz]	$\lvert S_{11}\rvert$ [dB]	szerokość pasma [MHz]	szerokość pasma [%]
18	1,42	−12,07	8,80	0,6%
	2,40	−16,91	17,70	0,7%
	3,39	−14,87	28,90	0,9%
	4,38	−27,69	45,70	1,0%
	6,73	−17,54	71,10	1,1%

Charakterystyki obiciowe przedstawiono na rys. 5.47.



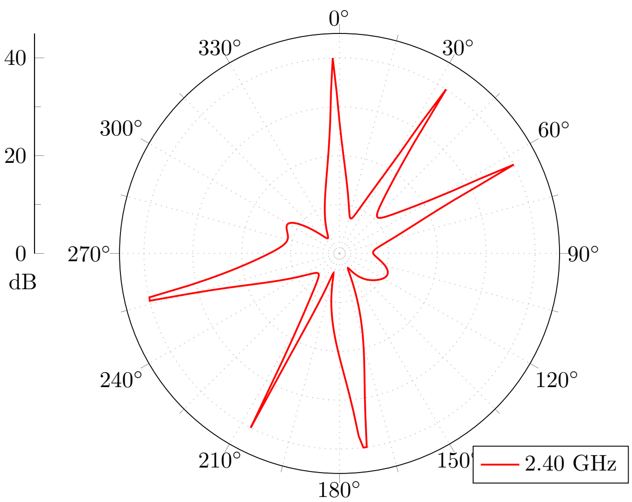
Rys. 5.47 Wykres współczynnika odbicia ($|S_{11}|$) dla punktu zasilania umieszczonego we fragmencie nr 18

Na rys. 5.48 przedstawiono charakterystyki kierunkowe w płaszczyźnie E. Największą kierunkowość osiągnięto dla rezonansu 2,4 GHz i wynosi ono 7,86 dBi. Kąt maksymalnej kierunkowości dla częstotliwości rezonansowej 3,39 GHz jest przesunięty względem kierunku prostopadłego do apertury anteny. Dla częstotliwości 6,73 GHz dominują listki boczne przy jednoczesnym braku listka głównego. Kąt maksymalnej wartości kierunkowości anteny w płaszczyźnie H dla rezonansu 4,95 GHz wynosi 335°. Podobnie jak w płaszczyźnie E dla rezonansu 6,73 GHz w kierunku prostopadłym do apertury występuje zmniejszenie kierunkowości, na korzyść kierunków 60° oraz 300°.



Rys. 5.48 Charakterystyki anteny z punktem zasilania umieszczonym we fragmencie nr 18 a) w płaszczyźnie E b) w płaszczyźnie H

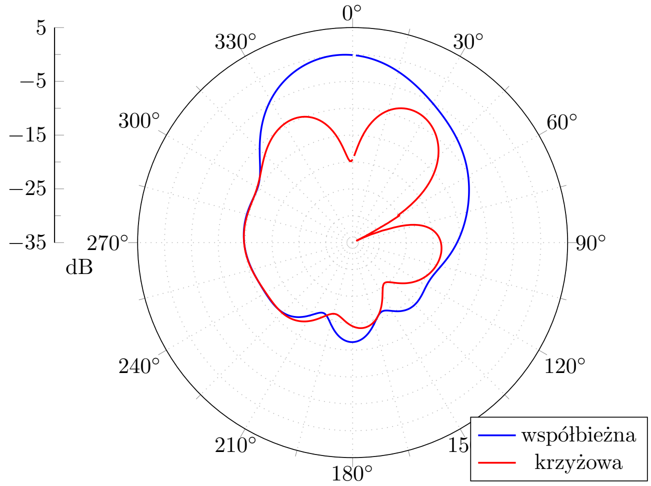
Na rys. 5.49 przedstawiono wykres współczynnika osiowego polaryzacji. W kierunku listka głównego antena spolaryzowana jest liniowo.



Rys. 5.49 Współczynnik osiowy polaryzacji anteny opartej na iteracji piątej z punktem zasilania umieszczonym we fragmencie nr 18 dla częstotliwości rezonansowej $2,40$ GHz

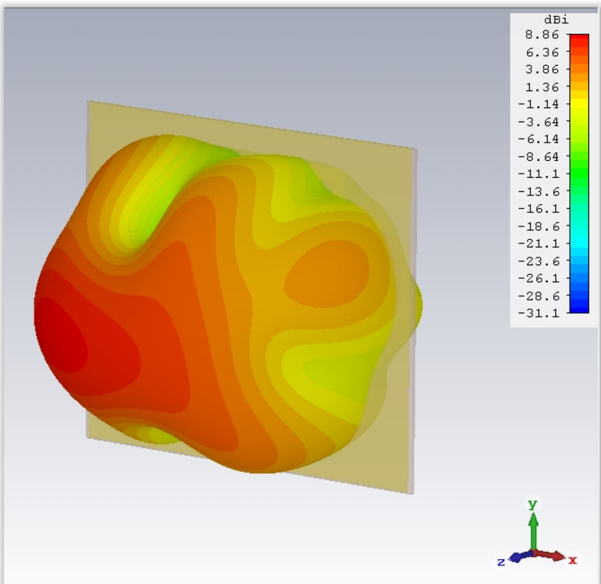
Na rys. 5.50 przedstawiono znormalizowane charakterystyki polaryzacji współbieżnej oraz krzyżowej. Na kierunku promieniowania równym 0° widoczny jest znaczna separacja wynosząca 20 dB, a w zakresie wiązki głównej wynosi ponad

5 dB.



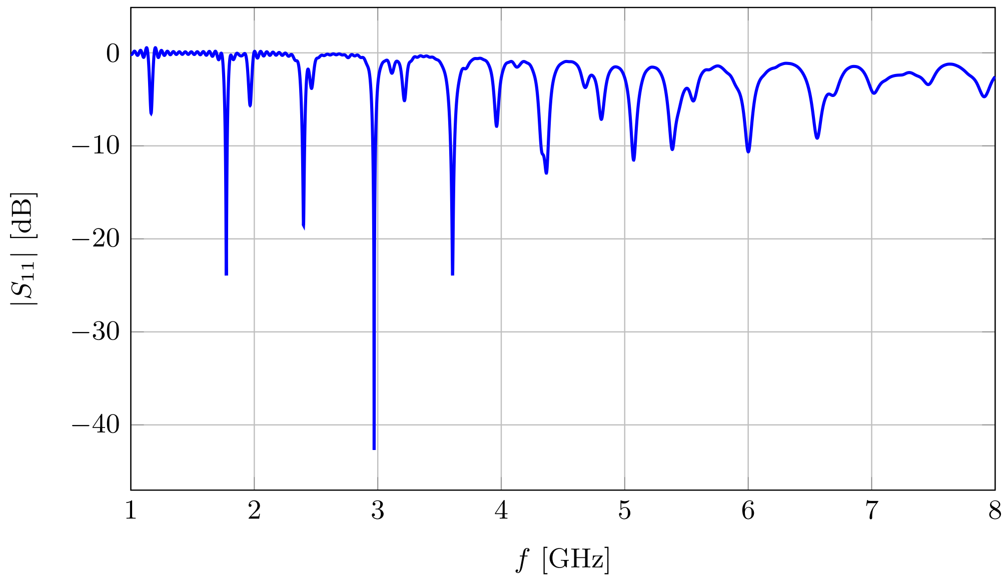
Rys. 5.50 Znormalizowana charakterystyki polaryzacji współbieżnej i krzyżowej anteny opartej na iteracji piątej z punktem zasilania umieszczonym we fragmencie nr 18 dla częstotliwości rezonansowej 2, 40 GHz

Charakterystykę przestrzenną przedstawiono na rys. 5.51



Rys. 5.51 Charakterystyka przestrzenna anteny opartej na iteracji piątej z punktem zasilania umieszczonym w fragmencie nr 18 dla częstotliwości rezonansowej 2, 40 GHz

Na rys. 5.52 przedstawiono charakterystykę odbiciową, uzyskaną dla fragmentu nr 28. Szczegółowe zestawienie rezonansów dla tego fragmentu zawarto w tab. 5.16.



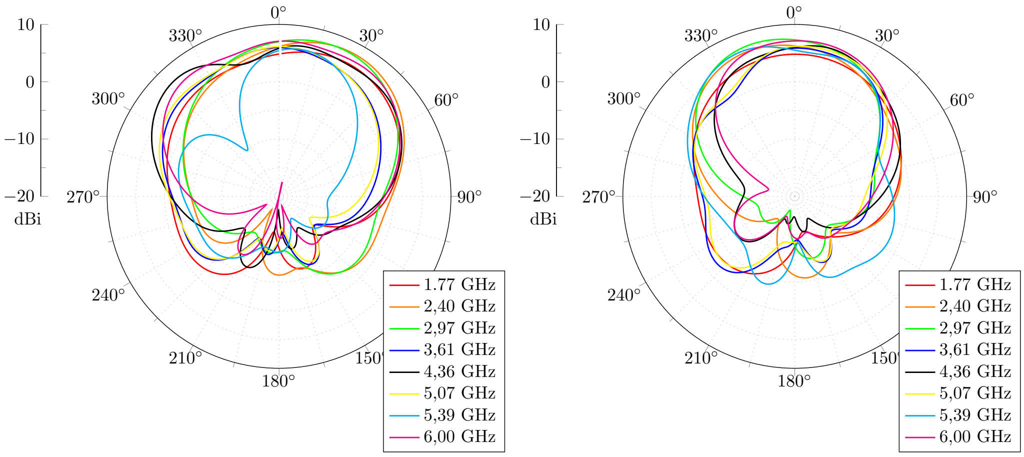
Rys. 5.52 Wykres współczynnika odbicia ($|S_{11}|$) dla punktu zasilania umieszczonego we fragmencie nr 28

Tab. 5.16 Zestawienie wyników obliczeń metodą numeryczną dla fragmentu nr 28 anteny opartej na piątej iteracji fraktala

numer fragmentu	częstotliwość rezonansowa [GHz]	$\lvert S_{11}\rvert$ [dB]	szerokość pasma [MHz]	szerokość pasma [%]
28	1,77	−23,74	15,40	0,9%
	2,40	−18,47	18,50	0,8%
	2,97	−43,02	22,70	0,8%
	3,61	−23,92	32,60	0,9%
	4,36	−12,93	58,50	1,3%
	5,07	−11,53	24,70	0,5%
	5,39	−10,39	16,00	0,3%
	6,00	−10,64	21,50	0,4%

We fragmencie nr 28 uzyskano 8 rezonansów o stosunkowo małej szerokości pasma, mieszczącej się w przedziale $0,3$–$1,3\%$ oraz o współczynniku odbicia w zakresie od $-10,39$ do $-43,02$ dB. Punkt zasilania umieszczono w odległości

