



# **ROZPRAWA DOKTORSKA**

## ZASTOSOWANIE ALGORYTMU DOPASOWANIA KROCZĄCEGO DO WYZNACZANIA MACIERZY KOWARIANCJI ZAKŁÓCEŃ W PRZESTRZENNO-CZASOWYM ADAPTACYJNYM PRZETWARZANIU SYGNAŁÓW

por. mgr inż. Anna Ślesicka

Promotor

prof. dr hab. inż. Adam KAWALEC

WARSZAWA 2021

#### Streszczenie

W niniejszej pracy przedstawiono nowatorską metodę estymacji macierzy kowariancji zakłóceń wykorzystywaną w adaptacyjnym przestrzenno-czasowym przetwarzaniu (ang. space-time adaptive processing STAP) sygnału radarowego. Technikę STAP stosuje się do detekcji obiektów poruszających się po powierzchni ziemi poprzez system radarowy umieszczony na platformie latającej. Technika ta umożliwia detekcję ruchomego obiektu na tle zakłóceń, które mają charakter dwuwymiarowy. Fundamentalnym etapem algorytmu przetwarzania STAP jest poprawne wyznaczenie macierzy kowariancji zakłóceń.

W literaturze przedmiotu można znaleźć różne sposoby estymacji macierzy kowariancji zakłóceń. Ogólnie stosuje się podział na metody statystyczne oraz niestatystyczne. W pierwszym przypadku, estymacja macierzy kowariancji zakłóceń wyznaczana jest na podstawie danych z treningowych komórek odległościowych otaczających komórkę testowaną na obecność celu. Jak się okazuje, w rzeczywistych warunkach wyznaczenie macierzy kowariancji zakłóceń oraz jej odwrotności w ten sposób jest trudne. Po za tym, algorytmy statystyczne zawodzą kiedy dane zawarte w komórkach treningowych nie odzwierciedlają statystycznych właściwości zakłóceń testowanej komórki, szczególnie w środowisku niejednorodnych zakłóceń. W związku z powyższym, zasadnym było skupienie uwagi na analizie wybranych, niestatystycznych metod estymacji macierzy kowariancji zakłóceń w środowisku niejednorodnym.

W rozprawie przedstawiono nową, niestatystyczną metodę estymacji macierzy kowariancji zakłóceń bazującą na zastosowaniu modelu radaru MIMO (ang. Multiple Input, Multiple Output), a także algorytmu dopasowania kroczącego (ang. orthogonal matching pursuit OMP). Opracowana technika pozwala na tłumienie zakłóceń oraz detekcję obiektu w środowisku niejednorodnym. Ponadto, zaproponowana metoda wykorzystuje pojedynczy przekrój radarowej kostki danych, co eliminuje potrzebę dostępu do wielu komórek treningowych.

W pracy przeprowadzono wnikliwą analizę przetwarzania STAP ze względu na sposób wyznaczania macierzy kowariancji zakłóceń. Wyniki teoretyczne uzyskane w ramach rozprawy zostały zweryfikowane za pomocą przeprowadzonych symulacji komputerowych. Rezultaty symulacji udowodniły słuszność analizy teoretycznej przedstawionej w rozprawie.

3

#### Abstract

The dissertation presents a new method of estimating the clutter covariance matrix (CCM) used in space-time adaptive processing (STAP) of a radar signal. The STAP technique is used to detect targets moving on the earth's surface through a radar system mounted on a flying platform. This technique allows the detection of a moving targets against the background of two-dimensional interferences. The key step in the STAP processing algorithm is the correct determination of the CCM.

In the literature on the subject, you can find various methods of estimating the CCM. The general division into statistical and non-statistical methods is applied. In the first case, the estimation of the CCM is derived from data from training distance cells surrounding the target cell being tested. As it turns out, in real conditions it is difficult to determine CCM and its inverse in this way. Furthermore, statistical algorithms fail when the data contained in training cells do not reflect the statistical clutter properties of the test cell, especially in a non-uniform clutter environment. Therefore, an increasing number of scientists focuses their efforts on developing non-statistical methods of estimating the CCM in a heterogeneous environment.

This paper presents a new method of estimating the CCM based on the use of the Multiple Input, Multiple Output (MIMO) radar geometry model, as well as the orthogonal matching pursuit (OMP) algorithm. The developed technique allows for suppression of interferences and detection of an object in a heterogeneous environment. Moreover, the proposed method uses a single snapshot of the radar data cube, which eliminates the need to access multiple training cells.

The paper presents a thorough analysis of STAP processing due to the method of determining the CCM. The theoretical results obtained during the dissertation were verified by means of computer simulations. The simulation results confirmed the correctness of the theoretical analysis presented in the paper.

WYKAZ STOSOWANYCH SKRÓTÓW 9			
1. WSTĘP 13			
1.1	WPROWADZENIE	13	
1.2	STAN WIEDZY W DZIEDZINIE ROZPRAWY	15	
1.3	Motywacje	17	
1.4	TEZA PRACY	18	
1.5	UKŁAD PRACY	18	
2. PR	ZESTRZENNO-CZASOWE ADAPTACYJNE PRZETWARZANIE		
SYGNA	ŁÓW	20	
2.1.	Model środowiska oraz występujących zakłóceń	20	
2.2.	ALGORYTM PRZETWARZANIA STAP	22	
2.4.	NACHYLENIE GRZBIETU ZAKŁÓCEŃ	26	
2.5.	RZĄD MACIERZY KOWARIANCJI ZAKŁÓCEŃ	29	
2.6.	Wydajność procesora STAP	33	
2.7.	RADAR MIMO	37	
3. ES	TYMACJA MACIERZY KOWARIANCJI ZAKŁÓCEŃ	42	
3.1.	Metody statystyczne estymacji macierzy kowariancji zakłóceń	42	
3.2.	Metody niestatystyczne estymacji macierzy kowariancji zakłóceń	47	
3.3.	METODA ESTYMACJI MACIERZY KOWARIANCJI Z WYKORZYSTANIEM TECHNIKI		
	RZADKIEGO ODZYSKIWANIA	54	
3.3	.1. Wykorzystanie algorytmu M-FOCUSS	58	
3.3	.2. Wykorzystanie algorytmu dopasowania kroczącego	59	
4. WY	YNIKI BADAŃ SYMULACYJNYCH	64	
4.1.	ZAKRES STOSOWALNOŚCI OPRACOWANEGO ALGORYTMU	64	
4.2.	Analiza parametrów SINR oraz minimalnej wykrywalnej prędkości	67	
4.3.	WYDAJNOŚĆ DETEKCJI OBIEKTU	69	
4.4.	Wydajność tłumienia zakłóceń	72	
4.5.	Precyzyjna detekcja obiektów	73	

5. P	ODSUMOWANIE	79
ZAŁĄCZNIK A ZAŁĄCZNIK B ZAŁĄCZNIK C		82
		90
		93
А.	WYKORZYSTANIE ALGORYTMU OMP	93
B.	WYZNACZANIE KOMÓREK ODLEGŁOŚCIOWYCH	95
C.	OKREŚLANIE POŁOŻENIA OBIEKTU WZGLĘDEM RADARU	96
D.	OKREŚLANIE PRĘDKOŚCI RADIALNEJ	96
E.	OKREŚLANIE PRZESUNIĘCIA CZĘSTOTLIWOŚCI DOPPLERA	97
F.	WYZNACZANIE WEKTORA STERUJĄCEGO	97
G.	WYZNACZANIE KOMÓREK TRENINGOWYCH W STATYSTYCZNEJ METODZIE	
	ESTYMACJI MACIERZY KOWARIANCJI STAP	100
BIBLIOGRAFIA		102

## Wykaz stosowanych skrótów

ССМ	- macierz kowariancji zakłóceń (ang. clutter covariance matrix);
CNR	- stosunek zakłóceń biernych do szumu (ang. clutter to noise ratio CNR);
CSMS-GIP	<ul> <li>algorytm wyboru komórek treningowych na bazie GIP (ang. spectral metric smoothing);</li> </ul>
CC-KA-STAP	- metoda KA-STAP bazująca na bezpośrednim wykorzystaniu danych
	(ang. convex combination KA-STAP);
D3-STAP	<ul> <li>metoda bezpośredniej dziedziny STAP (ang. direct data domain STAP);</li> </ul>
D3-LS-STAP	<ul> <li>metoda bezpośredniej dziedziny STAP w sensie najmniejszych kwadratów (ang. direct data domain least square);</li> </ul>
D3-SR-STAP	<ul> <li>metoda bezpośredniej dziedziny STAP oparta o rzadkość macierzy zakłóceń (ang. direct data domain sparse recovery);</li> </ul>
FOCUSS	<ul> <li>algorytm rzadkiego odzyskiwania (ang. focal underdetermined system solution);</li> </ul>
GIP	<ul> <li>algorytm wyboru komórek treningowych (ang. generalized inner product);</li> </ul>
IF	- współczynnik poprawy (ang. improvement factor);
JNR	- stosunek zakłóceń aktywnych do szumu (ang. jammer-to-noise-ratio);
KA-STAP	<ul> <li>metoda niestatystyczna STAP wykorzystująca wcześniej znane parametry radaru bądź obiektu (ang. knowledge-aided STAP);</li> </ul>
MDV	<ul> <li>minimalna prędkość obiektu wykrywalna przez radar (ang. minimum detectable velocity);</li> </ul>
MIMO	<ul> <li>układ o wielu wejściach i wielu wyjściach (ang. multiple input, multiple output);</li> </ul>
ML-KA-STAP	<ul> <li>metoda KA-STAP bazująca na pośrednim wykorzystaniu danych (ang. maximum likelihood KA-STAP).</li> </ul>
NHD	- detektor niejednorodności (ang. non-homogeneity detector);
OMP	- algorytm dopasowania kroczącego (ang. orthogonal matching pursuit);
PST	- algorytm wyboru komórek treningowych na podstawie mocy
	oucoranego sygnanu (ang. power-serected training).
DOWE CID	algomiter unihami komának teoringoverski za hazia CID (ang. anglata

9

SIMO	- układ o jednym wejściu i wielu wyjściach (ang. single input, multiple
	output);
SCNR	- stosunek sygnału do zakłóceń pasywnych i szumu na wyjściu
	procesora STAP (ang. singal-to-clutter-plus-noise-ratio);
SINR	- stosunek sygnału do sumy zakłóceń i szumu na wyjściu procesora
	STAP (ang. singal-to-intereference-plus-noise-ratio);
SMI	- metoda statystyczna wyznaczania macierzy kowariancji zakłóceń
	STAP (ang. sample matrix inversion);
STAP	- przestrzenno-czasowe adaptacyjne przetwarzanie sygnałów
	(ang. space-time adaptive processing);
ULA	- liniowy szyk antenowy (ang. uniform linear array);

### Wykaz najważniejszych symboli

·	- wyznacznik macierzy;
$\ \cdot\ _F$	- norma Frobeniusa macierzy;
$(\cdot)^{H}$	- transpozycja zespolona macierzy;
(†)	- pseudoinwersja macierzy;
$\odot$	- iloczyn Hadamarda;
$\otimes$	- iloczyn Kroneckera;
tr(·)	- ślad macierzy;
$E\{\cdot\}$	- wartość oczekiwana;
β	<ul> <li>współczynnik nachylenia grzbietu zakłóceń;</li> </ul>
η	- statystyka testowa;
θ	- kąt elewacji;
λ	- długość fali;
arphi	- kąt azymutu;
$\gamma_t$	- przestrzenno-czasowe widmo zakłóceń i obiektu testowanej komórki
	odległościowej;
Y	- macierz przestrzenno-czasowego widma zakłóceń i obiektu w modelu
	rzadkiego odzyskiwania;
Ψ	- macierz przestrzenno-czasowej bazy wektorów sterujących, określana
	słownikiem;
$\Lambda_k$	- macierz diagonalna złożona z wartości własnych;
$C_k$	- składowa zakłóceń pasywnych pojedynczego przekroju radarowej
	kostki danych;
d	<ul> <li>odległość pomiędzy antenami;</li> </ul>
E <sub>k</sub>	- macierz wektorów własnych;
$f_c$	- częstotliwość nośna radaru;
f <sub>d</sub>	- przesunięcie częstotliwości Dopplera;
$f_r$	- częstotliwość powtarzania impulsów;
$f_s$	<ul> <li>częstotliwość przestrzenna;</li> </ul>
Н	<ul> <li>wysokość lotu platformy latającej;</li> </ul>
J <sub>k</sub>	- składowa zakłóceń aktywnych pojedynczego przekroju radarowej
	kostki danych;
K	- liczba komórek odległościowych;