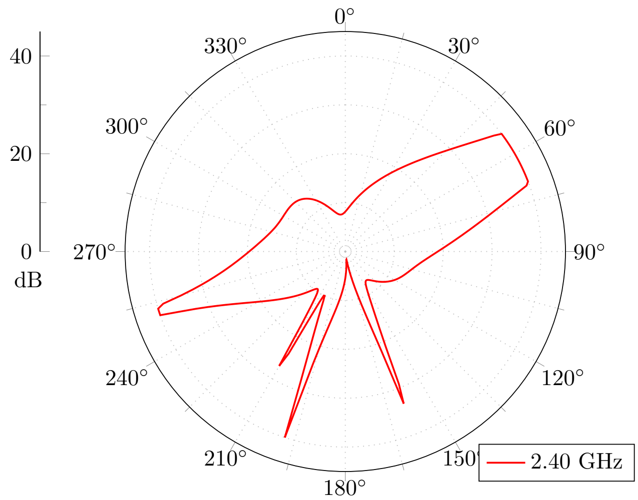
0,2 mm od środka połączenia z segmentem nr 27. Na rys. 5.53 przedstawiono charakterystyki kierunkowe. Największą wartość kierunkowości promieniowania w płaszczyźnie E osiągnięto dla rezonansu 2,40 GHz i wynosi ona 8, 1 dBi. Kierunek ten jest przesunięty względem kierunku prostopadłego do apertury anteny (27°). Dla częstotliwości 5, 39 GHz charakterystyka przyjmuje odmienny kształt w stosunku do pozostałych rezonansów. Można zaobserwować zmniejszenie kierunkowości dla kąta 290°. Dla charakterystyk kierunkowych w płaszczyźnie H największa wartość (7, 61 dBi) występuje dla rezonansu 2,97 GHz.



a) b)

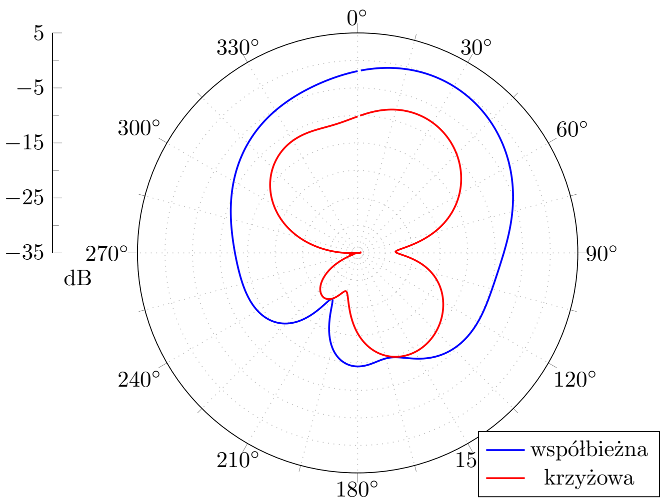
Rys. 5.53 Charakterystyki anteny z punktem zasilania umieszczonym we fragmencie nr 28 a) w płaszczyźnie E b) w płaszczyźnie H

Na rys. 5.54 przedstawiono wykres współczynnika osiowego polaryzacji. W kierunku listka głównego antena spolaryzowana jest eliptycznie (wartość ok. 17 dB dla kąta 27°).



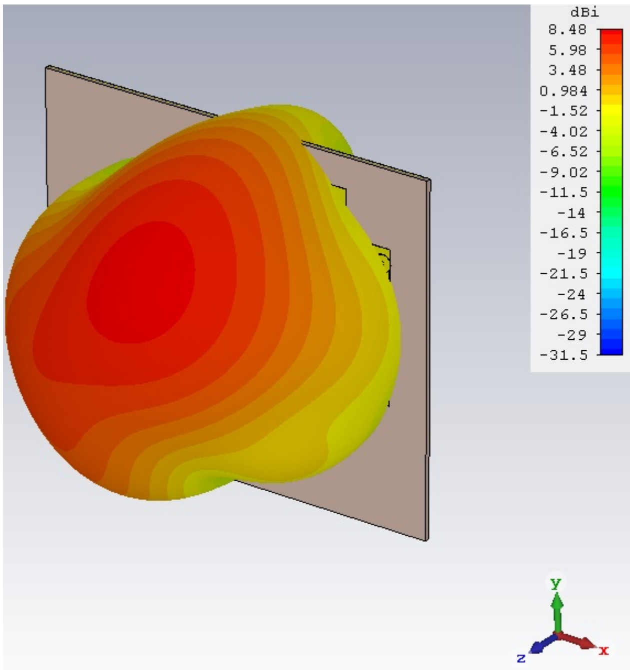
Rys. 5.54 Współczynnik osiowy polaryzacji anteny opartej na iteracji piątej z punktem zasilania umieszczonym we fragmencie nr 28 dla częstotliwości rezonansowej 2,40 GHz

Na rys. 5.55 przedstawiono znormalizowane charakterystyki polaryzacji współbieżnej oraz krzyżowej. Separacja pomiędzy obiema charakterystykami w kierunku promieniowania listka głównego wynosi ok. 7 dB.



Rys. 5.55 Znormalizowana charakterystyki polaryzacji współbieżnej i krzyżowej anteny opartej na iteracji piątej z punktem zasilania umieszczonym w fragmencie nr 28 dla częstotliwości rezonansowej 2,40 GHz

Przestrzenną charakterystykę promieniowania przedstawiono na rys. 5.56

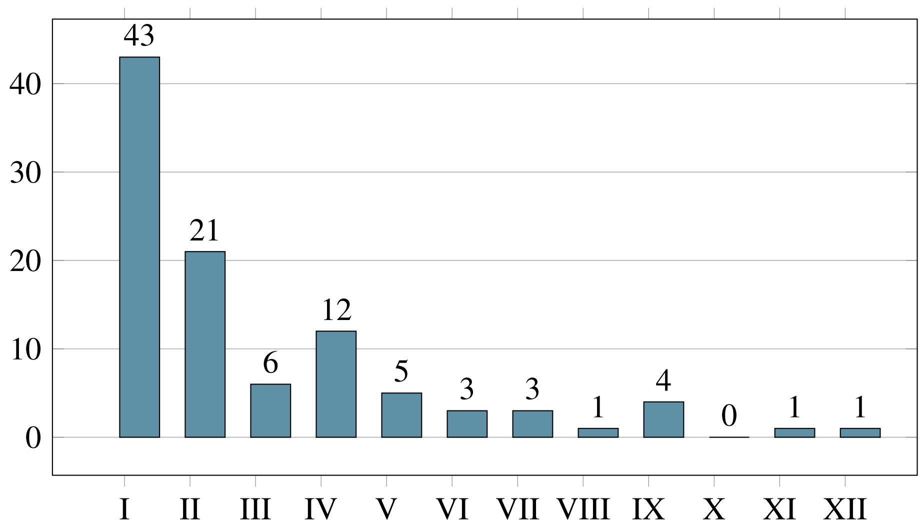


Rys. 5.56 Charakterystyka przestrzenna anteny opartej na iteracji piątej z punktem zasilania umieszczonym we fragmencie nr 28 dla częstotliwości rezonansowej $f = 2,40$ GHz

W każdym fragmencie anteny dla drugiej i kolejnej, występującej częstotliwości rezonansowej, obliczono stosunek częstotliwości (f_n) do wartości częstotliwości poprzedniej (f_{n-1}), w celu zbadania wzorca występowania rezonansów, co prezentuje poniższa formuła:

$$\sigma_f = \frac{f_n}{f_{n-1}}.$$

Wyniki zaprezentowano w formie histogramu na rys. 5.57. Zaprezentowane przedziały mają wartości I – [1,03;1,19], II – (1,19;1,36], III – (1,36;1,52], IV – (1,52:1,69], V – (1,69;1,85], VI – (1,85;2,02], VII – (2,02;2,18], VIII – (2,18;2,34], IX – (2,34;2,51], X – (2,51;2,67], XI – (2,67;2,84], XII – (2,84;3,00].

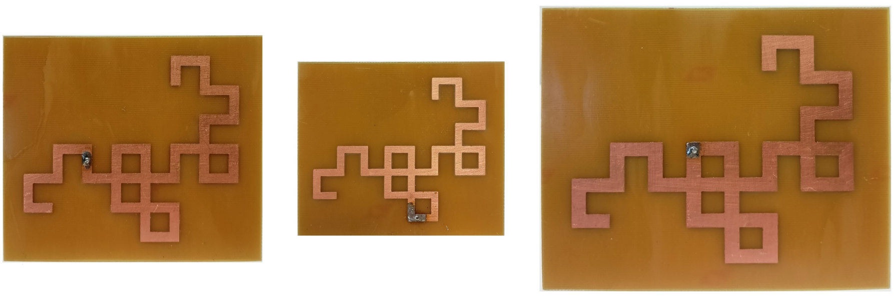


Rys. 5.57 Histogram rozkładu stosunku sąsiednich rezonansów σ_f występujących w każdym fragmencie anteny

Powyższe dane układają się we wzorzec, który charakteryzuje się występowaniem w większości rezonansów w stosunku sąsiednich częstotliwości (σ_f) w przedziale od 1,03 do 1,36 (64% przypadków).

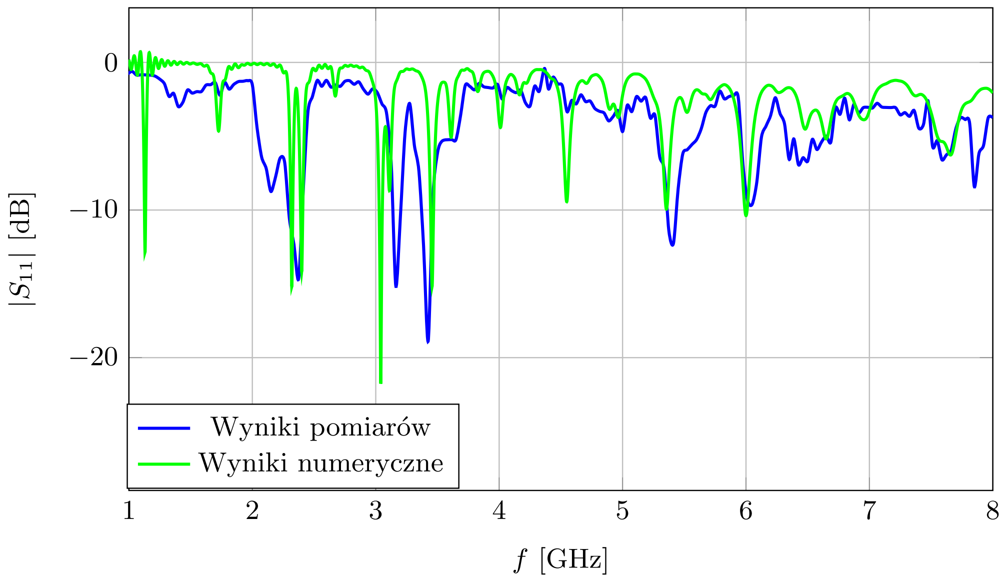
5.5.1 Pomiary fizycznej anteny

Wykonano trzy modele anten opartych o iterację piątą fraktala Heighwaya. Na rys. 5.58 przedstawiono fotografię wykonanych anten. Rozmiary anten zestawiono w tab. A.4 w dodatku A.



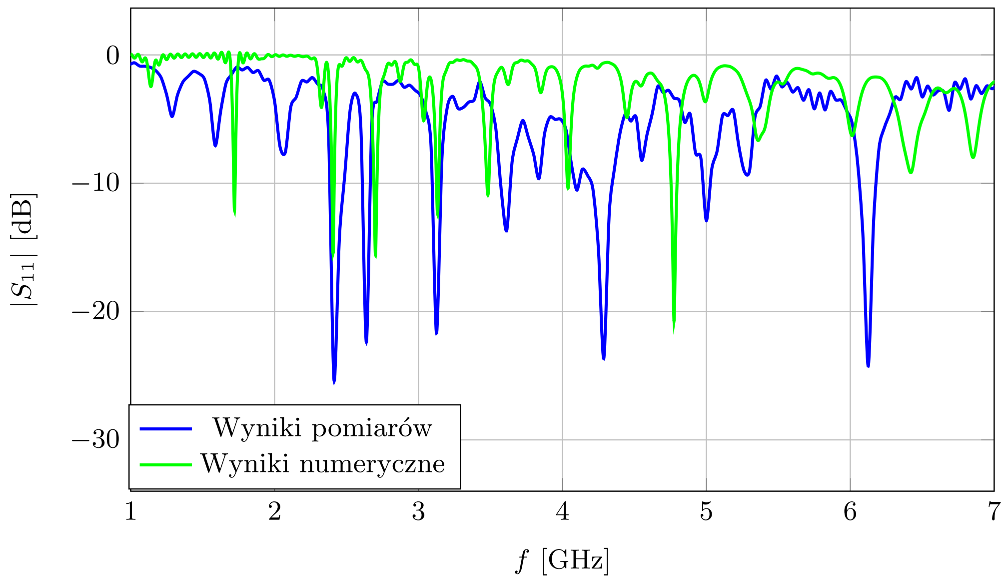
Rys. 5.58 Fotografia przedstawiająca modele wykonanych anten

Zmierzone charakterystyki współczynnika odbicia porównano do obliczonych za pomocą metody numerycznej. Wyniki przedstawiono na rys. 5.59, 5.60 oraz 5.61 dla anten o miejscach zasilania we fragmentach odpowiednio nr 4, 10 oraz 18.



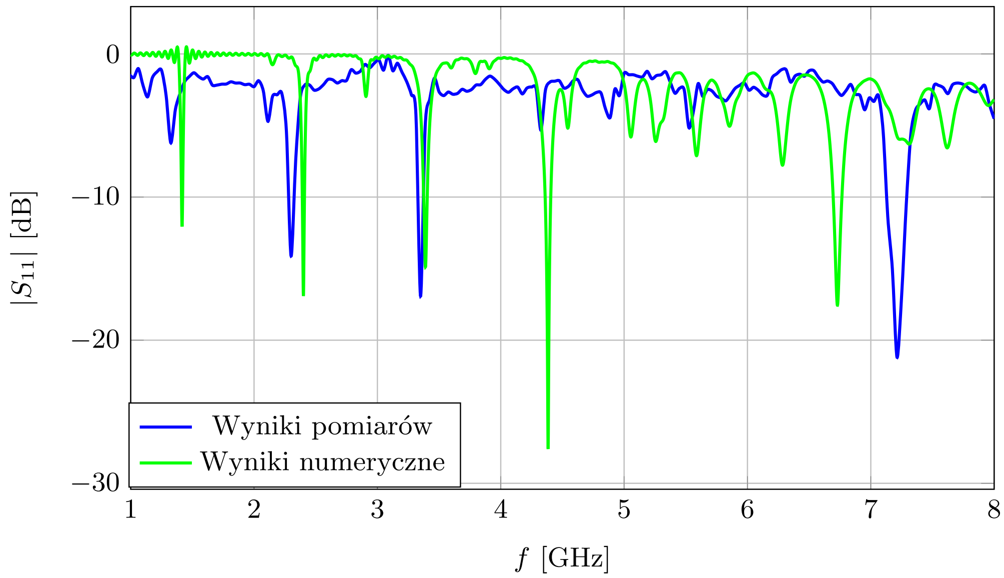
Rys. 5.59 Porównanie wykresów współczynnika odbicia dla punktu zasilania umieszczonego we fragmencie nr 4

Wyniki pomiaru w porównaniu do obliczeń metodą numeryczną są zbliżone, jednakże w rzeczywistej antenie nie występują rezonanse na częstotliwościach 1,1 GHz oraz 4,55 GHz.



Rys. 5.60 Porównanie wykresów współczynnika odbicia dla punktu zasilania umieszczonego we fragmencie nr 10

Na rys. 5.60 można zauważyć lepsze dopasowanie na częstotliwościach 4,3 GHz oraz 6,1 GHz w wynikach pomiarów, niż obliczeniach metodą numeryczną.



Rys. 5.61 Porównanie wykresów współczynnika odbicia dla punktu zasilania, umieszczonego we fragmencie nr 18

Na rys. 5.61 przedstawiono charakterystykę odbiciową dla punktu zasilania, umieszczonego we fragmencie nr 18. W fizycznej antenie nie występuje rezonans na częstotliwości 4,37 GHz, a rezonans na częstotliwości 6,73 GHz przesunął się w wyższe pasmo. W związku tym, że antena oparta jest na dość skomplikowanej strukturze fraktala oraz wymaganiem bardzo precyzyjnego umiejscowienia miejsca zasilania trudno jest otrzymać identyczne wyniki symulacji oraz pomiaru rzeczywistych anten.

Dzięki fraktalnej budowie promiennika osiągnięto stosunkowo małe rozmiary całkowite anteny przy jednoczesnym zachowaniu wielopasmowości. W tabeli 5.17 przestawiono porównanie rozmiarów wybranych anten wielopasmowych analizowanych w pracy oraz modeli anten publikowanych w literaturze międzynarodowej. Wymiary i powierzchnia anteny obliczone zostały w stosunku do długości fali najniższego wystepujacego rezonansu anteny.

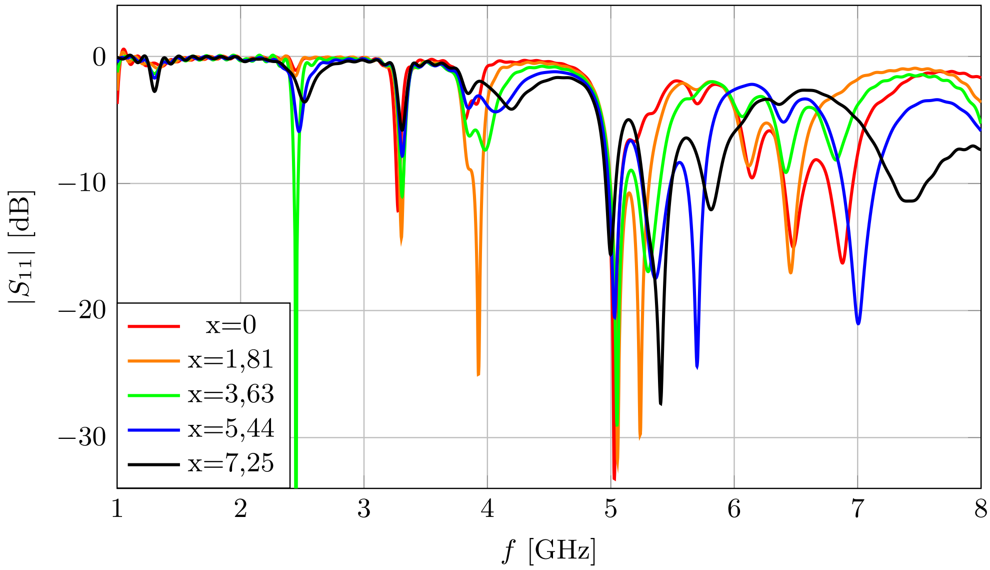
Tab. 5.17 Porównanie rozmiarów anten wielopasmowych

lp.	model anteny	częst. rezonansowa [GHz]				wymiary		powierzchnia
		f 1	f 2	f 3	f 4	x	y	
1	[102]	4,70	6,80	9,80	10,30	0,924	0,563	0,520
2	[103]	11,00	18,00	27,00	—	0,330	0,286	0,095
3	[104]	4,34	6,50	9,72	13,98	0,123	0,116	0,014
4	[105]	1,90	2,30	3,50	—	0,142	0,209	0,030
5	[106]	7,08	8,43	11,38	14,20	0,730	0,629	0,459
6	[107]	2,60	3,80	5,30	—	0,529	0,759	0,401
7	[108]	3,50	5,50	6,50	—	0,187	0,117	0,022
8	[109]	0,87	1,59	1,80	2,10	0,239	0,376	0,090
9	[110]	3,82	4,11	4,48	4,90	0,319	0,319	0,101
10	iter. 2 frag. 3	2,40	3,80	4,23	5,89	0,600	0,448	0,269
11	iter. 3 frag. 2	1,61	2,40	3,86	4,52	0,258	0,183	0,047
12	iter. 3 frag. 4	1,99	2,40	4,23	4,65	0,518	0,365	0,189
13	iter. 4 frag. 2	2,40	4,14	4,66	5,53	0,528	0,352	0,186
14	iter. 4 frag. 13	2,40	3,04	3,88	5,78	0,632	0,424	0,268
15	iter. 5 frag. 12	2,40	2,68	3,03	3,12	0,745	0,084	0,063
16	iter. 5 frag. 18	1,42	2,40	3,39	4,38	0,351	0,393	0,138
17	iter. 5 frag. 21	1,48	2,40	5,88	7,62	0,168	0,188	0,031
18	iter. 5 frag. 28	1,77	2,40	2,97	3,61	0,531	0,602	0,320

Przedstawione anteny trzeciej i piątej iteracji (tab. 5.17 lp. 11, 17, 15) charakteryzują się niewielkimi rozmiarami w stosunku do przedstawionych w literaturze modeli anten. Powierzchnia całkowita powyższych anten jest poniżej wartości 0,065.

5.6 Wpływ zmiany położenia punktu zasilania na charakterystyki rezonansowe

Wykonano obliczenia charakterystyk odbiciowych $|S_{11}|$ metodą numeryczną dla fragmentu nr 26 piatej iteracji. Analizowany fragment wybrano arbitralnie. Obliczenia wykonano dla anteny o wymiarach fragmentu $l = 6{,}25$ mm, $w = 2{,}00$ mm. Analizę przeprowadzono dla pięciu punktów zasilania rozłożonych równomiernie wzdłuż fragmentu anteny, rozpoczynając od punktu $x = 0$ mm będącym środkiem połączenia fragmentów 25 i 26, a kończąc na punkcie $x = 7{,}25$ mm, który jest środkiem połączenia fragmentów 26 i 27 ($l + w/2$). Charakterystyki przedstawiono na rys. 5.62.



Rys. 5.62 Wykres współczynnika odbicia ($|S_{11}|$) dla różnych lokalizacji punktów zasilania umieszczonych we fragmencie nr 26

Wyniki obliczeń z podziałem na pasma przedstawiono w tab. 5.18. Wraz ze zmianą lokalizacji punktu zasilania następuje zmiana ułożenia rezonansów. W paśmie 1–4 GHz można zaobserwować trzy rezonanse: 2,45 GHz, 3,30 GHz oraz 3,93 GHz. Pierwszy rezonans występuje tylko dla wartości x = 3,63 mm i osiąga −41,86 dB, natomiast dla pozostałych miejsc zasilania antena w tym paśmie nie wykazuje charakteru rezonansowego (wartości znacznie powyżej −10 dB). Kolejny rezonans wraz z przesunięciem punktu zasilania pogarsza się, ostatecznie przyjmując wartosci powyżej −10 dB. Trzeci z wyżej wymienionych rezonansów występuje tylko dla x = 1,81 mm. Czwarty widoczny rezonans o wartości ok. 5,03 GHz występuje dla wszystkich punktów zasilania oraz wraz z przesunieciem miejsca zasilania pogarsza się, jednocześnie przesuwając częstotliwość rezonansową. Piąty rezonans można zaobserwować w paśmie 5, 24–5,40 GHz. Dla $x = 0$ rezonans przyjmuje wartości powyżej −10 dB, dla pozostałych punktów zasilania przesuwa się w stronę wyższych częstotliwości. Szósty rezonans występuje jedynie dla dwóch ostatnich punktów zasilania, natomiast siódmy, tylko dla tych punktów nie występuje. Ostatni rezonans dla $x = 1,81$ oraz $3,63$ przyjmuje wartości powyżej −10 dB.