L <sub>SINR</sub>	<ul> <li>straty stosunku mocy sygnału od obiektu do mocy sygnału zakłóceń;</li> </ul>
М	- liczba nadawanych impulsów;
Ν	- liczba anten;
Ν	- macierz szumu w modelu rzadkiego odzyskiwania;
N <sub>c</sub>	<ul> <li>liczba komórek zakłóceń;</li> </ul>
N <sub>k</sub>	- składowa szumu pojedynczego przekroju radarowej kostki danych;
$r_c$	<ul> <li>rząd macierzy kowariancji zakłóceń;</li> </ul>
<b>R</b> <sub>c</sub>	<ul> <li>macierz kowariancji zakłóceń pasywnych;</li> </ul>
<i>R</i> <sub>j</sub>	<ul> <li>macierz kowariancji zakłóceń aktywnych;</li> </ul>
$R_k$	<ul> <li>macierz kowariancji sumy zakłóceń i szumu;</li> </ul>
$R_n$	- macierz kowariancji szumu;
$\boldsymbol{S}(f_d, f_s)$	- przestrzenno-czasowy wektor sterujący;
$S_k$	- składowa sygnału od obiektu pojedynczego przekroju radarowej
	kostki danych;
Va	- stała prędkość poruszania się samolotu wzdłuż linii prostej;
$V_r$	- prędkość radialna pomiędzy obiektem a radarem;
W	- wektor wag procesora STAP;
X	- macierz będąca echem odebranego sygnału w modelu rzadkiego
	odzyskiwania;
$X_k$	- pojedynczy przekrój radarowej kostki danych będący echem
	odebranego sygnału.

#### 1. Wstęp

#### 1.1 Wprowadzenie

W obecnych czasach radar znajduje coraz szersze zastosowanie. W ogólności radar stanowi urządzenie do pozyskiwania informacji o obiektach fizycznych i ich otoczeniu na podstawie sygnałów otrzymywanych z sensorów nie będących w bezpośrednim kontakcie z tymi obiektami. Radar to już nie tylko urządzenie do wykrywania obiektów oraz odległości do nich za pomocą fal elektromagnetycznych. To także urządzenie zdolne do pomiaru prędkości oraz kierunku ruchu obiektu, przeprowadzania identyfikacji czy tworzenia obrazu powierzchni ziemi. Z tego powodu wymagane jest opracowanie nowych algorytmów związanych z techniką przetwarzania sygnałów radarowych. Jedną z popularniejszych oraz bardzo rozwijaną obecnie techniką jest przestrzenno-czasowe przetwarzanie adaptacyjne (ang. STAP), którą stosuje się zwykle do wykrywania wolno poruszających się obiektów naziemnych na tle zakłóceń pasywnych oraz aktywnych. Technika ta operuje jednocześnie w dziedzinie czasowej oraz przestrzennej, co umożliwia eliminowanie zakłóceń, które mają charakter dwuwymiarowy.

Obecnie radary można klasyfikować ze względu na zadania, rodzaj pracy, zasięg, rodzaj sygnału sondującego czy sposób przetwarzania sygnałów. Jest to jedynie wycinek szerokiej gamy różnych radarów wykorzystywanych do różnych zastosowań. Radary możemy sklasyfikować również ze względu na platformę na której jest zainstalowany. Właśnie radar zainstalowany na platformie latającej będzie obiektem zainteresowania w niniejszej rozprawie.

Radary umieszczone na pokładzie samolotu często nazywa się w literaturze radarami samolotowymi. Korzyści jakie niesie ze sobą możliwość zainstalowania radaru na pokładzie samolotu są dwojakie. Pierwsza dotyczy pozyskiwania informacji rozpoznawczych i ich wykorzystania do celów obrony powietrznej danego państwa. Taki sposób zastosowania radaru samolotowego można zidentyfikować w zakupionym niedawno przez Siły Zbrojne RP systemie PATRIOT, gdzie dane o sytuacji radiolokacyjnej przekazywane są do naziemnych stanowisk dowodzenia i obrony powietrznej. Drugą korzyścią jest możliwość wyposażenia samolotów bojowych w radar pokładowy, co pozwala chociażby na przechwytywanie i skuteczne rażenie celów.

Wyniesienie radaru na powierzchnie statku powietrznego skutkuje oczywiście powstaniem szeregu problemów technicznych. Pierwszym z nich jest duża prędkość przemieszczania się samolotu. W następstwie dużej prędkości samolotów, odebrane echa są

13

ruchome i wymagają zastosowania specjalnych algorytmów aby je wyeliminować. W przeciwieństwie do radarów naziemnych, zwykła filtracja dopplerowska jest niewystarczająca. Ponadto, należy uwzględnić manewrowość statku powietrznego oraz efekty z nim związane. Drugim znacznym problemem jest sposób obserwacji powierzchni ziemi przez radar samolotowy. Taki radar aby wykryć inne statki powietrznej lub obiektu na powierzchni ziemi, musi najczęściej patrzeć prosto w ziemię. Mając świadomość istniejących ograniczeń zastosowania radaru samolotowego, w niniejszej rozprawie przedstawiono opis wyżej wymienionych zagadnień oraz podjęto próbę ich rozwiązania poprzez modyfikację istniejących algorytmów STAP.

Niezależnie od tego czy radar pracuje na powierzchni ziemi czy na pokładzie statku powietrznego, aby mógł skutecznie wykryć obiekt, należy stosować rozwiązania służące eliminacji sygnałów zakłócających. Stąd, często podstawową miarą jakości radaru określa się zdolność do jego selekcji ech pożądanych Jednym z niezbędnych układów przeciwzakłóceniowych jest układ tłumienia ech stałych (TES), którego celem jest eliminacja echa od nieporuszających się obiektów na powierzchni ziemi czy echa od chmur. Są to obiekty nie zmieniające swojego położenia np. drzewa, góry, budynki. Najprostszymi układami kompensacji ech stałych są filtr MTI (ang. Moving Target Indication) oraz filtr dopplerowski MTD (ang. Moving Target Detection). Celem filtracji MTI jest zapewnienie jak najwyższego stosunku sygnału do zakłóceń, zaś celem filtracji MTD jest oprócz zapewnienia jak najwyższego stosunku sygnału do zakłóceń, poprawa stosunku sygnału do szumów. Działanie systemu filtracji dopplerowskiej opiera się na zjawisku Dopplera. Przeprowadzając stosowną filtrację odebranych zobrazowań po kompresji odległościowej możliwe jest wyeliminowanie echa od źródeł zakłóceń. Układy MTD od wielu lat są powszechnie wykorzystywane w zastosowaniach wojskowych jak i cywilnych. Wykazują lepszą zdolność wykrywania obiektów niż rozwiazania stosowane wcześniej. Ponadto w odróżnieniu od metody MTI umożliwiają wyznaczenie prędkości radialnej wykrytego obiektu. Oba układy filtracji pracują w dziedzinie czasu. Jednocześnie w radiolokacji powstała druga grupa technik związanych eliminacją zakłóceń, związana z antenami adaptacyjnymi. Są to układy pracujące w dziedzinie przestrzennej. Istotnym zagadnieniem naukowo-badawczym było znalezienie takiego środka, który by potrafił połączyć możliwość eliminacji ech stałych w obu dziedzinach czasowej oraz przestrzennej. Rozwiązaniem okazała się technika STAP.

#### 1.2 Stan wiedzy w dziedzinie rozprawy

Pierwsze wzmianki o teorii STAP sięgają wczesnych lat siedemdziesiątych, kiedy to ukazała się publikacja Lawrence'a E. Brennan'a and Irvinga S. Reed'a [25]. W kolejnych latach ukazały się monografie podsumowujące aktualny stan wiedzy o STAP autorstwa J. Warda, J.R. Guerci oraz R. Klemma [1-3]. Publikacje wyżej wymienionych autorów stanowiły fundament przyszłych badań nad STAP. Z biegiem czasu praktyczne implementacje poszczególnych algorytmów STAP obnażały nieodłączne wady tej technologii. W związku z powyższym, zasadnym stało się opracowanie metody estymacji macierzy kowariancji zakłóceń oszczędnej obliczeniowo oraz realizującej potrzeby najnowocześniejszych systemów radiolokacyjnych.



Rys. 1.1. Schemat przetwarzania STAP.

Aby uświadomić sobie istotę omawianych zagadnień bardzo pomocne wydaje się zaprezentowanie schematu przetwarzania STAP, na którym można jednoznacznie usytuować proces estymacji macierzy kowariancji zakłóceń. Stąd, na powyższym rysunku uwypuklono najważniejsze etapy przetwarzania sygnału radiolokacyjnego w technologii STAP.

Na rysunku 1.1. oznaczono te etapy przetwarzania sygnału radarowego, za które odpowiada STAP. Danymi wejściowymi zasadniczego przetwarzania STAP są dane zawarte w radarowej kostce danych. Są to surowe dane odebrane przez szyk antenowy, a następnie odbiorniki. Po spróbkowaniu oraz kompresji impulsów, a także filtracji dopplerowskiej odebranego sygnału, kształtowana jest surowa kostka danych. Na bazie surowej kostki danych przeprowadzana jest estymacja macierzy kowariancji zakłóceń. Macierz

kowariancji zakłóceń stanowi główny czynnik w procesie wyznaczanie wektora wag. Na bazie otrzymanego wektora wag tworzy się wiązkę adaptacyjną. Listek główny wiązki adaptacyjnej zawiera informacje o lokalizacji obiektu, stąd możliwa jest estymacja parametrów obiektu takich jak kąt elewacji i kąt azymutu radaru względem obiektu oraz odległość radar – obiekt. W niniejszej rozprawie uwaga zostanie skupiona głównie na metodach estymacji macierzy kowariancji zakłóceń.

Do końca lat 90-tych ubiegłego wieku algorytmy STAP bazowały na statystycznych metodach estymacji macierzy kowariancji zakłóceń. Bardzo popularną metodą, która później często stanowiła punkt odniesienia dla nowych metod, była metoda SMI (ang. sample matrix inversion). Metoda SMI została szczegółowo opisana na kolejnych stronach niniejszej rozprawy, zaś przykład jej zastosowania pokazano w załączniku G.

Przełomem w badaniach naukowych dotyczących opracowania metod estymacji macierzy kowariancji zakłóceń stanowiła praca autorstwa Raviraj'a S. Adve, Todd'a B. Hale oraz Michael'a C. Wicks'a [57], w której przedstawiono po raz pierwszy nowy typ niestatystycznych metod estymacji macierzy kowariancji zakłóceń – metody bezpośredniej dziedziny danych ( ang. Direct Data Domain D3), często określanych skrótem D3. Szerszy opis ich właściwości oraz charakterystykę zawarto w rozdziale trzecim niniejszej rozprawy.

Następnie zaprzestano badań nad statystycznymi metodami estymacji macierzy kowariancji zakłóceń, co wydaje się słuszne, biorąc pod uwagę wady jakimi one się charakteryzowały. Do głównych można zaliczyć potrzebę dostępu do ogromnej ilości danych treningowych zawartych w komórkach odległościowych, co nie rzadko było trudne do spełnienia. W kolejnych latach starano się wprowadzać udoskonalenia metod D3 poprzez eliminację występujących wad, które powodowały takie zjawiska jak trudności z wykryciem obiektu na tle niejednorodnych zakłóceń czy mylną detekcję obiektów [60-66].