Tab. 5.18 Zestawienie wyników obliczeń za pomocą metody numerycznej dla różnych punktów zasilania we fragmencie nr 26 piątej iteracji anteny

numer rezonansu	częstotliwość rez. [GHz]	$\|S_{11}\|$ [dB]				
		$x = 0$	$x = 1,81$	$x = 3,63$	$x = 5,44$	$x = 7,25$
I	2,45–2,52	<5	<5	−41,86	−5,88	<5
II	3,28–3,30	−12,13	−14,27	−11,02	−7,84	−5,08
III	3,82–3,98	<5	−24,82	−7,37	<5	<5
IV	5,00–5,05	−32,37	−31,62	−28,66	−20,49	−15,58
V	5,24–5,40	−6,69	−29,32	−16,93	−17,47	−27,31
VI	5,70–5,82	<5	<5	<5	−24,34	−12,06
VII	6,42–6,48	−15,00	−17,01	−6,41	<5	<5
VIII	6,81–7,42	−16,25	<5	−8,15	−21,04	−11,38

Powyższe zestawienie ilustruje wpływ doboru punktu zasilania na własności rezonansowe anteny w poszczególnych podpasmach pracy. Możliwa jest optymalizacja pod względem poprawy dopasowania dla konkretnych rezonansów lub dobranie charakterystyk tak, aby antena pracowała na kilku pasmach. Zmiana miejsca zasilania wpływa również na szerokość pasma. Rezonans czwarty występuje dla wszystkich lokalizacji punktu zasilania, a szerokość pasma mieści się pomiędzy 82, a 314 MHz. W przypadku rezonansu ósmego, występującego w przypadku trzech lokalizacji punktu zasilania, są to wartości pomiędzy 198, a 267 MHz.

5.6.1 Wpływ zmiany wymiarów anteny na położenie rezonansów

Przeprowadzono badanie zmian rozkładu rezonansów pod wpływem zmiany wymiarów anteny. W rozważanej antenie piątej iteracji wykonano obliczenia współczynnika odbicia. Arbitralnie dobrano wymiary na podstawie wcześniejszych badań. Ustalono następujące wartości:

- długość fragmentu: $l = 6,25$,
- szerokość fragmentu: $w = 2$,
- położenie miejsce zasilania, mierzone od środka łączenia z poprzednim fragmentem: $x = 3,24$.

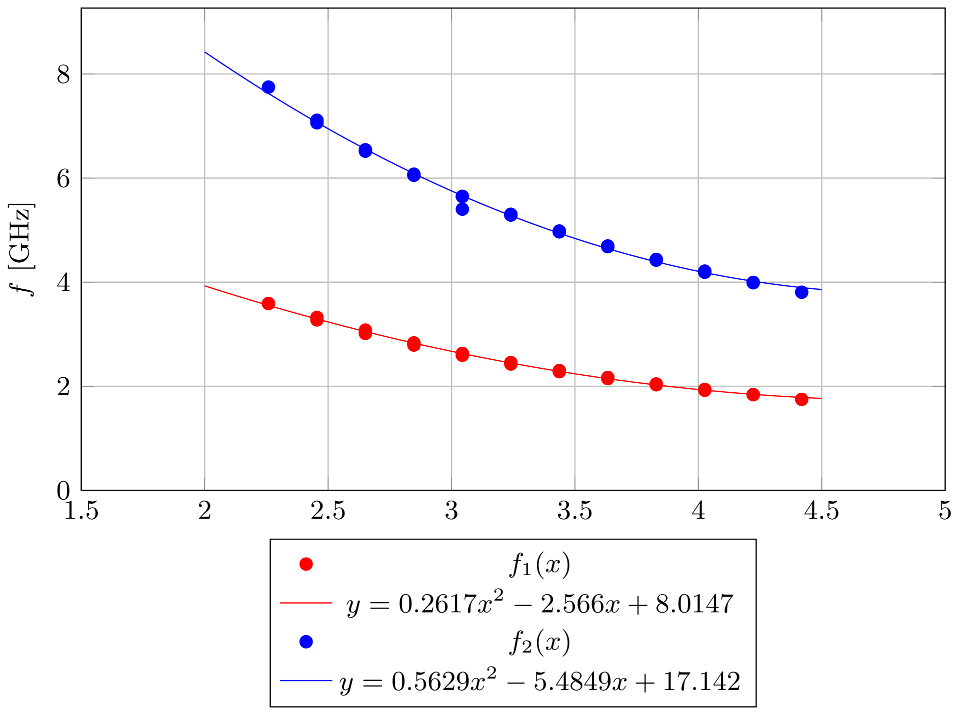
Obliczono współczynnik γ:

$$\frac{l + w}{x} = \frac{6,25 + 2}{3,24} \approx 2,5463 = \gamma \tag{5.30}$$

Wykonano obliczenia dla wartości l w zakresie od 4,25 do 8,75 z krokiem 0,5, oraz $w = \{1,5; 2; 2,5\}$. Wartość x zależy od szerokości i długości segmentów, tak aby lokalizacja punktu zasilania odpowiadała wyżej wymienionym założeniom.

$$x = \frac{l + w}{\gamma} \tag{5.31}$$

Za pomocą obliczeń numerycznych obliczono wartości współczynnika $|S_{11}|$. Do analizy przyjęto dwa rezonanse: 2,295 GHz oraz 4,969 GHz. Na rys. 5.63 przedstawiono wykres częstotliwości obu rezonansów w zależności od x wyrażonego wzorem (5.31).



Rys. 5.63 Wykres częstotliwości obu rezonansów w zależności od x

Punktami zaznaczono wartości częstotliwości badanych rezonansów dla kolejnych obliczeń, natomiast liniami przedstawiono aproksymację obliczaną za pomocą regresji wielomianowej drugiego stopnia. Wyrażenia opisujące te krzywe mają następującą postać:

$$y_1 = 0,2617x^2 - 2,566x + 8,0147, \tag{5.32}$$

$$y_2 = 0,5629x^2 - 5,4849x + 17,142. \tag{5.33}$$

Współczynnik determinacji R^2 dla powyższych aproksymacji wynosi odpowiednio: $0,9984$ oraz $0,9964$, co oznacza odwzorowanie rzeczywistych wartości na satysfakcjonującym poziomie. Określenie tych zależności znacznie wspomaga proces projektowania anteny. Jak wykazano w rozdz. 5.6 istotnym parametrem dla określenia rezonansów anteny jest umiejscowienie punktu zasilania. W powyższej analizie przyjęto parametr γ, który jest istotnym czynnikiem wpływającym na charakterystyki obiciowe. W celu optymalizacji parametru $|S_{11}|$ można manipulować wartościami długości i szerokości fragmentu przy jednoczesnym stałym współczynniku γ.

Przyjęto założenie, że antena ma pracować w dwóch szeroko stosownych pasmach łączności bezprzewodowej Wi-Fi (2,4 oraz 5 GHz) [111]. Pierwsze pasmo zawiera się w zakresie częstotliwości 2,401–2,495 GHz, drugie 5,150–5,350 GHz. Zgodnie ze wzorami (5.32) oraz (5.33) najbliżej poszukiwanych zakresów pasm antena przyjmuje dla wartości $x = 3,25$.

W przypadku niezmieniania umiejscowienia punktu zasilania (wartość x) oraz zmiany jednego z parametrów opisujących wymiary przy zachowaniu stałego drugiego parametru możliwe jest również opisanie obserwowanych rezonansów zależnością wielomianową drugiego stopnia w funkcji badanego parametru. Takie właściwości można wykorzystać w celu optymalizacji wymiarów pod względem częstotliwości rezonansowej i dopasowania. W tym celu za pomocą uzyskanej wartości x oraz wcześniej obliczonego współczynnika γ można obliczyć sumę wartości długości i szerokości. Następnie należy przyjąć punkt odniesienia, w tym przypadku założono wartość początkową wymiarów w stosunku długości do szerokości fragmentu 2:1, a więc:

- $l = 5,46$
- $w = 2,85$
- $x = 3,25$

Przeprowadzono obliczenia dla szerokości fragmentu (w) w zakresie od 2 do 3,8. Otrzymano wyniki które można aproksymować za pomocą następujących wielomianów:

$$y_1 = 0,0391x^2 - 0,5147x + 3,6047, \tag{5.34}$$

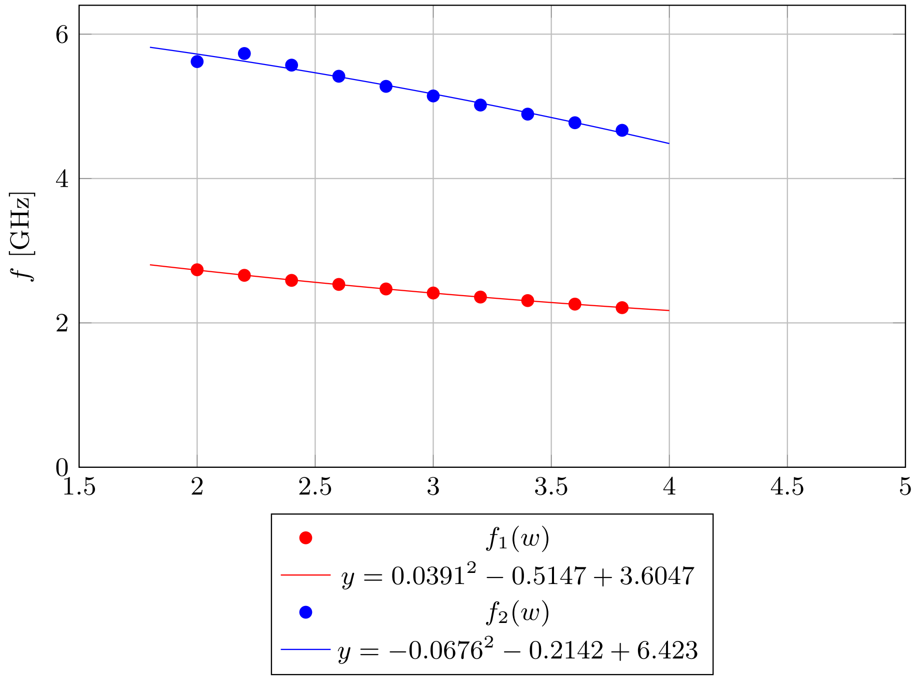
$$y_2 = -0,0676x^2 - 0,2141x + 6,423, \tag{5.35}$$

przy współczynnikach determinacji R^2 odpowiednio: 0,9997 oraz 0,977. Na podstawie tych wyrażeń ustalono wartość $w = 2,85$. Dokonano analogicznej procedury w celu zbadania zmian charakterystyk dla różnych wartości l. Obliczenia te można aproksymować wielomianami:

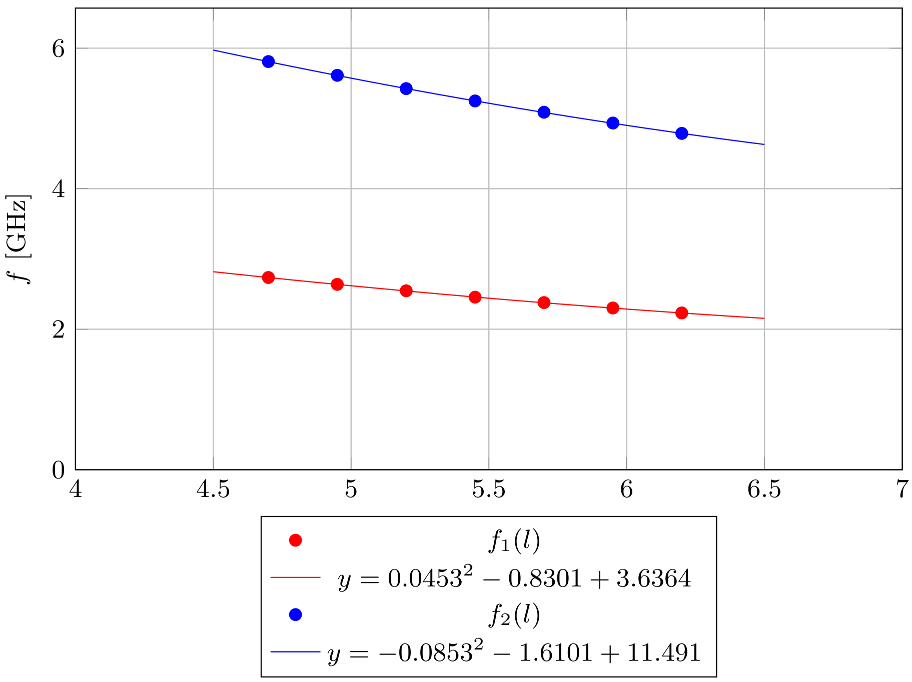
$$y_1 = 0,0453x^2 - 0,8301x + 5,6364, \tag{5.36}$$

$$y_2 = 0,853x^2 - 1,6101x + 11,491, \tag{5.37}$$

przy współczynnikach determinacji R^2 odpowiednio: 0,9999 oraz 1. Na podstawie powyższych ustalono $l = 5,45$. Dla tak dobranych parametrów obserwowane rezonanse przyjmują wartości 2,456 oraz 5,249 GHz o współczynnikach odbicia odpowiednio $-11,8$ oraz $-30,97$ dBi. Wartości obliczonych parametrów wraz z aproksymacją przedstawiono na rys. 5.64 oraz 5.65.



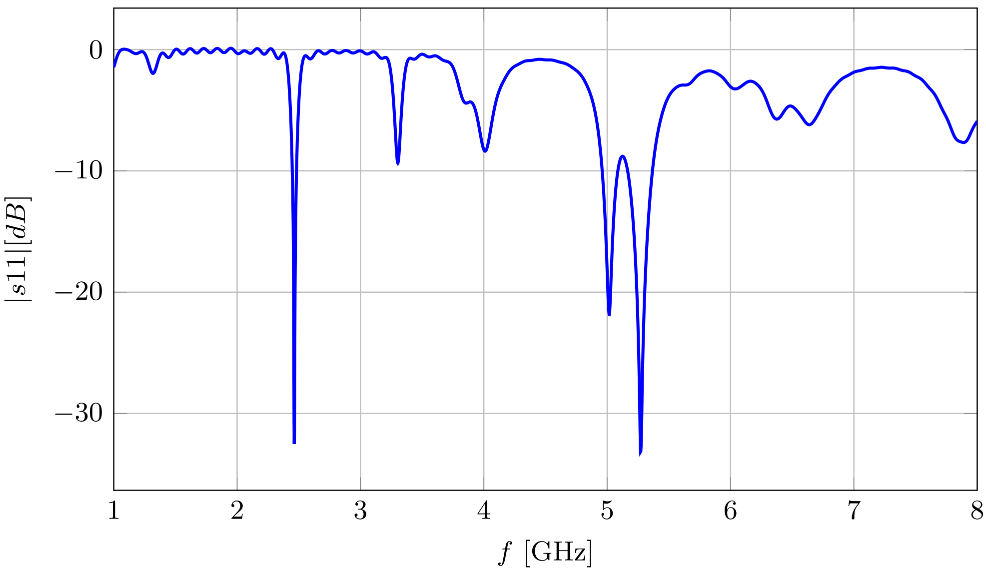
Rys. 5.64 Wykres częstotliwości obu rezonansów w zależności od w



Rys. 5.65 Wykres częstotliwości obu rezonansów w zależności od l

Podane wyżej wartości można z nadal wysokim współczynnikiem determinacji R^2 aproksymować prostą.

Ostatnim krokiem jest ustalenie ponownie lokalizacji punktu zasilania dla obliczonych wartości długości i szerokości fragmentu, tak aby uzyskać jak najlepsze dopasowanie dla występujących rezonansów. Ostatecznie miejsce zasilania wybrano punkt $x = 3,93$, dla którego badane rezonanse mają wartości 2,46 oraz 5,26 GHz o współczynnikach odbicia odpowiednio $-32,51$ oraz $-33,02$ dBi. Charakterystykę odbiciową przedstawiono na rys. 5.66



Rys. 5.66 Wykres współczynnika odbicia ($|S_{11}|$) dla zoptymalizowanych wartości długości, szerokości fragmentu oraz lokalizacji punktu zasilania

Zauważone własności świadczą o tym, że możliwe jest opisanie położenia rezonansów wielomianem niskiego stopnia, z dużą poprawnością wyników, zależnie od zmiany parametrów anteny Heighwaya takich jak: długość, szerokość oraz lokalizacja punktu zasilania. Przedstawiony sposób jest jednym z wielu możliwych podejść do zagadnienia. Podobne zachowanie można zaobserwować parametryzując wartości np. separacji pomiędzy rezonansami. Metoda ta może znaleźć zastosowanie głównie w procesie projektowania anteny, zmniejszając liczbę niezbędnych symulacji i przyspieszając proces projektowania. Przy takim podejściu zawsze należy wyjść z określonymi parametrami początkowymi. Możliwe jest także zastosowanie różnych metod predykcji w celu przyśpieszenia procesu projektowania.

ROZDZIAŁ 6

Wnioski

Rozprawa jest poświęcona badaniom charakterystyk anten, o konstrukcjach opartych na iteracjach drugiej, trzeciej, czwartej i piątej fraktala Heighwaya, wykonanych w technice mikropaskowej oraz z różnym umiejscowieniem punktów zasilania.

Zastosowanie różnych iteracji fraktala Heighwaya oraz optymalizacja pod względem rozmiarów anteny i odpowiedni dobór miejsca zasilania, pozawalają na uzyskanie charakterystyk o kilku rezonansach. Badania opisane w pracy, pozwalają sprecyzować następujące wnioski:

- im antena bardziej skomplikowana (wyższa iteracja fraktala), tym więcej częstotliwości rezonansowych,
- wykonanie takiej anteny wymaga dużej precyzji, ponieważ nawet niewielkie zmiany wpływają znacznie na przesunięcia pasm,
- sposób łączenia anteny (za pomocą kwadratu, trójkąta lub koła) ma niewielki wpływ na charakterystyki anteny,
- zasilanie linią koncentryczną w odpowiednim punkcie, w porównaniu z zasilaniem linią mikropaskową na końcach, daje możliwość znacznego zmniejszenia rozmiarów anteny,

- kolejne częstotliwości rezonansowe, każdego badanego wariantu anteny, układają się w pewien wzorzec, który okazuje, że stosunki odległości pomiędzy sąsiednimi częstotliwościami mieszczą, w większości przypadków, w ustalonym przedziale,
- możliwe jest opisanie wielomianem niskiego stopnia zmiany częstotliwości rezonansowej w zależności od położenia punktu zasilania anteny,
- możliwe jest opisanie wielomianem niskiego stopnia zmiany częstotliwości rezonansowej w zależności od rozmiarów anteny,
- zastosowana metoda segmentacji dobrze wpisuje się w specyfikę konstrukcji anteny fraktalnej. Proces dekompozycji kształtu na prostokąty jest łatwy do wykonania. Następnie, przy użyciu odpowiednich wzorów, można obliczyć impedancję sprzężoną każdego połączenia. Choć ta metoda wymaga zaawansowanych obliczeń, wykorzystanie technik komputerowych umożliwia efektywną analizę wpływu zarówno położenia punktu zasilania, jak i rozmiarów poszczególnych segmentów.

W pracy skupiono się na optymalizacji parametrów odbiciowych. Pomimo dość skomplikowanej struktury promieniującej bazującej na fraktalu, zakres analizowanych parametrów ograniczył się jedynie do rozmiarów segmentu (długość i szerokość) oraz umiejscowienia punktu zasilania. Taki sposób znacznie ułatwia usystematyzowanie badań właściwości odbiciowych anteny oraz praktycznego jej wykonania. Otrzymane wyniki wskazują, że anteny tego typu charakteryzują się wielopasmowością o dość wąskich pasmach, co może być pożądane w wielu aplikacjach, ponieważ sygnały spoza oczekiwanego pasma są silnie tłumione. Należy podkreślić, że stale rosnące wymagania techniczne dotyczące miniaturyzacji urządzeń oraz wykorzystania jednego urządzenia w wielu zastosowaniach radiokomunikacyjnych (np. internet rzeczy, telefony komórkowe) mogą świadczyć o przydatności praktycznej tego rodzaju anten.

W pracy wykazano, że zmiana miejsca zasilania w obrębie jednego segmentu, przy zachowaniu stałych rozmiarów anteny, powoduje powstawanie różnych czestotliwosci rezonansowych. Wraz z przesunięciem punktu pobudzenia rezonanse na niektórych częstotliwościach wzmacniają się, a inne tłumią. Ze względu na skomplikowaną budowę anteny próba opisania tych zmian funkcją, która miała by użyteczność przy projektowaniu takich anten, jest wręcz niemożliwa. Jednakże przy zastosowaniu metod numerycznych możliwe jest stosunkowo szybkie opracowanie takiej charakterystyki. Daje to dalsze możliwości badania tego typu struktury. Jednocześnie wartości częstotliwości rezonansowych można opisać funkcją wielomianową drugiego stopnia lub prostą, której argumentami są długość i szerokość segmentu, przy jednoczesnym zachowaniu lokalizacji punktu zasilania. Taka właściwość anteny pozwala na praktyczne wykorzystanie takiej konstrukcji w aplikacjach wielopasmowych.

Dla wybranych anten, o zasilaniu umieszczonym w różnych segmentach, z każdej badanej iteracji fraktala Heighwaya, wykonano sprawdzenia innych niż odbiciowe parametrów anten. Opisywane anteny mikropaskowe miały stosunkowo dobrą kierunkowość dochodzącą do 8,8 dBi. Ich charakterystyki promieniowania w dużej mierze były podobne do siebie. Występowały przesunięcia maksymalnego kierunku promieniowania w stosunku do kierunku prostopadłego do apertury anteny. Charakterystyki dla niewielkiej liczby częściowości rezonansowych miały stłumiony listek główny, a silniejsze listki boczne. Parametry polaryzacyjne anten wskazują, że większość badanych anten charakteryzuje się polaryzacją eliptyczną lub liniową. Separacje pomiędzy charakterystykami polaryzacji współbieżnej, a krzyżowej mieściły się w przedziale 5 – 10 dB. Ze względu na swoją złożoną strukturę, fraktale umożliwiają przeprowadzanie różnorodnych modyfikacji ich kształtów. Możliwe jest skonstruowanie anteny poprzez wykorzystanie kolejnych iteracji fraktala Heighwaya, dostosowanie figury do budowy anteny prętowej lub połączenie dwóch fraktali o wyższych iteracjach.

Bibliografia

1. Jaggard, D. L. w *Recent advances in electromagnetic theory* 183–224 (Springer, 1990).
2. Puente Baliarda, C., Romeu Robert, J., Pous Andrés, R., Garcia, X. & Benitez, F. Fractal multiband antenna based on the Sierpinski gasket. *Electronics Letters* **32,** 1–2 (1996).
3. Cohen, N. Fractal antennas. *Communications Quarterly* **9,** 1995 (1995).
4. Puente, C. Fractal design of multiband antenna arrays. *Elec. Eng. Dept. Univ. Illinois, Urbana-Champaign, ECE* **477** (1994).
5. Werner, D. H. & Haupt, R. L. *Fractal constructions of linear and planar arrays* w *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium 1997. Digest* **3** (1997), 1968–1971.
6. Mandelbrot, B. B. *The fractal geometry of nature* (WH freeman New York, 1983).
7. Falconer, K. *Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications* 2 edition. 366 s. ISBN: 978-0-470-84861-6 (Wiley, Chichester, England, 7 list. 2003).
8. Edgar, G. A. *Classics on fractals* (CRC Press, 2019).

9. Lesmoir-Gordon, N., Rood, W. & Edney, R. *Introducing fractal geometry* (Totem Books, 2000).
10. Mandelbrot, B. How long is the coast of Britain? Statistical self-similarity and fractional dimension. *science* **156,** 636–638 (1967).
11. Lei, T. Similarity between the Mandelbrot set and Julia sets. *Communications in mathematical physics* **134,** 587–617 (1990).
12. Barnsley, M. F. & Rising, H. *Fractals Everywhere* Google-Books-ID: oh7NoePgmOIC. 568 s. ISBN: 978-0-12-079069-2 (Morgan Kaufmann, 18 kw. 2000).
13. Prusinkiewicz, P. *i in. The Algorithmic Beauty of Plants* First Edition edition. 228 s. ISBN: 978-0-387-94676-4 (Springer, New York, 27 mar. 1996).
14. Weisstein, E. W. Sierpiński Carpet (2004).
15. Coxeter, H. The problem of Apollonius. *The American Mathematical Monthly* **75,** 5–15 (1968).
16. Mauldin, R. D. & Urbański, M. Dimension and measures for a curvilinear Sierpinski gasket or Apollonian packing. *Advances in Mathematics* **136,** 26–38 (1998).
17. Davis, C. & Knuth, D. E. Number representations and dragon curves. *Journal of recreational Mathematics* **3,** 66–81 (1970).
18. Hurewicz, W. & Kuperberg, K. *Collected Works of Witold Hurewicz* ISBN: 978-0-8218-0011-9. `https://books.google.pl/books?id=6EICfJrepKQC` (American Mathematical Society, 1995).
19. Kudrewicz, J. & Szewczyk, M. *Fraktale i chaos* (Wydawnictwa WNT, 2015).
20. Jacquin, A. E. Image coding based on a fractal theory of iterated contractive image transformations. *IEEE transactions on image processing* **1,** 18–30 (1992).
21. Samavati, H., Hajimiri, A., Shahani, A. R., Nasserbakht, G. N. & Lee, T. H. Fractal capacitors. *IEEE Journal of solid-state circuits* **33,** 2035–2041 (1998).

22. Willinger, W. & Paxson, V. Where mathematics meets the Internet. *Notices of the AMS* **45,** 961–970 (1998).

23. Jiang, S., Wang, J., Feng, L.-F. & Coppens, M.-O. Fractal injectors to intensify liquid-phase processes by controlling the turbulent flow field. *Chemical Engineering Science* **238,** 116616 (2021).

24. Sapoval, B., Gobron, T. & Margolina, A. Vibrations of fractal drums. *Physical review letters* **67,** 2974 (1991).

25. Turcotte, D. L. Fractals in fluid mechanics. *Annual Review of Fluid Mechanics* **20,** 5–16 (1988).

26. Balankin, A. S. Physics of fracture and mechanics of self-affine cracks. *Engineering Fracture Mechanics* **57,** 135–203 (1997).

27. Plotze, R. d. O. *i in.* Leaf shape analysis using the multiscale Minkowski fractal dimension, a new morphometric method: a study with Passiflora (Passifloraceae). *Canadian Journal of Botany* **83,** 287–301 (2005).

28. Lakhtakia, A., Holter, N. S., Varadan, V. K. & Varadan, V. V. Self-similarity in diffraction by a self-similar fractal screen. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* **35,** 236–239 (1987).

29. Jaggard, D., Baum, C. & Kritikos, H. w *Electromagnetic symmetry* 231–281 (Taylor i Francis Publishers Washington, DC, 1995).

30. Romeu, J. & Rahmat-Samii, Y. Dual band FSS with fractal elements. *Electronics Letters* **35,** 702–703 (1999).

31. Werner, D. H. & Lee, D. Design of dual-polarised multiband frequency selective surfaces using fractal elements. *Electronics Letters* **36,** 487–488 (2000).

32. Werner, D. *Fractal radiators* w *Proceedings of the 4th Annual 1994 IEEE Mohawk Valley Section Dual-Use Technologies & Applications Conference* **1** (1994), 23–26.

33. Cohen, N. & Hohlfeld, R. Fractal loops and the small loop approximation. *Communications Quarterly* **6,** 77–81 (1996).

34. Cohen, N. Fractal and shaped dipoles. *Communications Quarterly* **6,** 25–36 (1996).

35. Puente, C., Romeu, J., Pous, R., Ramis, J. & Hijazo, A. Small but long Koch fractal monopole. *Electronics letters* **34,** 9–10 (1998).

36. Baliarda, C. P., Romeu, J. & Cardama, A. The Koch monopole: A small fractal antenna. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* **48,** 1773–1781 (2000).

37. Romeu, J., Borja, C. & Blanch, S. *High directivity modes in the Koch island fractal patch antenna* w *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium. Transmitting Waves of Progress to the Next Millennium. 2000 Digest. Held in conjunction with: USNC/URSI National Radio Science Meeting (C* **3** (2000), 1696–1699.

38. Puente, C., Romeu, J., Pous, R., Garcia, X. & Benitez, F. Fractal multiband antenna based on the Sierpinski gasket. *Electronics Letters* **32,** 1–2 (1996).

39. Puente-Baliarda, C., Romeu, J., Pous, R. & Cardama, A. On the behavior of the Sierpinski multiband fractal antenna. *IEEE Transactions on Antennas and propagation* **46,** 517–524 (1998).

40. Puente, C., Romeu, J., Bartoleme, R. & Pous, R. Perturbation of the Sierpinski antenna to allocate operating bands. *Electronics letters* **32,** 2186–2188 (1996).

41. Puente, C., Navarro, M., Romeu, I. & Pous, R. *Variations on the fractal Sierpinski antenna flare angle* w *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium. 1998 Digest. Antennas: Gateways to the Global Network. Held in conjunction with: USNC/URSI National Radio Science Meeting (Cat. No. 98CH36* **4** (IEEE, 1998), 2340–2343.

42. Song, C., Hall, P., Ghafouri-Shiraz, H. & Wake, D. Sierpinski monopole antenna with controlled band spacing and input impedance. *Electronics Letters* **35,** 1036–1037 (1999).

43. Anguera, J., Puente, C., Borja, C., Montero, R. & Soler, J. Small and high-directivity bow-tie patch antenna based on the Sierpinski fractal. *Microwave and Optical Technology Letters* **31,** 239–241 (2001).

44. Vinoy, K., Jose, K., Varadan, V. & Varadan, V. Hilbert curve fractal antenna: A small resonant antenna for VHF/UHF applications. *Microwave and Optical Technology Letters* **29,** 215–219 (2001).

45. Anguera, J., Puente, C. & Soler, J. *Miniature monopole antenna based on the fractal Hilbert curve* w *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium (IEEE Cat. No. 02CH37313)* **4** (IEEE, 2002), 546–549.

46. Chang, D.-C. *i in. A self-complementary Hilbert-curve fractal antenna for UHF RFID tag applications* w *2008 IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium* (IEEE, 2008), 1–4.

47. Gianvittorio, J. P. & Rahmat-Samii, Y. Fractal antennas: A novel antenna miniaturization technique, and applications. *IEEE Antennas and Propagation magazine* **44,** 20–36 (2002).

48. Masroor, I., Ansari, J. & Saroj, A. K. *Inset-fed Cantor Set Fractal Multiband Antenna Design for Wireless Applications* w *2020 International Conference for Emerging Technology (INCET)* (2020), 1–4.

49. Li, Y., Li, W., Liu, C. & Jiang, T. *A printed diversity Cantor set fractal antenna for ultra wideband communication applications* w *Isape2012* (2012), 34–38.

50. Kaur, M. & Sivia, J. S. Giuseppe Peano and Cantor set fractals based miniaturized hybrid fractal antenna for biomedical applications using artificial neural network and firefly algorithm. *International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering* **30,** e22000 (2020).

51. EL OUADIH, A. & Abdelati, R. The behavior of CPW-fed DRAGON Fractal Antenna. *Journal of Engineering Technology (ISSN: 0747-9964)* **6,** 506–513 (2017).

52. Abo-Elnaga, T., Abdallah, E. & El-Hennawy, H. Novel Dragon Shape UHF RFID Tag Antenna. *a a* **2,** 2.

53. Rajkumar, S., Srinivasan, N., Natesan, A. & Selvan, K. T. A penta-band hybrid fractal MIMO antenna for ISM applications. *International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering* **28,** e21185 (2018).

54. Werner, D. H., Kuhirun, W. & Werner, P. L. Fractile arrays: A new class of tiled arrays with fractal boundaries. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* **52,** 2008–2018 (2004).

55. Pozar, D. M. *Microwave engineering* (John wiley & sons, 2011).

56. Cory, H. Dispersion characteristics of microstrip lines. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **29,** 59–61 (1981).

57. Bianco, B., Panini, L., Parodi, M. & Ridella, S. Some considerations about the frequency dependence of the characteristic impedance of uniform microstrips. *IEEE Transactions on microwave theory and techniques* **26,** 182–185 (1978).

58. Hoffmann, R. K. Handbook of microwave integrated circuits. *Norwood* (1987).

59. England, E. A Coaxial to Microstrip Transition (Short Papers). *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **24,** 47–48 (1976).