Zupełnie innym podejściem okazała się metoda estymacji macierzy kowariancji zakłóceń bazująca na wiedzy o skanowanym przez radar terenie bądź występujących na nim obiektach. Nowy typ metod niestatystycznych nazwano KA-STAP (ang. Knowledged-Aided STAP). Podstawą nowego podejścia było zauważanie faktu, że dotychczasowe metody STAP w niewielkim stopniu bazowały na łatwo dostępnych informacjach o terenie, takich jak przewidywana struktura zakłóceń na powierzchni Ziemi, bazy danych zagospodarowania przestrzennego danego terenu czy cyfrowe modele danych wysokościowych terenu. Możliwym stało się więc zwiększenie wydajności metod STAP w niejednorodnym środowisku zakłóceń. Rozwój metod KA-STAP był na początku XXI wieku jednym z głównych celów badawczych amerykańskiej Agencji Zaawansowanych Projektów Badawczych w Obszarze Obronności

(ang. DARPA) [50]. Głównym problemem poruszanym w pracach naukowo-badawczych zajmujących się algorytmami KA-STAP było oszacowanie dokładności wiedzy a priori o skanowanym terenie względem rzeczywistych danych odebranych przez radar [42].

W ostatnich latach należy zauważyć nowy kierunek badań nad rozwojem niestatystycznych metody estymacji macierzy kowariancji zakłóceń. W literaturze przedmiotu rozprawy można znaleźć cały szereg artykułów naukowych poświęconych wykorzystywaniu algorytmów rzadkiego odzyskiwania w STAP. Technika przetwarzania sygnałów nazywana w literaturze angielskiej mianem "compressed - sensing theory", co można tłumaczyć jako teoria oszczędnego próbkowania, dała nowe spojrzenie na konstruowanie niestatystycznych metod estymacji macierzy kowariancji zakłóceń w technice STAP opartej na wykorzystywaniu algorytmów rzadkiego odzyskiwania [78-79].

Na przestrzeni ostatnich pięciu lat należy zauważyć wzrost ilości prac badawczych traktujących o STAP w aspekcie wykorzystania algorytmów rzadkiego odzyskiwania [68-75]. W związku z powyższym, analizując rozwój prac badawczych w dziedzinie techniki STAP potraktowano tę właśnie gałęź za najbardziej obiecującą. W kolejnych rozdziałach, szczególnie w rozdziale 3, przedstawiono bardzo szczegółowo konstrukcje metody estymacji macierzy kowariancji zakłóceń bazującej na algorytmach rzadkiego odzyskiwania, a także porównanie jej wydajności na tle innych, znanych metod.

#### 1.3 Motywacje

Argumenty skłaniające do wszczęcia działalności naukowo-badawczej dotyczącej zagadnień techniki przestrzenno-czasowego adaptacyjnego przetwarzania sygnałów wynikają z kilku czynników. Pierwszym z nich było dążenie do dogłębnego poznania aktualnych trendów w jednej z najszybciej rozwijających się na świecie technik radiolokacyjnych jaką jest technika przetwarzania sygnałów STAP. Wnikliwe studia literaturowe w tym obszarze spowodowały wzmożone zainteresowanie problematyką detekcji obiektu na tle silnych zakłóceń, a w szczególności estymacją macierzy kowariancji zakłóceń.

Drugim czynnikiem było rozpropagowanie techniki STAP w polskiej literaturze naukowej. Biorąc pod uwagę fakt, że technologia STAP jest od dziesiątek lat intensywnie rozwijana na świecie, to w naszym kraju uchodzi ona za stosunkowo młodą. Przybliżenie tematyki STAP oraz zastosowanie zaproponowanej metody w niniejszej pracy doktorskiej, może poskutkować wzrostem potencjału badawczo-naukowego, a także może stanowić zachętę

do podejmowania kolejnych prac związanych z tematyką STAP przez następne pokolenia entuzjastów techniki radiolokacyjnej oraz pracowników naukowo-badawczych.

Poprzez analizę literatury przedmiotu oraz poruszane problemy badawcze spostrzeżono potrzebę opracowania nowej metody wyznaczania macierzy kowariancji zakłóceń, która będzie umożliwiała wykrywanie obiektów na tle niejednorodnych zakłóceń przy założeniu, że na platformie latającej zainstalowano radar MIMO. Przyjęte założenia oraz kierunek prowadzonych badań doprowadziły do poszukiwania rozwiązania tak postawionego problemu. Efektem podjętych starań jest opracowanie skutecznej metody wyznaczania macierzy kowariancji zakłóceń, a także kompleksowa implementacja metody do techniki przetwarzania STAP pozwalającej wytłumić zakłócenia oraz wykryć obiekt.

#### 1.4 Teza pracy

Celem niniejszej rozprawy jest opracowanie nowatorskiej metody wyznaczania macierzy kowariancji zakłóceń w technice STAP. Opracowana metoda musi uwzględnić wykorzystanie radaru MIMO oraz algorytmu OMP. Uwzględniając najnowsze wyniki badań oraz cel pracy można sformułować następującą tezę rozprawy:

Zastosowanie modelu geometrii radaru MIMO oraz algorytmu dopasowania kroczącego (OMP-STAP) do estymacji macierzy kowariancji zakłóceń w technice STAP, pozwala na wykrycie obiektu na tle zakłóceń niejednorodnych. Metoda ta nie wymaga zapewnienia dużej ilości komórek treningowych co znacznie wpływa na ograniczenie złożoności obliczeniowej algorytmu.

#### 1.5 Układ pracy

Praca składa się z pięciu rozdziałów. W rozdziale drugim omówiono podstawy STAP. Przedstawiono model geometrii systemu radarowego zainstalowanego na statku powietrznym oraz modele poszczególnych sygnałów pochodzących od obiektu, a także zakłóceń i szumu. W rozdziale tym zaprezentowano również krótki opis najważniejszych parametrów charakteryzujących procesor STAP. Ponadto, omówiono zalety stosowania radaru MIMO, a także przebieg algorytmu przetwarzania STAP. Rozdział trzeci poświęcono omówieniu estymacji macierzy kowariancji zakłóceń, będącej głównym elementem rozprawy. W rozdziale poddano analizie sposoby jej wyznaczania. Omówiono wybrane algorytmy, a w szczególności algorytm dopasowania kroczącego. W rozdziale czwartym zaprezentowano wyniki badań symulacyjnych zaproponowanej metody. Badania miały na celu weryfikację przyjętych założeń, modeli oraz metod zawartych w analizie teoretycznej. W wyniku szeregu symulacji potwierdzono przyjętą tezę. Na rozdział piąty składają się wnioski oraz spostrzeżenia na temat zebranych wyników z przeprowadzonych badań i możliwe kierunki dalszych prac badawczych.

Dodatkowej uwagi wymaga wyjaśnienie stosowanych oznaczeń w tekście rozprawy. Pogrubioną czcionką oznaczono wektory oraz macierze, zaś kursywą oznaczono w tekście zmienne oraz parametry. W związku z licznymi operacjami matematycznymi zastosowano oznaczenia, które zawarto w wykazie najważniejszych symboli.

#### 2. Przestrzenno-czasowe adaptacyjne przetwarzanie sygnałów

Przestrzenno-czasowe adaptacyjne przetwarzanie sygnałów jest nowoczesną techniką przetwarzania sygnałów stosowaną w systemach radarowych. Technikę STAP stosuje się do detekcji obiektów poruszających się po powierzchni ziemi poprzez system radarowy umieszczony na platformie latającej.

#### 2.1. Model środowiska oraz występujących zakłóceń

W literaturze fachowej zakłócenia radiolokacyjne dzielone są na zakłócenia pasywne (ang. clutter) oraz zakłócenia aktywne (ang. jammer). Na poniższym rysunku schematycznie pokazano środowisko złożone z elementów odpowiedzialnych za istnienie zakłóceń pasywnych takich jak nieruchome przeszkody terenowe oraz urządzeń zakłócających będących źródłem zakłóceń aktywnych. W związku z powyższym, technika STAP w tak różnorodnym środowisku stanowi niezbędne narzędzie do eliminacji obu typów zakłóceń.



Rys. 2.1. Model środowiska oraz rodzaje występujących zakłóceń.

Zakłócenia pasywne, będące efektem odbicia się fali elektromagnetycznej od nieruchomych przeszkód terenowych, występują w odebranym sygnale echa i przeważnie prawie całkowicie zakrywają obecny sygnał pochodzący od obiektu, który porusza się po powierzchni ziemi z niezerową wartością prędkości. Obecność składowej zakłóceń pasywnych jest wynikiem efektu Dopplera, czyli występowania prędkości względnej pomiędzy nieruchomymi przeszkodami, a poruszającym się statkiem powietrznym z zainstalowanym radarem. W związku z powyższym, istotą przetwarzania STAP jest usunięcie z odebranego echa sygnału zakłóceń, przy zachowaniu składowej pochodzącej od obiektu [82].

Aby zamodelować geometrię położenia radaru oraz obiektu najczęściej stosuje się schemat przedstawiony na poniższym rysunku [5]. Obiekt oznaczony na rysunku jako P znajduje się względem radaru w odległości  $R_s$ , kąt elewacji pomiędzy nimi wynosi  $\theta$  zaś azymutu  $\varphi$ . Samolot lecący na wysokości H, porusza się wzdłuż linii prostej ze stałą prędkością  $V_a$ , a umieszczony na nim radar najczęściej posiada liniowy szyk antenowy (ang. uniform linear array ULA) opromieniowujący obiekt P pod kątem  $\alpha$ .



Rys. 2.2. Schemat modelu geometrii przyjętej do badań nad STAP [5].

Tak zamodelowany system radarowy pracujący na określonej długości fali  $\lambda$ , nadaje ciąg M koherentnych impulsów o częstotliwości powtarzania impulsów  $f_r$  poprzez N anten oddalonych od siebie o stałą odległość d.

Odebrane echo można przedstawić w postaci radarowej kostki danych. W opisanej sytuacji będzie się ona składała z zespolonych próbek sygnału zebranych dla M impulsów przez N elementów szyku antenowego dla komórek odległościowych od 1 do K. Tak zbudowana kostka danych została przedstawiona na poniższym rysunku.



Rys. 2.3. Radarowa kostka danych przetwarzania STAP.

Każdy algorytm STAP operuje na surowych danych poprzez wykorzystanie danego przekroju radarowej kostki przy ustalonej komórce odległościowej *k*. Następnie najczęściej testuje się hipotezy o obecności obiektu w danej komórce odległościowej bądź jego braku. W tym celu tworzy się filtr, charakteryzujący się dużym wzmocnieniem sygnału użytecznego od obiektu oraz jednocześnie dużym tłumieniem wszystkich innych sygnałów (zakłóceń pasywnych od nieruchomych obiektów, aktywnych zakłóceń radiolokacyjnych). Ogólniej ujmując, STAP ma na celu odfiltrowanie echa pochodzącego ze źródeł zakłóceń, a zachowanie sygnału pochodzącego od interesującego obiektu.

#### 2.2. Algorytm przetwarzania STAP

Dane zawarte w *k*-tej komórce odległościowej, czyli dla *k*-tego przekroju surowej kostki danych można przedstawić jako macierz [5]:

$$\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{k}} = \begin{bmatrix} x_{k,1,1} & x_{k,1,2} & \cdots & x_{k,1,N} \\ x_{k,2,1} & x_{k,2,2} & \cdots & x_{k,2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{k,M,1} & x_{k,M,2} & \cdots & x_{k,M,N} \end{bmatrix}$$
(2.1)

W celu dalszego przetwarzania przegrupowano macierz w wektor, który przyjmie postać

$$\boldsymbol{X}_{\boldsymbol{k}} = \begin{bmatrix} x_{k,1,1} & x_{k,2,1} & \cdots & x_{k,M,1} & x_{k,1,2} & \cdots & x_{k,1,N} & \cdots & x_{k,M,N} \end{bmatrix}$$
(2.2)

Odebrane echo  $X_k$  jest sumą sygnałów składowych pochodzących od obiektu  $S_k$ , zakłóceń pasywnych  $C_k$ , zakłóceń aktywnych  $J_k$  oraz szumu  $N_k$ , co przedstawiono poniżej jako

$$X_k = S_k + C_k + J_k + N_k \tag{2.3}$$

Pierwszym etapem przetwarzania STAP jest wyznaczenie wektora sterującego  $S(f_{sp}, f_d)$ dla każdego obiektu. Wektor ten jest iloczynem Kroneckera wektora sterującego w dziedzinie czasu  $S_t(f_d)$  oraz wektora sterującego w dziedzinie przestrzennej  $S_{sp}(f_{sp})$ . Wektor sterujący w dziedzicznie czasu przedstawiono jako [5]

$$S_t(f_d) = e^{j2\pi(M-1)f_d}$$
(2.4)

gdzie  $f_d$  oznacza przesunięcie częstotliwości Dopplera, które wyrażono jako

$$f_d = \frac{2 \cdot V_r}{\lambda} \tag{2.5}$$

gdzie  $V_r$  oznacza prędkość radialną pomiędzy obiektem a radarem. Wektor sterujący w dziedzinie przestrzennej dany jest jako [5]

$$\boldsymbol{S_{sp}}(f_{sp}) = e^{j2\pi(N-1)f_{sp}} \tag{2.6}$$

gdzie  $f_{sp}\,$ oznacza częstotliwość przestrzenną, którą wyrażono zależnością

$$f_{sp} = \frac{d}{\lambda} \cos(\alpha) \tag{2.7}$$

Ostatecznie, wektor sterujący można przedstawić jako [5]

$$\mathbf{S}(f_{sp}, f_d) = \mathbf{S}_t(f_d) \otimes \mathbf{S}_{sp}(f_{sp}) = \begin{vmatrix} 1 \cdot 1 \\ e^{j2\pi f_{sp}} \cdot 1 \\ e^{j2\pi 2f_{sp}} \cdot 1 \\ \vdots \\ e^{j2\pi (M-1)f_{sp}} \cdot 1 \\ 1 \cdot e^{j2\pi f_d} \\ e^{j2\pi f_{sp}} \cdot e^{j2\pi f_d} \\ \vdots \\ e^{j2\pi (M-1)f_{sp}} \cdot e^{j2\pi (N-1)f_d} \end{vmatrix}$$
(2.8)

gdzie symbol ⊗ oznacza iloczyn Kroneckera.

W załącznikach B - F niniejszej rozprawy przedstawiono powyższe zależności wraz z przykładami liczbowymi ilustrującymi wyznaczanie komórek odległościowych, określanie położenia obiektu względem radaru, określanie prędkości względnej obiekt-radar, określanie przesunięcia częstotliwości Dopplera oraz wyznaczanie wektora sterującego.

Kolejnym etapem jest wyznaczenie macierzy kowariancji zakłóceń. W tym celu testowaną komórkę odległościową k dzieli się na  $N_c$  komórek (ang. patch) zakłóceń. Przyjmuje się również, że składowa zakłóceń pasywnych dla danej komórki odległościowej jest superpozycją sygnału pochodzącego z każdej komórki zakłóceń. Stąd macierz kowariancji

zakłóceń pasywnych, aktywnych oraz szumów dla danego przekroju radarowej kostki danych dana jest odpowiednio jako [3]:

$$\boldsymbol{R}_{c} = E\{\boldsymbol{C}_{k}\boldsymbol{C}_{k}^{H}\} = \sigma^{2} \sum_{i=1}^{N_{c}} CNR\boldsymbol{S}_{i}(f_{sp}, f_{d})\boldsymbol{S}_{i}^{H}(f_{sp}, f_{d})$$
(2.9)

$$\boldsymbol{R}_{j} = E\{\boldsymbol{J}_{k}\boldsymbol{J}_{k}^{H}\} = I_{M} \otimes \sigma^{2} JNR\boldsymbol{S}_{j}(f_{sp}, f_{d})\boldsymbol{S}_{j}^{H}(f_{sp}, f_{d})$$
(2.10)

$$\boldsymbol{R}_n = E\{\boldsymbol{N}_k \boldsymbol{N}_k^H\} = \sigma^2 I_{MN} \tag{2.11}$$

gdzie  $\sigma$  oznacza moc źródła zakłóceń, *CNR* oznacza stosunek zakłóceń biernych do szumu (ang. clutter to noise ratio CNR) mierzony w decybelach, *JNR* oznacza stosunek zakłóceń aktywnych do szumu (jammer to noise ratio) mierzony w decybelach,  $S_i(f_{sp}, f_d)$  jest wektorem sterującym poszczególnej komórki zakłóceń,  $S_j(f_{sp}, f_d)$  jest wektorem sterującym danego źródła zakłóceń aktywnych, zaś  $I_M$  oraz  $I_{MN}$  oznacza macierz jednostkową o wymiarze odpowiednio  $M \times M$  oraz  $M \times N$ . Stąd macierz kowariancji sumy zakłóceń i szumów dane jest zależnością:

$$\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{k}} = \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{c}} + \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{j}} + \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{n}} \tag{2.12}$$

Poprzez wyznaczenie wektora sterującego oraz macierzy kowariancji sumy zakłóceń i szumów należy wyznaczyć wektor wag

$$\boldsymbol{w}_{\boldsymbol{k}} = \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{k}}^{-1} \cdot \boldsymbol{S}(f_{sp}, f_d)$$
(2.13)

gdzie  $\varepsilon$  oznacza skalar,  $\mathbf{R}_{k}^{-1}$  jest odwrotną macierzą kowariancji sumy zakłóceń i szumów.  $S(f_{sp}, f_d)$  jest wektorem sterującym dla jednego obiektu, który będzie wykrywany. W praktyce zarówno  $\mathbf{R}_{k}^{-1}$  oraz  $\mathbf{S}(f_{sp}, f_d)$  nie są znane.

Jak już wcześniej wspomniano, procesor STAP jest filtrem liniowym, więc ostatecznie procesor STAP ma za zadanie usunąć zakłócenia oraz wykryć obiekt. Zależność opisująca te działania dana jest jako [5]

$$Y_k = \boldsymbol{w}_k^H \cdot \boldsymbol{X}_k \tag{2.14}$$

gdzie  $Y_k$  jest wynikowym skalarem. Symbol H oznacza transpozycję zespoloną danej macierzy.

Problem braku wektora sterującego obiektu rozwiązuje się poprzez zastosowanie siatki testowej. Aby wyznaczyć wektor sterujący należy znać dokładną prędkość obiektu oraz precyzyjny kąt  $\alpha$  pomiędzy anteną radaru a obiektem. Oczywiście te parametry nie są znane. Siatka testowa obejmuje dogłębne sprawdzenie szeregu dyskretnych punktów płaszczyzny przestrzenno-czasowej. Każdy punkt tej płaszczyzny jest przekształcany na zastępczy wektor sterujący  $v_{s-t}$ , a następnie użyty zamiast  $S(f_{sp}, f_d)$  w zależności (2.13). Niedopasowanie

rzeczywistego wektora sterującego z zastępczym prowadzą do pogorszenia dokładności detekcji obiektu.

Problemowi wyznaczania macierzy kowariancji zakłóceń poświęcono niniejszą rozprawę. Szerszy opis tego zagadnienia przedstawiono w rozdziale trzecim. W tym miejscu przytoczono jedynie statystyczny sposób wyznaczenia macierzy kowariancji zakłóceń na bazie metody SMI (ang. Sample Matrix Inversion). Na poniższym rysunku schematycznie przedstawiono część radarowej kostki danych, którą wykorzystuje się w tym celu.



Rys. 2.4. Estymacja macierzy kowariancji przy użyciu sąsiednich komórek odległościowych.

Na powyższym rysunku oznaczono komórkę testowaną, a po jej obu stronach komórki ochronne. Zbiór komórek odległościowych wokół komórki testowanej na obecność obiektu nazywa się komórkami treningowymi. Macierz kowariancji wykorzystana do obliczenia filtra nie powinna zawierać danych obiektu. optymalnego Z tego powodu nie korzysta się z danych komórki odległościowej, w której oczekuje się lokalizacji obiektu. Ponadto, aby zapobiec korzystaniu z danych zawartych w testowanej komórce odległościowej, stosuje się komórki ochronne. Ostatecznie, po wybraniu właściwych komórek treningowych wyznaczana jest macierz kowariancji, zgodnie z zależnością (2.12). Następnie należy odwrócić macierz kowariancji zakłóceń. W załączniku G niniejszej rozprawy zawarto szczegółowe zależności wraz z przykładem liczbowym powyższej metody wyboru komórek treningowych SMI STAP.

Ostatnim etapem przetwarzania STAP jest zdefiniowanie oraz zweryfikowanie hipotez o obecności lub braku obecności pożądanego obiektu. Hipotezy zdefiniowane są jako [6]:

$$H_0: \boldsymbol{X}_k = \boldsymbol{C}_k + \boldsymbol{J}_k + \boldsymbol{N}_k \tag{2.15}$$

$$H_1: \boldsymbol{X}_k = \boldsymbol{S}_k + \boldsymbol{C}_k + \boldsymbol{J}_k + \boldsymbol{N}_k \tag{2.16}$$

gdzie  $H_0$  oznacza hipotezę o braku obecności obiektu, zaś  $H_1$  oznacza hipotezę alternatywną. Wartość  $\varepsilon$  będącego skalarem w zależności na wektor wag (2.13) można wyznaczyć znając zastępczy wektor sterujący  $v_{s-t}$  oraz odwrotną macierzą kowariancji sumy zakłóceń i szumów  $R_k^{-1}$ , jako [6]

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{\nu_{s-t}^H R_k^{-1} \nu_{s-t}}} \tag{2.17}$$

Na podstawie [6] statystyka testowa na obecność celu dana jest jako

$$\eta = \frac{|v_{s-t}^{H} R_{k}^{-1} X_{k}|^{2}}{v_{s-t}^{H} R_{k}^{-1} v_{s-t}}$$
(2.18)

Podana statystyka testowa charakteryzuje się właściwością określonego prawdopodobieństwa fałszywego alarmu (ang. Constant False Alarm Ratio CFAR) [6]. W rezultacie otrzymano rzeczywistą, dwuwymiarową mapę statystyki testowej będącą na wyjściu filtru STAP. Dwuwymiarowa mapa, inaczej przestrznno-czasowa, reprezentuje siatkę zastępczych wektorów sterujących  $v_{s-t}$ .

Ostatecznie, otrzymaną wartość  $\eta$  porównuje się z przyjętą wartością progu decyzyjnego  $\gamma$ . Sytuacja gdy  $\eta < \gamma$  oznacza brak obiektu, w przeciwnym razie obiekt został wykryty [6-7].

#### 2.4. Nachylenie grzbietu zakłóceń

Jednym z ważniejszych parametrów opisujących stopień zakłóceń w odebranym sygnale echa jakie utrudniają detekcję obiektu jest współczynnik nachylenia grzbietu zakłóceń  $\beta$  (ang. clutter ridge). Dla konkretnych wartości częstotliwości powtarzania impulsów  $f_r$ , odległości pomiędzy antenami d oraz prędkości lotu platformy  $V_a$  określa się go jako [3]:

$$\beta = \frac{2V_a}{df_r} \tag{2.19}$$

Równanie to definiuje położenie zakłóceń w płaszczyźnie przestrzenno-czasowej. Jeżeli przyjąć za stałą wartość częstotliwości powtarzania impulsów  $f_r$  oraz odległość pomiędzy antenami d, w szyku antenowym, to wartość parametru  $\beta$  zależy wprost proporcjonalnie od wartości prędkości z jaką porusza się platforma  $V_a$ , na której zainstalowany jest radar. Warto podkreślić, że odległość pomiędzy antenami d przyjmuje wartość stałą na etapie konstrukcji anteny radaru. Stąd, podczas pracy radaru na konkretnej częstotliwości powtarzania impulsów  $f_r$ , na wartość parametru  $\beta$  można mieć bezpośredni wpływ poprzez dobór wartości prędkości lotu platformy  $V_a$ . Na rysunku 2.5. przedstawiono wykres lokalizacji zakłóceń na płaszczyźnie przestrzenno-czasowej w odebranym sygnale dla różnych prędkości lotu platformy, czyli dla różnych wartości parametru  $\beta$ . Częstotliwość powtarzania impulsów  $f_r$  jest stała w każdym przypadku. Wartość parametru  $\beta = 1$ , przy odpowiednio dobranej częstotliwości powtarzania impulsów  $f_r$  oraz odległości pomiędzy antenami d, oznacza, że zakłócenia występują dokładnie raz dla każdej częstotliwości Dopplera. Jak można zauważyć na poniższym rysunku, im wyższa wartość prędkości lotu platformy tym wartość parametru  $\beta$  rośnie. Objawia się to częstszą obecnością zakłóceń, co można zauważyć poprzez zwiększającą się ilość prostych na wykresach.