60. Majewski, M. L., Rose, R. W. & Scott, J. R. Modeling and characterization of microstrip-to-coaxial transitions. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **29,** 799–805 (1981).

61. Silvester, P. & Benedek, P. Microstrip discontinuity capacitances for right-angle bends, T junctions, and crossings. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **21,** 341–346 (1973).

62. Easter, B. The equivalent circuit of some microstrip discontinuities. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **23,** 655–660 (1975).

63. Garg, R. & Bahl, I. Microstrip discontinuities. *International Journal of Electronics Theoretical and Experimental* **45,** 81–87 (1978).

64. Deschamps, G. A. *Microstrip microwave antennas* w *Proceedings of the Third Symposium on the USAF Antenna Research and Development Program, Oct* (1953), 18–22.

65. Gutton, H. & Baissinot, G. Flat aerial for ultra high frequencies. *French patent* **703113** (1955).

66. Munson, R. Conformal microstrip antennas and microstrip phased arrays. *IEEE Transactions on Antennas and propagation* **22,** 74–78 (1974).

67. Carver, K. & Mink, J. Microstrip antenna technology. *IEEE transactions on antennas and propagation* **29,** 2–24 (1981).

68. Mailloux, R., McIlvenna, J. & Kernweis, N. Microstrip array technology. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* **29,** 25–37 (1981).

69. Howell, J. Microstrip antennas. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* **23,** 90–93 (1975).

70. Derneryd, A. G. *Microstrip array antenna* w *1976 6th European Microwave Conference* (1976), 339–343.

71. Pasternak, M. *Lambert W function application for construction of antipodal Vivaldi-type antenna* w *2018 14th International Conference on Advanced Trends in Radioelecrtronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET)* (2018), 624–627.

72. Huang, J., Lou, M., Lopez, B. & Gama, E. Foldable frame-supported thin-membrane array (2000).

73. Huang, J. *Microstrip reflectarray* w *Antennas and Propagation Society Symposium 1991 Digest* (1991), 612–615.

74. Croq, F. & Pozar, D. M. Millimeter-wave design of wide-band aperture-coupled stacked microstrip antennas. *IEEE Transactions on antennas and propagation* **39,** 1770–1776 (1991).

75. Pues, H. F. & Van De Capelle, A. R. An impedance-matching technique for increasing the bandwidth of microstrip antennas. *IEEE transactions on antennas and propagation* **37,** 1345–1354 (1989).

76. Watkins, J. Circular resonant structures in microstrip. *Electronics letters* **5,** 524–525 (1969).

77. Kumar, G. & Ray, K. P. *Broadband microstrip antennas* (Artech house, 2002).

78. Milligan, T. A. *Modern antenna design* (John Wiley & Sons, 2005).

79. James, J. R. *i in. Handbook of microstrip antennas* (IET, 1989).

80. Rosłoniec, S. *Wybrane zagadnienia techniki antenowej z przykładami projektowania* 2022.

81. Hall, P. Probe compensation in thick microstrip patches. *Electronics Letters* **23,** 606–607 (1987).

82. HUANG, J. Stripline feed for a microstrip array of patch elements with teardrop shaped probes(Patent Application). *Patent NumberDE 3827794 A(03827794/DE-A)* (1989).

83. Thomas, R. E. & Huang, J. *Ultra-wideband UHF microstrip array for GeoSAR application* w *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium. 1998 Digest. Antennas: Gateways to the Global Network. Held in conjunction with: USNC/URSI National Radio Science Meeting (Cat. No. 98CH36* **4** (1998), 2096–2099.

84. Bhartia, P., Rao, K. & Tomar, R. *Millimeter-wave microstrip and printed circuit antennas* (Artech House Antenna Library, 1991).

85. Pozar, D. M. Microstrip antenna aperture-coupled to a microstripline. *Electronics letters* **21,** 49–50 (1985).

86. Lee, R., Lee, K. & Bobinchak, J. Characteristics of a two-layer electromagnetically coupled rectangular patch antenna. *Electronics letters* **23,** 1070–1072 (1987).

87. Lo, Y., Solomon, D. & Richards, W. Theory and experiment on microstrip antennas. *IEEE transactions on Antennas and Propagation* **27,** 137–145 (1979).

88. Richards, W., Lo, Y. & Harrison, D. An improved theory for microstrip antennas and applications. *IEEE Transactions on antennas and propagation* **29,** 38–46 (1981).

89. Derneryd, A. Analysis of the microstrip disk antenna element. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* **27,** 660–664 (1979).

90. James, J. R., Hall, P. S. & Wood, C. *Microstrip antenna: theory and design* (Iet, 1986).

91. Okoshi, T. *Planar circuits for microwaves and lightwaves* (Springer Science & Business Media, 2012).

92. Lee, S. K. *The application of the segmentation method in the design of compact single-feed circularly and linearly polarised microstrip patch antennas* prac. dokt. (Northumbria University, 2007).

93. Ooi, S. F., Lee, S., Sambell, A., Korolkiewicz, E. & Scott, S. A new and explicit matrix input impedance formula for the H-shaped microstrip patch antenna. *Microwave and Optical Technology Letters* **49,** 1756–1759 (2007).

94. Gradshteyn, I. S. & Ryzhik, I. M. *Table of integrals, series, and products* (Academic press, 2014).

95. Lim, E. G., Korolkiewicz, E., Scott, S., Aljibouri, B. & Gao, S.-C. Efficient impedance coupling formulas for rectangular segment in planar microstrip circuits. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation* **51,** 2137–2140 (2003).

96. Balanis, C. A. *Advanced engineering electromagnetics* (John Wiley & Sons, 1999).

97. Bahl, I. J., Bhartia, P. & Bhartia, P. *Microstrip antennas* (Artech house, 1980).

98. Chadha, R. & Gupta, K. Segmentation method using impedance matrices for analysis of planar microwave circuits. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **29,** 71–74 (1981).

99. Sharma, P. & Gupta, K. Desegmentation method for analysis of two-dimensional microwave circuits. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **29,** 1094–1098 (1981).

100. Kunz, K. S. & Luebbers, R. J. *The finite difference time domain method for electromagnetics* (CRC press, 1993).

101. Drągowski, K. & Pasternak, M. L. Wpływ doboru punktu zasilania na częstotliwości rezonansowe anteny fraktalnej Heighwaya. *Elektronika-konstrukcje, technologie, zastosowania* **61** (2020).

102. Agrawal, N., Ansari, J. A. & Saroj, A. Inset Fed Horizontal wide U-Shaped Slotted Microstrip Antenna for Multi-band Operation. *International Journal of Recent Technology and Engineering, ISSN,* 2277–3878.

103. Chekole, B. Z. & Mengistu, F. G. *Design and Analysis Multiband Linear and Planer Phased Array Antenna for Unmanned Aerial Vehicle Communications* spraw. tech. (EasyChair, 2024).

104. Gautam, P. K. & Jhariya, D. K. Design of a 4-port MIMO antenna for C, X, and, Ku band applications.

105. Babale, S. A. *i in.* Machine Learning-based Optimized 3G/LTE/5G Planar Wideband Antenna with Tri-bands Filtering Notches. *IEEE Access* (2024).

106. Achimugu, S. *i in.* A Multiband T-Shaped Antenna Array for 6G Mobile Communication. *arXiv preprint arXiv:2405.20157* (2024).

107. Wang, L., Yu, J., Xie, T. & Bi, K. A novel multiband fractal antenna for wireless application. *International Journal of Antennas and Propagation* **2021,** 9926753 (2021).

108. Ali, A. *i in.* A compact MIMO multiband antenna for 5G/WLAN/WIFI-6 devices. *Micromachines* **14,** 1153 (2023).

109. Boursianis, A. D. *i in.* Multiband patch antenna design using nature-inspired optimization method. *IEEE Open journal of Antennas and Propagation* **2,** 151–162 (2020).

110. Singh, P. P., Goswami, P. K., Sharma, S. K. & Goswami, G. Frequency reconfigurable multiband antenna for IoT applications in WLAN, Wi-Max, and C-band. *Progress In Electromagnetics Research C* **102,** 149–162 (2020).

111. IEEE Standard for Information technology—Telecommunications and information exchange between systems Local and metropolitan area networks—Specific requirements - Part 11: Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications. *IEEE Std 802.11-2016 (Revision of IEEE Std 802.11-2012),* 1–3534 (2016).

112. Pasternak, M., Drągowski, K. & Czyżewski, M. Zastosowanie procesu błądzenia losowego z ruchomą barierą do syntezy profili planarnych anten ultraszerokopasmowych. *Przeglad Elektrotechniczny* **99** (2023).
113. Czyżewski, M., Drągowski, K. & Pasternak, M. Synteza profilu planarnej anteny ultraszerokopasmowej z zastosowaniem procesu błądzenia losowego z ruchomą barierą liniową. *Przeglad Elektrotechniczny* **100,** 96–99 (2024).
114. Drągowski, K. & Pasternak, M. Fractal Dragon Curve Microstrip Antenna for Dual-Band WLAN Communications. *International Journal of Electronics and Telecommunications* **70** (2024).

DODATEK A

Zestawienie wyników obliczeń numerycznych oraz wymiarów anteny czwartej oraz piątej iteracji

A.1 Zestawienie wyników obliczeń oraz rozmiarów anten czwartej iteracji

Poniżej przedstawiono zestawienie wyników obliczeń za pomocą metody numerycznej oraz wymiarów anteny opisanej w rozdziale 5.4.

Tab. A.1 Zestawienie wyników obliczeń za pomocą metody numerycznej dla anteny opartej o czwartą iterację fraktala Heighwaya

numer fragmentu	częstotliwość środkowa [GHz]	$\lvert S_{11}\rvert$ [dB]	szerokość pasma [MHz]	szerokość pasma [%]
1	2,40	−23,62	40,10	1,7%
	3,88	−22,83	77,60	2,0%
	4,56	−28,85	125,70	2,8%

	5,56	−23,53	160,50	2,9%
2	2,40	−29,14	37,40	1,6%
	4,14	−11,03	26,20	0,6%
	4,66	−11,05	36,50	0,8%
	5,53	−23,90	170,00	3,1%
	6,68	−10,52	63,10	0,9%
3	2,40	−34,05	36,30	1,5%
	3,63	−19,15	67,20	1,9%
	4,08	−11,19	47,50	1,2%
4	2,40	−28,03	35,60	1,5%
	4,24	−33,75	126,00	3,0%
	7,10	−12,83	151,30	2,1%
5	2,40	−27,20	39,90	1,7%
	7,80	−20,25	230,70	3,0%
6	2,40	−21,45	32,40	1,4%
	5,42	−31,72	298,60	5,5%
	6,15	−16,82	162,10	2,6%
	7,03	−44,64	598,50	8,5%
7	2,40	−27,88	36,60	1,5%
	5,03	−15,70	104,00	2,1%
8	2,40	−14,43	30,10	1,3%
	4,03	−18,41	73,60	1,8%
9	2,40	−26,65	37,80	1,6%
	5,17	−27,98	126,80	2,5%
	6,18	−11,83	102,80	1,7%
	6,68	−27,82	452,50	6,8%
10	2,40	−20,04	32,20	1,3%
	4,87	−14,30	89,10	1,8%
11	2,40	−17,80	39,90	1,7%
	7,57	−10,70	128,20	1,7%
12	2,40	−34,95	41,00	1,7%
13	2,40	−19,57	34,10	1,4%