Rys. 2.5. Wykres lokalizacji zakłóceń w odebranym sygnale dla czterech różnych prędkości lotu platformy, przy czym  $f_r = 10$  kHz oraz  $f_c = 10$  GHz.

Parametr  $\beta$  określający nachylenie grzbietu zakłóceń doskonale oddaje swoją nazwę jak i znaczenie w przypadku zaprezentowania powyższych symulacji na rysunkach dwuwymiarowym oraz trójwymiarowym. W związku z tym, na rysunku 2.6. przedstawiono wykres lokalizacji zakłóceń dla  $\beta = 1$ , co dalszej części rozprawy tego typu wykresy będą traktowane jako przestrzenno-czasowe widma zakłóceń i szumu.



Rys. 2.6. Przestrzenno-czasowe widmo zakłóceń i szumu: a) wykres dwuwymiarowy, b) wykres trójwymiarowy. Stała wartość  $\beta = 1$ .

Analizując powyższe rysunki, należy jednoznacznie wskazać grzbiet zakłóceń, oznaczony kolorem żółtym, a także, co warte podkreślenia, dwuwymiarowy charakter występujących zakłóceń. Wartość mocy sygnału zakłóceń od powierzchni ziemi, które w tym przypadku ulokowane są wzdłuż grzbietu zakłóceń, prawie zawsze przewyższają wartość sygnału od obiektu będącego celem rozpoznania. Stąd, aby wyróżnić wartość sygnału

od obiektu spośród zakłóceń niezbędnym okazało się zastosowanie przetwarzania dwuwymiarowego STAP.

Podsumowując powyższe należy zaznaczyć, że im bardziej parametr  $\beta$  przekracza wartość równą jeden tym trudniej wykryć obiekt, w związku z częstszą obecnością zakłóceń.

#### 2.5. Rząd macierzy kowariancji zakłóceń

Drugim bardzo istotnym wskaźnikiem mówiącym o stopniu zakłóceń w odebranym sygnale jest rząd macierzy kowariancji zakłóceń. Rząd macierzy kowariancji zakłóceń bezpośrednio informuje o wymaganym stopniu swobody systemu radarowego czyli o najmniejszej liczbie niezależnych zmiennych potrzebnych do jednoznacznego wyeliminowania zakłóceń. Jest to parametr istotny z punktu widzenia złożoności obliczeniowej przetwarzania STAP.

Rząd macierzy to maksymalna liczba liniowo niezależnych wektorów będących wierszami (lub kolumnami) tej macierzy. Przekładając to na radarową kostkę danych, a dokładniej na zbiór niezależnych obserwacji, które powstają podczas ruchu platformy przy odbiorze jednego ciągu nadanych impulsów, jedynie część odebranego sygnału będzie istotna z punktu widzenia danych zawartych w macierzy kowariancji zakłóceń. W tym miejscu warto sięgnąć do analizy ruchu platformy. W związku z tym, na poniższym rysunku przedstawiono szyk czterech anten poprzez które nadawane są 3 impulsy jeden po drugim. Jak można zauważyć na rysunku 2.7. drugi element szyku antenowego w trakcie nadawania pierwszego impulsu odbierze ten sam sygnał co pierwszy element w trakcie nadawania drugiego impulsu.



Rys. 2.7. Szyk czterech anten nadający koherentnie impulsy.

Powyższe zjawisko zostało opisane równaniem przez L.E. Brennan oraz F.M. Fuhrmann w pracy [8]. Wymienieni autorzy określili w przybliżeniu rząd macierzy kowariancji zakłóceń dany jako wyrażenie:

$$r_c = [N + (M - 1)\beta]$$
(2.20)

Nawias [] oznacza zaokrąglenie do najbliższej liczby całkowitej. Jak widać powyższe równanie poprzez zaokrąglenie otrzymanej sumy pozwala na to, by parametr  $\beta$  nie koniecznie był zawsze liczbą całkowitą. Wracając do przykładu z rysunku 2.7., dla czterech anten N = 4 oraz dla trzech impulsów M = 3 i przy założeniu, że  $\beta = 1$  otrzymano rząd macierzy kowariancji równy 6, czyli dokładnie tyle niezależnych obserwacji ile oznaczono czerwonym kółkiem na rysunku 2.7.

Stosując dekompozycje macierzy kowariancji zakłóceń na wektory własne i wartości własne, na podstawie zasady Brennan'a można określić rząd macierzy kowariancji zakłóceń albowiem jedynie pierwsze  $r_c$  wartości własnych jest niezerowe. Tak więc, macierz kowariancji zakłóceń można przedstawić w postaci:

$$\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{k}} = \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{k}} \boldsymbol{\Lambda}_{\boldsymbol{k}} \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{k}}^{H} \tag{2.21}$$

gdzie  $E_k$  oznacza macierz wektorów własnych, zaś  $\Lambda_k$  macierzą diagonalną złożoną z wartości własnych.

Na rysunku 2.8. przedstawiono wykres rozkładu własnego macierzy kowariancji zakłóceń w zależności od wartości parametru  $\beta$ . Pionowymi liniami oznaczono rząd macierzy kowariancji zakłóceń dla poszczególnych wartości  $\beta$ .



Rys. 2.8. Wykres rozkładu własnego macierzy kowariancji zakłóceń w zależności od wartości parametru β.

Z równania (2.20) wynika, że jeżeli przyjąć za wartość stałą liczbę anten N, liczbę impulsów M, to rząd macierzy kowariancji zakłóceń zależy wprost proporcjonalnie od wartości parametru  $\beta$ . Jak można zauważyć na rysunku 2.8., im wyższa wartość parametru  $\beta$  tym większy rząd macierzy kowariancji zakłóceń, a to przekłada się wprost na większą złożoność obliczeniową, ponieważ większą ilość niezależnych liniowo równań opisuje zakłócenia.

Powyższe rozważania, jak już wcześniej założono, dotyczą przypadku gdy prędkość lotu platformy  $V_a$  jest równoległy do osi anten. Jeżeli tak nie jest, a takie sytuacje podczas lotu platformy oczywiście występują, jak na przykład zmiana toru lotu lub znoszenie pod wpływem silnego wiatru (ang. aircraft crab) wówczas należy uwzględnić kąt  $\phi_a$  pomiędzy osią anten a wektorem prędkości platformy Powyższą sytuację przedstawiono na rysunku 2.9.



Rys. 2.9. Schemat geometrii szyku antenowego w sytuacji gdy wektor prędkości platformy latającej nie jest równoległy do osi anten [3].

Jeżeli tor lotu platformy jest równoległy do osi anten to wtedy  $\phi_a = 0$ . Jeżeli taka sytuacja zachodzi to lokalizacja zakłóceń jest taka jak wcześniej przedstawiano na rysunku 2.5. Natomiast przy wykonywaniu nawet najmniejszego manewru przez platformę na której zainstalowany jest radar, czyli gdy  $\phi_a = 2^\circ$ , to ta różnica określona przez kąt  $\phi_a$  powoduje, że dla tego samego kąta azymutu istnieją dwie częstotliwości Dopplera danej komórki zakłóceń. Listek wsteczny (oznaczenie TYŁ) charakterystyki kierunkowej anteny przy wykonywaniu manewru przez platformę latającą odbiera sygnał od tej samej komórki odległościowej co listek główny (oznaczenie PRZÓD). To oczywiście znacznie utrudnia tłumienie zakłóceń oraz wykrycie obiektu. W takim przypadku stosowanie wprost zależności (2.20) traci sens, a konsekwencją tego zjawiska jest wzrost obecności zakłóceń w odebranym echu. Na rysunku 2.10. przedstawiono lokalizację zakłóceń w odebranym sygnale dla dwóch różnych wartości parametru  $\beta$  oraz dwóch różnych kątów  $\phi_a$ . Jak można zauważyć przy wykonywaniu przez platformę nawet najmniejszego manewru występuje wzrost obecności zakłóceń w odebranym echu. Dokładny opis wpływu przytoczonego zjawiska na możliwość wykrycia obiektu oraz tłumienia zakłóceń wraz z wyprowadzeniem stosownych zależności można znaleźć w [3].



Rys. 2.10. Wykres lokalizacji zakłóceń w odebranym sygnale dla dwóch różnych wartości parametru  $\beta$  oraz dwóch różnych kątów  $\phi_a$ .

Na rysunku 2.11. przedstawiono wykres rozkładu własnego macierzy kowariancji zakłóceń w zależności od wartości kąta  $\phi_a$ . Aby zaobserwować wpływ kąta  $\phi_a$  do symulacji przyjęto stałą wartość parametru  $\beta = 1$ , a także liczbę anten równą N = 12 oraz liczbę impulsów równą M = 10. Zgodnie z zależnością Brennan'a (2.20) rząd macierzy kowariancji zakłóceń powinien wynosić  $r_c = 22$  (niebieska linia). Jednakże, im większa wartość kąta  $\phi_a$  to wyższy rząd macierzy kowariancji zakłóceń (zielona i czerwona linia), a to skutkuje większą złożonością obliczeniową i trudniejszą eliminacją zakłóceń w odebranym sygnale echa.



Rys. 2.11. Wykres rozkładu własnego macierzy kowariancji zakłóceń w zależności od wartości kąta φ<sub>a</sub>.

#### 2.6. Wydajność procesora STAP

W niniejszym podrozdziale zostaną scharakteryzowana najczęściej spotykane w literaturze światowej parametry opisujące wydajność procesora STAP.

Podstawowym parametrem określającym wydajność dowolnego procesora liniowego STAP w literaturze przedmiotu nazwano współczynnik poprawy IF (ang. Improvement Factor), który określa iloraz stosunku mocy sygnału do szumu na wyjściu i na wejściu optymalnego procesora. Zależność, która bezpośrednio określa IF dla danego przekroju radarowej kostki danych dana jest jako [8-9]

$$IF = \frac{w_k^H S(f_{sp}, f_d) S(f_{sp}, f_d)^H w_k tr(R_k)}{w_k^H R_k w_k S(f_{sp}, f_d)^H S(f_{sp}, f_d)}$$
(2.22)

gdzie  $w_k$  oznacza wektor wag,  $S(f_{sp}, f_d)$  oznacza wektor sterujący,  $R_k$  oznacza macierz kowariancji zakłóceń, zaś  $tr(R_k)$  jest śladem macierz kowariancji zakłóceń. Po przekształceniach otrzymuje się ostatecznie zależność:

$$IF = \mathbf{S}(f_{sp}, f_d)^H \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{S}(f_{sp}, f_d) \frac{tr(\mathbf{R}_k)}{\mathbf{s}(f_{sp}, f_d)^H \mathbf{s}(f_{sp}, f_d)} \quad (2.23)$$

Jak wcześniej wspomniano, wiele parametrów obiektu jest nieznanych np. kąt nadejścia sygnału, przesunięcie częstotliwości Dopplera. Z tego powodu zależność (2.23) przybiera postać:

$$IF = \mathbf{S}(\boldsymbol{\phi})^{H} \mathbf{R}_{k}^{-1} \mathbf{S}(\boldsymbol{\phi})^{-1} \frac{tr(\mathbf{R}_{k})}{\mathbf{S}(\boldsymbol{\phi})^{H} \mathbf{S}(\boldsymbol{\phi})}$$
(2.24)

gdzie  $\phi$  oznacza wektor zawierający nieznane parametry [2].

Analizując zależność (2.24) warto zasymulować wpływ ilości impulsów na wartość współczynnika poprawy IF. W związku z tym, na poniższych rysunkach przedstawiono wpływ ilości impulsów przetwarzanych przez procesor STAP na wydajność procesora mierzonego współczynnikiem IF. Analiza otrzymanych wyników jednoznacznie wskazuje, że im więcej impulsów nadawanych przez radar należy przetwarzać w procesorze STAP, tym większą wydajnością charakteryzuje się procesor.



Rys. 2.12. Wykres współczynnika poprawy IF w zależności od ilości impulsów. Stosunek szumów własnych odbiornika do zakłóceń równy – 20 dB.

Na rysunku 2.12. przedstawiona została symulacja dla przypadku gdy stosunek szumów własnych odbiornika do zakłóceń wynosił –20 dB. Jeżeli do symulacji przyjąć stosunek szumów własnych odbiornika do zakłóceń równy –30 dB (rys. 2.13.), co oznacza mniejszy wpływ szumów własnych odbiornika to okazuje się, że wydajność procesora STAP znacznie się poprawia. Z inżynierskiego punktu widzenia można wywnioskować, że warto stosować w torze odbiorczym radaru elementy niskoszumne, co poprawi znacznie wydajność procesora STAP, a tym samym wpłynie pozytywnie na detekcje obiektu.



Rys. 2.13. Wykres współczynnika poprawy IF w zależności od ilości impulsów. Stosunek szumów własnych odbiornika do zakłóceń równy – 30 dB.

Kolejnym znaczącym parametrem charakteryzującym wydajność dowolnego procesora liniowego STAP jest stosunek sygnału do zakłóceń i szumu na wyjściu procesora (ang. output signal-to-interference-plus-noise-ratio SINR). Tak więc *SINR* definiuje się jako [3]:

$$SINR = \frac{p_t}{p_u} = \frac{\sigma^2 \xi_t |w_k^H S(f_{sp}, f_d)|^2}{w_k^H R_k w_k}$$
(2.25)

gdzie  $p_t$  oznacza moc sygnału od obiektu na wyjściu procesora,  $p_u$  oznacza moc zakłóceń i szumu na wyjściu procesora, iloczyn  $\sigma^2 \xi_t$  oznacza moc wejściową od obiektu z poszczególnej anteny i danego impulsu. Po przekształceniach oraz zakładając, że prędkość obiektu jest nieznana, wydajność procesora STAP wyznaczona parametrem *SINR* będzie dana jako:

$$SINR(f_d) = \sigma^2 \xi_t \mathbf{S}(f_d)^H \mathbf{R}_k^{-1} \mathbf{S}(f_d)$$
(2.26)

Bardzo często stosuje się inny parametr określający wydajność procesora STAP przy założeniu braku zakłóceń. Ten przypadek opisuje parametr oznaczany jako  $L_{SINR}$  i wyrażany zależnością [3]:

$$L_{SINR}\left(f_{d}\right) = \frac{\sigma^{2} S(f_{d})^{H} R_{k}^{-1} S(f_{d})}{MN}$$

$$(2.27)$$

Parametr  $L_{SINR}$  jako, że zależy wprost od częstotliwości Dopplera, służy do wyznaczenia minimalnej prędkości obiektów MDV (ang. minimum detectable velocity),

które mogą zostać wykryte poprzez przetwarzanie STAP. W tym celu należy określić akceptowalną wartość parametru  $L_{SINR}$ . MDV to prędkość zdefiniowana jako:

$$MDV\left(L_{SINR}\right) = \frac{\lambda}{2} \left[ \frac{1}{2} \left( f_U(L_{SINR}) - f_L(L_{SINR}) \right) \right]$$
(2.28)

gdzie  $f_U(L_{SINR})$  oznacza częstotliwość Dopplera powyżej najwyższej wartości częstotliwości Dopplera zakłóceń, dla której osiągnięto określony poziom ( $L_{SINR}$ ), zaś  $f_L(L_{SINR})$  oznacza częstotliwość Dopplera poniżej najwyższej wartości częstotliwości Dopplera zakłóceń, dla której osiągnięto określony poziom ( $L_{SINR}$ ).

Na poniższych rysunkach przedstawiono przykładowe wykresy stosunku sygnału do zakłóceń i szumu na wyjściu procesora STAP oraz parametru  $L_{SINR}$ . Na rysunku 2.14. przedstawiono wykres stosunku sygnału do zakłóceń i szumu na wyjściu procesora STAP. Procesor osiąga prawie w całym zakresie częstotliwości Dopplera wartość SINR rzędu 25 dB. Jeżeli częstotliwość Dopplera obiektu jest bliska 0 Hz bądź 4 kHz to wartość SINR jest bardzo mała, ponieważ na tych częstotliwościach algorytm bardzo silnie eliminuje zakłócenia, stąd i stosunek sygnału do zakłóceń i szumu jest bardzo niski.



Rys. 2.14. Wykres stosunku sygnału do zakłóceń i szumu na wyjściu procesora STAP.

Na rysunku 2.15. przedstawiono charakterystykę parametru  $L_{SINR}$ . Jak można było się spodziewać, nie uwzględniając zakłóceń, a jedynie szum, parametr  $L_{SINR}$  osiąga prawie w całym zakresie częstotliwości Dopplera wartość równą 0 dB. Dodatkowo zaznaczono
kolorem czerwonym wartości częstotliwości, które są brane pod uwagę do wyznaczania minimalnej wykrywalnej prędkości obiektów na poziomie strat równym  $L_{SINR} = -5 \ dB$ .



Rys. 2.15. Wykres parametru L<sub>SINR</sub>.

Powyższe metryki zostały zastosowane do analizy wydajności procesora STAP oraz wskazania konkretnego zakresu stosowalności opracowanego algorytmu OMP-STAP.

#### 2.7. Radar MIMO

Model systemu radarowego wykorzystanego do zasadniczych badań weryfikujących przydatność opracowanej metody wyznaczania macierzy kowariancji zakłóceń oparto na radarze MIMO.

Technologia radaru MIMO stała się w ostatnich latach przedmiotem badań, o czym świadczy wiele artykułów naukowych, wystąpień na konferencjach oraz publikacje książek o tej tematyce. Większość badań dostępnych w literaturze skupia się na przetwarzaniu sygnałów w aspekcie radaru MIMO. Jednakże, technologię radaru MIMO należy zasadniczo traktować jako technikę antenową [10].

Koncepcja systemu opartego o technologię MIMO nie jest zupełnie nowa. Od dawna wykorzystuje się ją z powodzeniem w telekomunikacji. Z fizycznego punktu widzenia nie ma większej różnicy pomiędzy system MIMO wykorzystywanym w telekomunikacji a radarem MIMO. Natomiast sposób implementacji tej technologii oraz wpływ na wydajność kluczowych parametrów jest w każdym przypadku inna. Zalety jakie wniosła technologia MIMO w telekomunikacji zostały opisane w [11].

Korzyści jakie niesie ze sobą wykorzystanie technologii MIMO w radarze to przede wszystkim zwiększenie stopni swobody części nadawczej oraz odbiorczej radaru, zapewnienie skutecznych środków do szybkiego wykrycia obiektu oraz zminimalizowania silnych zakłóceń, co w sumie przekłada się na poprawę wydajności radaru [12-15].

W dużym skrócie, technologia MIMO w radarze pozwala na nadawanie ortogonalnych (bądź niekoherentnych) sygnałów z każdej anteny nadawczej całego szyku antenowego. Tak nadane sygnały po odbiciu od obiektu mogą zostać wyodrębnione w torze odbiorczym radaru za pomocą zbioru filtrów dopasowanych. Każda wyodrębniona składowa odebranego sygnału zawiera informację o swojej, indywidualnej ścieżce nadawczej. Stąd każda składowa zawiera niezależne informacje o obiekcie. Wpływa to znacząco na poprawę wydajności detekcji obiektu oraz na lepszą rozdzielczość przestrzenną.

Jedną z głównych zalet radaru MIMO jest możliwość zwiększenia stopnia swobody systemu poprzez koncepcję wirtualnego szyku. Poniżej rozważono radar MIMO z liniowym szykiem antenowym ULA składający się z T anten nadawczych oraz R anten odbiorczych. Nadawane sygnały z poszczególnych anten są względem siebie ortogonalne. Każda *t*-ta antena nadawcza oraz *r*-ta antena odbiorcza jest zlokalizowana odpowiednio w  $\mathbf{x}_{T,t}$  oraz  $\mathbf{x}_{R,r}$ 

$$x_{R,r} = rd_R$$
  $r = 0, 1, ..., R - 1$  (2.29)

$$x_{T,t} = td_T \quad t = 0, 1, \dots, T - 1 \tag{2.30}$$

gdzie  $d_T$  oraz  $d_R$  są odpowiednio odległościami pomiędzy poszczególnymi antenami nadawczymi oraz odbiorczymi. Na rysunku 2.16. przedstawiono przykład systemu zbudowanego z trzech anten nadawczych oraz czterech anten odbiorczych.

Nadajnik

## Odbiornik



Rys. 2.16. Geometria systemu radarowego MIMO z szykiem ULA.

Sygnał od obiektu na wyjściu *t*-tego filtra dopasowanego (akronim FD na rysunku 2.16.) w *r*-tej antenie odbiorczej może być wyrażony jako [10]

$$A_t \exp\left(j\frac{2\pi}{\lambda}(\boldsymbol{x}_{T,t} + \boldsymbol{x}_{R,r})\right) = A_t \exp\left(j\frac{2\pi}{\lambda}(td_T\sin\alpha + rd_R\sin\alpha)\right)$$
(2.31)

gdzie  $A_t$  jest amplitudą odbitego sygnału od obiektu, zaś  $\alpha$  jest kątem nadejścia sygnału od obiektu. Ponadto przyjęto, że:

$$f_s = \frac{d_R}{\lambda} \sin \alpha \tag{2.32}$$

$$\gamma = \frac{d_T}{d_R} \tag{2.33}$$

Stąd sygnał od obiektu na wyjściu *t*-tego filtra dopasowanego w *r*-tej antenie odbiorczej może być wyrażony jako

$$A_t \exp\left(j\frac{2\pi}{\lambda}(\gamma t d_R \sin \alpha + r d_R \sin \alpha)\right) = A_t \exp(j2\pi f_s(\gamma t + r))$$
(2.34)

Jeżeli za  $\gamma$  przyjęto ilość anten odbiorczych R czyli

$$\gamma = R \tag{2.35}$$

to iloczyn *TR* sygnałów będzie widziany jako sygnały odebrane przez *TR*-elementowy wirtualny szyk antenowy. Na rysunku 2.17. pokazano wirtualny szyk antenowy dla przykładu z rysunku 2.16., na którym system MIMO składał się z trzech anten nadawczych oraz czterech anten odbiorczych. W związku z powyższym, otrzymano wirtualny szyk antenowy zdolny odebrać aż dwanaście sygnałów.



Rys. 2.17. Wirtualny szyk antenowy dla radaru MIMO.

Wirtualny szyk antenowy powoduję, że wzrasta gwałtownie możliwość dokładniejszego wykrywania obiektów. Stąd, aby uwypuklić zasadniczą zaletę stosowania radaru MIMO, jaką nie wątpliwie jest zwiększona rozróżnialność azymutalna względem tego samego radaru ale nie

pracującego w trybie MIMO, pokazano na poniższym wykresie zestawienie widm przestrzennych szyku fizycznego składającego się z trzech anten nadawczych oraz czterech anten odbiorczych oraz szyku wirtualnego. Jak można zauważyć, radar pracujący w trybie MIMO ma zdecydowanie lepszą zdolność do rozróżnienia większej ilości obiektów na tym samym azymucie.