	3,04	−26,46	44,30	1,5%
	3,88	−14,96	55,00	1,4%
	5,78	−19,98	270,90	4,7%
14	2,40	−48,42	40,60	1,7%
	3,84	−22,37	56,40	1,5%
15	2,40	−23,68	36,40	1,5%
	3,84	−14,49	50,60	1,3%
	4,85	−22,49	79,90	1,6%
	5,60	−20,00	142,50	2,5%
	6,28	−22,80	199,20	3,2%
16	2,40	−11,97	23,00	1,0%
	2,73	−16,11	35,50	1,3%
	3,01	−15,32	35,60	1,2%
	3,40	−21,71	51,90	1,5%

Tab. A.2 Zestawienie wymiarów anteny opartej o czwartą iterację fraktala Heighwaya

numer fragmentu	wymiary anteny [cm]			wymiary fragmentu [mm]		lokalizacja punktu zasilania
	dł.	szer.	powierzchnia	dł.	szer.	
1	7,9	5,3	41,3	8,8	4,4	−4,2
2	6,6	4,4	29,3	7,3	3,7	5,2
3	7,3	5,0	36,7	5,9	5,5	7,7
4	8,8	6,1	54,3	6,7	6,9	3,5
5	3,2	2,2	7,0	3,7	1,8	5,4
6	5,1	3,4	17,1	5,9	2,7	4,7
7	6,7	4,5	30,0	7,5	3,7	0,0
8	6,7	4,5	29,9	7,4	3,7	7,4
9	5,1	3,4	17,7	5,6	2,9	4,7
10	5,1	3,4	17,5	5,5	3,0	3,8
11	3,8	2,6	9,7	3,7	2,4	5,5
12	3,3	2,2	7,3	3,7	1,9	0,8
13	7,9	5,3	41,6	8,8	4,4	0,0
14	3,3	2,2	7,2	3,6	1,8	1,6
15	5,1	3,4	17,1	5,7	2,8	0,6
16	9,9	6,6	64,9	10,9	5,5	7,6

A.2 Zestawienie wyników obliczeń oraz rozmiarów anten piątej iteracji

Poniżej przedstawiono zestawienie wyników obliczeń za pomocą metody numerycznej oraz wymiarów anteny opisanej w rozdziale 5.5.

Tab. A.3 Zestawienie wyników obliczeń numerycznych dla anteny opartej o piątą iterację fraktala Heighwaya

numer fragmentu	częstotliwość środkowa [GHz]	$\lvert S_{11}\rvert$ [dB]	szerokość pasma [MHz]	szerokość pasma [%]
1	1,52	−13,92	11,4	0,7%
	2,40	−58,72	16,4	0,7%
	2,69	−11,20	9,1	0,3%
	3,40	−12,79	19,2	0,6%
	3,49	−18,20	42,5	1,2%
2	2,40	−14,95	32,40	1,4%
	3,42	−10,65	32,90	1,0%
	4,40	−18,10	58,10	1,3%
	7,08	−10,18	56,60	0,8%
3	2,40	−11,68	20,30	0,8%
	3,39	−24,96	64,50	1,9%
	7,10	−18,44	121,30	1,7%
4	1,13	−12,85	9,80	0,9%
	2,32	−15,11	15,80	0,7%
	2,40	−14,17	18,20	0,8%
	3,04	−21,60	24,60	0,8%
	3,46	−15,19	18,10	0,5%
	6,00	−10,38	18,10	0,3%
5	2,40	−28,35	49,10	2,0%

	3,89	−19,66	70,60	1,8%
	6,06	−32,92	210,70	3,5%
	7,92	−15,37	347,40	4,4%
6	2,40	−18,69	35,60	1,5%
	4,70	−10,26	40,00	0,9%
7	2,40	−22,35	30,40	1,3%
	3,60	−18,83	79,00	2,2%
	3,93	−17,67	61,00	1,6%
	4,95	−13,41	151,90	3,1%
8	2,40	−29,92	30,60	1,3%
	3,05	−31,12	44,20	1,4%
	3,50	−19,87	44,30	1,3%
	3,71	−10,17	6,90	0,2%
	4,17	−18,54	79,40	1,9%
	7,27	0,00	195,60	2,7%
	7,60	−13,16	199,60	2,6%
	8,00	−18,65	123,10	1,5%
9	1,57	−22,33	30,10	1,9%
	2,40	−31,93	37,30	1,6%
	3,92	−14,71	39,80	1,0%
	4,60	−28,86	167,50	3,6%
	7,71	−27,91	284,70	3,7%
10	1,53	−10,13	2,70	0,2%
	2,15	−13,87	13,10	0,6%
	2,40	−14,75	17,10	0,7%
	2,79	−10,30	5,40	0,2%
	3,11	−12,00	14,80	0,5%
	3,61	−11,37	13,10	0,4%
	4,25	−23,08	36,10	0,8%
	5,74	−11,33	576,00	10,0%
11	1,28	−11,56	14,60	1,1%

	2,40	−27,78	37,70	1,6%
	3,14	−24,91	38,90	1,2%
	7,71	−33,86	336,70	4,4%
12	2,40	−31,44	19,10	0,8%
	2,68	−16,20	17,80	0,7%
	3,03	−19,48	21,90	0,7%
	3,12	−10,20	5,20	0,2%
	3,48	−15,55	23,90	0,7%
13	2,40	−18,03	65,90	2,7%
	3,07	−17,49	35,10	1,1%
	3,25	−13,02	27,70	0,9%
	3,53	−18,00	43,10	1,2%
	4,21	−32,85	255,60	6,1%
	4,64	−22,72	91,10	2,0%
	7,80	−49,97	311,80	4,0%
14	1,11	−15,68	35,20	1,5%
	2,40	−35,08	25,20	2,3%
15	2,40	−28,04	39,10	1,6%
	5,28	−11,17	60,60	1,1%
	5,62	−21,93	370,30	6,6%
16	2,40	−12,38	23,80	1,0%
	3,13	−12,76	32,80	1,0%
17	2,40	−24,61	20,20	0,8%
	3,46	−12,06	14,20	0,4%
	3,98	−22,38	74,00	1,9%
	4,37	−29,83	40,00	0,9%
	4,78	−11,47	18,00	0,4%
	6,11	−14,36	29,60	0,5%
18	1,42	−12,07	8,80	0,6%
	2,40	−16,91	17,70	0,7%

	3,39	−14,87	28,90	0,9%
	4,38	−27,69	45,70	1,0%
	6,73	−17,54	71,10	1,1%
19	2,19	−12,18	11,40	0,5%
	2,40	−30,82	17,30	0,7%
	2,86	−17,54	21,60	0,8%
	3,35	−14,11	17,60	0,5%
20	2,40	−18,37	21,40	0,9%
21	1,48	−11,85	21,10	1,4%
	2,40	−27,23	39,50	1,6%
	5,88	−10,67	30,60	0,5%
	7,62	−13,33	334,50	4,4%
22	2,40	−13,55	28,50	1,2%
23	2,40	−12,78	28,10	1,2%
	5,75	−14,52	262,90	4,6%
	7,36	−31,50	399,80	5,4%
24	2,40	−19,37	39,10	1,6%
	7,21	−23,38	236,90	3,3%
25	2,41	−24,28	40,60	1,7%
	5,65	−26,78	111,70	2,0%
26	2,40	−22,94	30,00	1,2%
	4,79	−16,75	56,60	1,2%
	5,08	−22,61	188,80	3,7%
27	2,40	−28,54	39,60	1,7%
	6,73	−26,85	204,40	3,0%
28	1,77	−23,74	15,40	0,9%
	2,40	−18,47	18,50	0,8%
	2,97	−43,02	22,70	0,8%
	3,61	−23,92	32,60	0,9%

	4,36	−12,93	58,50	1,3%
	5,07	−11,53	24,70	0,5%
	5,39	−10,39	16,00	0,3%
	6,00	−10,64	21,50	0,4%
29	1,89	−29,44	59,00	3,1%
	2,40	−27,17	30,80	1,3%
	2,55	−17,40	36,00	1,4%
	2,93	−13,51	39,40	1,3%
	3,08	−11,43	19,70	0,6%
	4,77	−21,94	119,00	2,5%
30	2,40	−29,66	34,40	1,4%
	4,04	−12,01	64,30	1,6%
	4,77	−29,25	136,50	2,9%
	6,39	−33,90	228,30	3,6%
	7,48	−25,36	345,50	4,6%
31	2,40	−22,51	39,30	1,6%
	2,79	−14,89	31,50	1,1%
	4,98	−20,56	419,30	8,4%
32	2,27	−13,92	26,30	1,2%
	2,40	−24,46	32,30	1,3%
	2,60	−19,98	29,30	1,1%
	2,76	−10,37	6,40	0,2%

Tab. A.4 Zestawienie wymiarów anteny opartej o piątą iterację fraktala Heighwaya

numer fragmentu	wymiary anteny [cm]			wymiary fragmentu [mm]		lokalizacja punktu zasilania
	dł.	szer.	powierzchnia	dł.	szer.	
1	17,1	19,2	328,3	10,2	10,0	5,0
2	4,5	5,0	22,7	2,5	2,7	3,1
3	4,6	5,1	23,2	2,4	2,9	1,8
4	9,3	10,5	96,9	8,1	4,0	7,8
5	6,4	7,2	46,1	3,4	4,0	1,7
6	3,4	3,8	12,9	2,0	2,0	0,0
7	7,4	8,4	62,2	5,1	4,0	5,0
8	9,2	10,6	97,6	11,3	2,2	8,0
9	5,5	6,2	34,0	5,1	2,2	3,4
10	10,3	11,6	119,9	8,0	5,0	0,0
11	7,0	7,7	53,6	2,3	5,1	4,6
12	9,3	10,5	96,8	8,1	4,0	0,0
13	9,1	10,4	94,5	11,1	2,2	7,2
14	4,5	5,0	22,8	2,5	2,8	2,4
15	6,5	7,4	47,6	6,9	2,1	7,1
16	6,5	7,2	47,0	3,1	4,2	0,0
17	5,7	6,4	36,5	3,4	3,4	1,5
18	7,4	8,3	61,3	6,6	3,1	3,3
19	14,2	15,8	224,0	8,6	8,2	10,0
20	4,5	5,0	22,5	2,5	2,8	0,3
21	3,4	3,8	13,0	2,1	2,0	1,7
22	3,4	3,8	12,9	2,0	2,0	0,0
23	3,4	3,8	13,0	2,1	2,0	2,1
24	3,4	3,8	13,1	2,1	2,0	1,7
25	3,4	3,8	13,0	2,1	2,0	1,7
26	6,8	7,7	52,6	5,7	3,1	4,6
27	4,7	5,3	25,1	2,2	3,1	5,1
28	9,0	10,2	91,1	8,0	3,8	1,8
29	8,4	9,6	80,6	8,2	3,2	2,9
30	6,9	7,8	53,4	5,4	3,3	2,0
31	18,2	20,5	372,0	15,2	8,2	11,8
32	8,5	9,6	82,0	8,1	3,3	2,6