Rys. 2.18. Widmo przestrzenne dla wirtualnego szyku antenowego MIMO oraz szyku antenowego fizycznego.

W związku z powyższym, udowodniono, że iloczyn *TR* stopni swobody systemu może być otrzymane poprzez sumę anten nadawczych i odbiorczych tworzących T+R elementowy szyk antenowy. Opisaną powyżej zaletę radaru MIMO wykorzystano w niniejszej rozprawie. Biorąc pod uwagę powyższe, zdecydowano się na wykorzystanie MIMO z przetwarzaniem STAP.

Zgodnie z najnowszymi wynikami badań, takie rozwiązanie zdecydowanie poprawia wydajność tłumienia zakłóceń. Ponadto, poprzez osiągnięcie większego stopnia swobody możliwe jest zidentyfikowanie większości parametrów obserwowanego sygnału.

Na poniższym rysunku została przedstawiona charakterystyka współczynnika poprawy IF w funkcji unormowanej częstotliwości Dopplera celem pokazania różnicy jaką wnosi radar MIMO w stosunku do standardowego rozwiązania radaru SIMO (ang. single input multiple outpu) [15]. Jak można zauważyć, wartość współczynnika poprawy IF w sytuacji wykorzystania radaru MIMO wraz z technologią STAP jest o ponad 10 dB wyższy w stosunku do wartości współczynnika poprawy IF dla przypadku radaru SIMO.



Rys. 2.19. Charakterystyka porównawcza IF(dB) w funkcji unormowanej częstotliwości Dopplera dla radarów MIMO oraz SIMO [14].

## 3. Estymacja macierzy kowariancji zakłóceń

Jak już wspomniano STAP jest skuteczną metodą tłumienia zakłóceń wykorzystywaną w radiolokacji [16-22]. W tym celu zasadnym jest uzyskanie maksymalnie największej wartości stosunku sygnału do zakłóceń i szumu na wyjściu procesora STAP, korzystając z macierzy kowariancji zakłóceń dla danej komórki testowanej. Jak już wiadomo macierz kowariancji zakłóceń nie jest znana, a jej dokładne wyznaczenie jest fundamentalne dla prawidłowej detekcji obiektu [23-25].

W rozdziale przedstawiono analizę stosowanych metod estymacji macierzy kowariancji zakłóceń, a także co najistotniejsze, przedstawiono opis nowej metody estymacji macierzy kowariancji zakłóceń, zaproponowanej w rozprawie, nazwanej OMP-STAP.

## 3.1. Metody statystyczne estymacji macierzy kowariancji zakłóceń

Znanych jest wiele różnorodnych metod polepszających wydajność estymacji macierzy kowariancji zakłóceń. W literaturze przedmiotu rozprawy można zauważyć wyraźny podział metod estymacji macierzy kowariancji zakłóceń na metody statystyczne oraz niestatystyczne.

Aby zagwarantować dokładność estymacji, zgodnie z [26], ilość treningowych komórek odległościowych powinna być większa niż podwojona wartość stopnia swobody procesora STAP. Taka ilość może obejmować ogromny zakres komórek treningowych. Skutkuje to występowaniem niejednorodnego charakteru zakłóceń będącego efektem zmienności warunków atmosferycznych lub granicami różnych obszarów terenowych. To wszystko wpływa na nierównomierny rozkład statystyczny komórek treningowych, a to dalej na błędne oszacowanie macierzy kowariancji zakłóceń, a tym samym obniżenie wydajności przetwarzania STAP [27-30].

Pierwszą przytoczoną statystyczną metodą estymacji macierzy kowariancji zakłóceń była omówiona w rozdziale pierwszym metoda SMI STAP. Metoda SMI STAP stanowi najczęściej metodę odniesienia do nowo proponowanych metod estymacji macierzy kowariancji zakłóceń w STAP.

Ponadto, wśród metod statystycznych można wyróżnić metody polegające na zamierzonym doborze komórek treningowych [31-33]. W artykule [32] opisano metodę wyboru komórek treningowych (ang. training sample selection) polegającą na przyjęciu tylko tych komórek treningowych, dla których macierze kowariancji są podobne w określony sposób do macierzy kowariancji komórki testowanej na obecność obiektu. Macierze kowariancji

zarówno dla komórki testowanej  $R(k\_test)$  jak i dla zbioru komórek treningowych  $R(k\_zakres)$  wyznaczane są w oparciu o technikę wygładzania subapertury, wyjaśnioną w [83]:

$$\boldsymbol{R}(k) = \frac{\sum_{m=1}^{M-M_1+1} \sum_{n=1}^{N-N_1+1} \boldsymbol{z}_{n,m}(k) \boldsymbol{z}_{n,m}^H(k)}{(N-N_1+1)(M-M_1+1)}$$
(3.1)

gdzie N to ilość anten w szyku, M ilość impulsów,  $N_1$  ilość elementów w subaperturze,  $M_1$  to ilość kolejnych impulsów przypadających na daną subaperturę,  $\mathbf{z}_{n,m}(k)$  oznacza zbiór danych treningowych danej subapertury [83]:

$$\mathbf{z}_{n,m}(k) = \begin{bmatrix} x_{n,m}^{l} \\ x_{n+1,m}^{l} \\ \vdots \\ x_{n+N_{1}-1,m}^{l} \\ x_{n,m+1}^{l} \\ x_{n+1,m+1}^{l} \\ \vdots \\ x_{n+N_{1}-1,m+1}^{l} \\ \vdots \\ x_{n+N_{1}-1,m+M_{1}+1}^{l} \end{bmatrix}$$
(3.2)

gdzie  $x_{n,m}^l$  oznacza ((m-1)N + n)-ty element *k*-tego przekroju radarowej kostki danych  $X_k$ . Takie podejście okazało się być skutecznym poprzez wyznaczanie odległości euklidesowych pomiędzy danymi macierzami kowariancji [32]:

$$g = \|\mathbf{R}(k\_test) - \mathbf{R}(k\_zakres)\|_F$$
(3.3)

gdzie  $\|\cdot\|_F$  oznacza normę Frobeniusa macierzy. Odległości wyznaczane są dla wszystkich komórek treningowych, a następnie sortowane w rosnącej kolejności. Ostatecznie wybierany jest odpowiednio liczny zbiór komórek treningowych o najmniejszych odległościach, służący wyznaczeniu macierzy kowariancji zakłóceń [34]:

$$\boldsymbol{R}_{\boldsymbol{k}} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} \boldsymbol{X}_{\boldsymbol{k}} \boldsymbol{X}_{\boldsymbol{k}}^{H}$$
(3.4)

gdzie *K* to liczba wybranych komórek treningowych. Niestety metoda ta posiada wadę, która polega na niekontrolowanym odrzuceniu niektórych użytecznych komórek.

Inną stosowaną metodą wyboru komórek treningowych w celu wyznaczenia macierzy kowariancji zakłóceń jest metoda GIP (ang. Generalized Inner Product). Jest to metoda, która często określana jest mianem detektora niejednorodności NHD (ang. Non-Homogeneity Detector). Metoda GIP korzystając z odpowiedniej statystyki oraz progu decyzji, z początkowego zestawu komórek treningowych, odrzuca te, których właściwości cechują się niejednorodnością, a także nie bierze pod uwagę właściwości statystycznych komórki

testowanej. W rezultacie wybrane komórki wykazują wzajemną jednorodność, jednakże mogą być niejednorodne względem komórki testowanej. Z tego powodu przetwarzanie STAP oparte na metodzie GIP może niedokładnie estymować macierz kowariancji zakłóceń, co prowadzi do pogorszenia wydajności STAP [32, 35]. Estymowana macierz kowariancji zakłóceń jest wyznaczona przez początkowy zbiór komórek treningowych *K*, zgodnie z zależnością:

$$\boldsymbol{R}_{k\_e} = \frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^{K} x_k x_k^H$$
(3.5)

Statystyka metody GIP zdefiniowana jest jako [35]

$$\eta_{GIP} = \boldsymbol{X}_{\boldsymbol{k}} \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{k}_{-}\boldsymbol{e}}^{-1} \boldsymbol{X}_{\boldsymbol{k}}^{H}$$
(3.6)

gdzie  $X_k$  oznacza *k*-ty przekrój radarowej kostki danych. Na podstawie przeprowadzonych symulacji oraz badań, udowodniono, że wydajność metody GIP znacznie spada w obecności silnych zakłóceń, a nawet prowadzi do zjawiska usunięcia obiektu z odebranego sygnału [36-37].

Większość ze znanych, podstawowych metod statystycznych kojarzonych z wyborem odpowiednich komórek treningowych opisanych powyżej, posiada modyfikacje, których celem było wyeliminowanie niewatpliwych wad, negatywnie wpływających na wydajność danej metody STAP. Z czasem powstały metody statystyczne bazujące na powyższych, takie jak PSWF-GIP (ang. Prolate Spheroidal Wave Functions GIP) czy CSMS-GIP (ang. Cross-Spectral Metric Smoothing GIP), które również na podstawie pewnej statystyki oraz wcześniej przekształconej macierzy kowariancji zakłóceń całego zbioru komórek treningowych, dokonują wyboru właściwych komórek treningowych [36, 38]. Statystyka metody CSMS-GIP zdefiniowana jest jako [36]

$$\eta_{CSMS-GIP} = \boldsymbol{X}_{\boldsymbol{k}} \boldsymbol{R}_{\boldsymbol{k}\_CSMS}^{-1} \boldsymbol{X}_{\boldsymbol{k}}^{H}$$
(3.7)

gdzie  $\mathbf{R}_{k\_CSMS}$  oznacza estymowaną macierz kowariancji zakłóceń będącą sumą iloczynów wartości własnych  $\tilde{\lambda}_k$  oraz wektorów własnych  $b_k$  uzyskanych z dekompozycji estymowanej macierzy kowariancji zakłóceń  $\mathbf{R}_{k\_e}$  wyznaczonej przez początkowy zbiór komórek treningowych (takiej samej jak dla metody GIP):

$$\boldsymbol{R}_{k\ CSMS} = \sum_{k=1}^{MN} \tilde{\boldsymbol{\lambda}}_{k} \boldsymbol{b}_{k} \boldsymbol{b}_{k}^{H}$$
(3.8)

Na kolejnych rysunkach, celem uwypuklenia różnic jakie wnoszą poprawki do metod podstawowych, przedstawiono porównanie metody GIP oraz CSMS-GIP. Do eksperymentu przyjęto parametry symulacji zawarte w tabeli 2.1.

T 1 2 1 D	• . 1	1 **
Tob 4   Doromotry	nroto do	0.01/0011
		) SVIIIUIAUII.
1	p12JJ700 000	, e j mene j m

Parametr	Wartość
częstotliwość nośna radaru	1.5 GHz
odległość pomiędzy antenami	0.1 m
liczba anten	8
liczba impulsów	8
wysokość lotu platformy	6 km
prędkość lotu platformy	200 m/s
częstotliwość powtarzania impulsów	4 kHz
unormowana częstotliwość Dopplera obiektu	0.5
stosunek zakłóceń do szumu CNR	60 dB
stosunek sygnału do szumu SNR	20 dB

Na rysunku 3.1. przedstawiono zależność mocy sygnału na wyjściu procesora STAP dla każdej komórki odległościowej. W tym przypadku unormowana częstotliwość Dopplera obiektu jest równa 0.5. Jest to częstotliwość, dla której spodziewano się detekcji obiektu. Porównując przebieg poszczególnych krzywych na rysunku 3.1., można stwierdzić, że wszystkie metody prawidłowo wykryły obiekt znajdujący się w 100-nej komórce odległościowej.



Rys. 3.1. Porównanie mocy sygnału od obiektu względem danej komórki odległościowej dla poszczególnych metod STAP [37].

Na rysunku 3.2. przedstawiono straty mocy stosunku sygnału do zakłóceń i szumu (SCNR) względem unormowanej częstotliwości Dopplera. Dla metody GIP można zauważyć

wcięcie równe około -8 dB dla unormowanej częstotliwości Dopplera równej 0.5 co negatywnie wpływa na jakość tej metody, ponieważ sugeruje występowanie kolejnego obiektu. Podsumowując przedstawione symulacje, można stwierdzić, że metoda CSMS-GIP nieznacznie przewyższa swoją wydajnością metodę GIP.



Rys. 3.2. Porównanie strat stosunku mocy sygnału do mocy zakłóceń i szumu względem unormowanej częstotliwości Dopplera dla poszczególnych metod STAP [37].

Na kolejnym rysunku przedstawiono porównanie obu metod GIP dla danych pochodzących z rzeczywistego systemu radarowego. System radarowy składał się z 14 anten nadających ciąg 16 koherentnych impulsów. W tym przypadku obiekt znajdował się w odległości 154 km od radaru, a unormowana częstotliwość Dopplera równa była 0.25. Na rysunku 3.3. przedstawiono porównanie mocy sygnału od obiektu w funkcji zasięgu radaru dla poszczególnych metod STAP. Jak można zauważyć na wykresie, poprzez jednoznaczne wykrycie obiektu w odległości 154 km od radaru, nowo powstała metoda CSMS-GIP cechuje się wyższą wydajnością niż dotychczasowa metoda GIP.



Rys. 3.3. Porównanie mocy sygnału od obiektu względem zasięgu radaru dla poszczególnych metod STAP [37].

Wymienione powyżej metody wystarczają aby ocenić stopień przydatności oraz sens dalszego stosowania metod statystycznych STAP. Należy zwrócić uwagę, że są to metody wysoce skuteczne w przypadku występowania zakłóceń o charakterze jednorodnym. Wynika to z założenia, że komórki zakłóceń mają identyczny rozkład prawdopodobieństwa. Jednakże metody statystyczne wymagają dostępu do dużej ilości komórek treningowych, co przeważnie jest trudne do spełnienia. Podsumowując analizę metod statystycznych nasuwa się wniosek, że aby znaleźć metodę estymacji macierzy kowariancji zakłóceń o charakterze niejednorodnym należy odejść od metod statystycznych STAP.

### 3.2. Metody niestatystyczne estymacji macierzy kowariancji zakłóceń

Metody niestatystyczne wyznaczania macierzy kowariancji zakłóceń charakteryzują się zupełnie innym podejściem. W ogólności metody niestatystyczne redukują problemy jakie występowały w metodach statystycznych oraz zmniejszają stopień złożoności obliczeniowej. Do metod niestatystycznych możemy zaliczyć metodę KA-STAP (ang. Knowledge-Aided STAP) bazującą na wcześniej znanych parametrach wykorzystywanego radaru bądź środowiska oraz metodę bezpośredniej dziedziny danych D3 STAP (ang. Direct Data Domain STAP). Poniżej przedstawiono analizę poszczególnych metod niestatystycznych.

Jako pierwszą poddano analizie metodę KA-STAP. W literaturze przedmiotu stosuje się podział metod KA-STAP na metody bezpośredniego oraz pośredniego wykorzystania zdobytej wcześniej wiedzy. Ogólne wyrażenie opisujące estymację macierzy kowariancji zakłóceń w metodzie KA-STAP dane jest jako [38-45]:

$$\boldsymbol{R}_{KA} = \alpha_{x}\boldsymbol{R}_{0} + (1 - \alpha_{x})\boldsymbol{R}_{k}$$
(3.9)

Gdzie  $\mathbf{R}_0$  jest macierzą kowariancji zakłóceń zbudowaną na bazie uzyskanych danych (wiedzy),  $\mathbf{R}_k$  jest estymowaną macierzą kowariancji zakłóceń wyznaczoną z zależności (3.4), zaś  $\alpha_x$  jest danym współczynnikiem wagowym.

Dane do wyznaczenia macierzy kowariancji zakłóceń  $R_0$  pozyskiwane są z wcześniejszych sondowań radaru bądź z analizy mapy skanowanego terenu. Należy zauważyć, że wiedza o środowisku a priori może mieć jednocześnie dobre i złe strony. Dokładna wiedza a priori może znacznie poprawić wydajność wykrywania obiektów przez radar w niejednorodnym środowisku zakłóceń oraz zdecydowanie przyspieszyć obliczenia, jednakże z drugiej strony niedokładna wiedza o środowisku w jakim znajduje się obiekt zainteresowania może znacznie obniżyć wydajność przetwarzania STAP. Wynika to z faktu posiadania nieaktualnych informacji będących skutkiem ciągle zachodzących zmian w terenie (np. nowe budynki). Stąd, fundamentalnym zagadnieniem dla metod KA-STAP jest określenie stopnia dokładności wcześniej zbudowanej macierzy kowariancji zakłóceń  $R_0$ poprzez wyznaczenie właściwej wartości współczynnika  $\alpha_x$ .

W niniejszej rozprawie zostały przytoczone dwa konkretne algorytmy służące wyznaczeniu optymalnej wartości współczynnika  $\alpha_x$ . Pierwszy nazywany jest algorytmem CC-KA-STAP (ang. Convex Combination KA-STAP). Algorytm na samym początku przeszukuje odebrane dane i stara się wykryć jednoznaczne, "silne" obiekty. Algorytm ten można przyporządkować do algorytmów KA-STAP z bezpośrednim wykorzystaniem danych. Oczywiście, nie wszystkie obiekty zostaną wykryte, ponieważ moc sygnału od niektórych obiektów jest poniżej poziomu mocy zakłóceń i szumu. Odebrane echo danych pozbawione wykrytych obiektów staje się zbiorem komórek odległościowych. Następnie, zbiór ten służy wyznaczeniu współczynnika  $\alpha_x$  <sub>cc</sub> zgodnie z zależnością [43]:

$$\alpha_{x\_cc} = \frac{\hat{p}}{\|R_k - R_0\|^2}$$
(3.10)

przy czym

$$\hat{p} = \frac{1}{K^2} \sum_{k=1}^{K} \|\boldsymbol{X}_k\|^4 - \frac{1}{K} \|\boldsymbol{R}_k\|^2$$
(3.11)

gdzie k = 1...K oznacza numer komórki odległościowej,  $X_k$  oznacza przekrój radarowej kostki danych dla k-tej komórki odległościowej. W efekcie dla każdej komórki odległościowej zostaje wyznaczona inna wartość  $\alpha_{x_{cc}}$ .

Drugim, podobnym algorytmem do CC-KA-STAP jest algorytm nazywany ML-KA-STAP (ang. Maximum Likelihood KA-STAP). Różni się od wcześniejszego tym, że poszukiwany współczynnik  $\alpha_{x_ml}$  jest jednakowy dla wszystkich komórek odległościowych oraz tym, że "wiedzę" wykorzystuje się w sposób pośredni. Problem wyznaczenia optymalnej wartości współczynnika  $\alpha_{x_ml}$  sprowadza się do maksymalizacji funkcji wiarygodności [43-54]. Jawna zależność na  $\alpha_{x_ml}$  nie istnieje ale można ją spróbować znaleźć algorytmem poszukiwania opisanym w [50].

W pracy [47] porównano wydajność algorytmów CC-KA-STAP oraz ML-KA-STAP. Zasymulowano system radarowy nadający 32 impulsy oraz skanujący obszar w promieniu 50 km tak, że powstało 1000 komórek odległościowych. Macierz kowariancji będąca wcześniej zdobytą wiedzą o środowisku dla k-tej komórki odległościowej zasymulowano zgodnie z zależnością:

$$\boldsymbol{R}_{0}(k) = \boldsymbol{R}(k) \odot \boldsymbol{t}_{k} \boldsymbol{t}_{k}^{H}$$
(3.12)

gdzie  $\bigcirc$  oznacza iloczyn Hadamarda,  $\boldsymbol{t}_k$  jest wektorem zmiennych losowych o rozkładzie normalnym o wartości oczekiwanej równej 1 oraz wariancji równej  $\sigma_t^2$ ,  $\boldsymbol{R}(k)$  jest oryginalną macierzą kowariancji zakłóceń dla k-tej komórki odległościowej.

Jak już wspomniano, problem wyznaczenia optymalnej wartości współczynnika  $\alpha_{x_ml}$  sprowadza się do maksymalizacji funkcji wiarygodności. Rysunek 3.4. przedstawia wykresy funkcji wiarygodności w zależności od współczynnika  $\alpha$  dla czterech różnych wartości wariancji (a)  $\sigma_t^2 = 0$ , (b)  $\sigma_t^2 = 0.01$ , (c)  $\sigma_t^2 = 0.1$ , (d)  $\sigma_t^2 = 0.5$ . Na podstawie charakterystyk z rysunku 3.4. można wyznaczyć wartości współczynnika  $\alpha_{x_ml}$  poprzez przyjęcie największej wartości funkcji wiarygodności dla każdego przypadku wariancji.



Rys. 3.4. Wykresy funkcji wiarygodności w zależności od współczynnika  $\alpha$  dla czterech różnych wartości wariancji (a)  $\sigma_t^2 = 0$ , (b)  $\sigma_t^2 = 0.01$ , (c)  $\sigma_t^2 = 0.1$ , (d)  $\sigma_t^2 = 0.5$  [43].

Poniżej, na rysunku 3.5. przedstawiono estymacje współczynnika  $\alpha_{x_ml}$ , a także współczynnika  $\alpha_{x_cc}$  w zależności od numeru komórki odległościowej, dla czterech wartości wariancji. Biorąc pod uwagę wyniki przedstawione na wykresach oraz w tabeli, wartości współczynników  $\alpha_{x_ml}$  dla metody ML-KA-STAP są zdecydowanie wyższe w porównaniu do

wartości współczynników  $\alpha_{x_cc}$  dla metody CC-KA-STAP. Wynika stąd, że metoda ML-KA-STAP kładzie większy nacisk na wykorzystanie wcześniej zdobytej wiedzy. Kolejna różnica pomiędzy obiema metodami dotyczy stopnia złożoności obliczeniowej, która jest bardzie wymagająca dla metody ML-KA-STAP, co związane jest z przeszukiwaniem funkcji wiarygodności. Tak uzyskane wartości współczynników służą następnie do wyznaczenia macierzy kowariancji zakłóceń.



Rys. 3.5. Estymacja współczynników  $\alpha_{x_ml}$  oraz  $\alpha_{x_cc}$  w zależności od indeksu komórki odległościowej, dla czterech różnych wartości wariancji (a) $\sigma_t^2 = 0$ , (b)  $\sigma_t^2 = 0.01$ , (c) $\sigma_t^2 = 0.1$ , (d)  $\sigma_t^2 = 0.5$ . Linie poziome są dla metody ML-KA-STAP, pozostałe dla CC-KA-STAP [43].

W poniższej tabeli przedstawiono wartości współczynników  $\alpha_{x_cc}$  oraz  $\alpha_{x_ml}$  dla czterech różnych wariancji  $\sigma_t^2$ , przy czym dla współczynnika  $\alpha_{x_cc}$  podano wartość średnią za wszystkie komórki odległościowe.

$\sigma_t^2$	0	0.0100	0.1000	0.5000
$\alpha_{x\_cc}$	0.3430	0.0770	0.0040	0.0002
$\alpha_{x\_ml}$	0.8000	0.3500	0.0800	0.0140

Tab. 3.2 Wartości uzyskanych współczynników dla czterech różnych wariancji

Rozpatrując rozwój niestatystycznych metod wyznaczania macierzy kowariancji zakłóceń należy również wymienić algorytmy bezpośredniej dziedziny danych D3-STAP (ang. direct data domain STAP). Algorytmy D3-STAP swój początek zawdzięczają Williamowi A. Gardenowi [55-56]. Idea tego typu algorytmów polega na wykorzystywaniu pojedynczego przekroju radarowej kostki danych, czyli danych zebranych dla jednej komórki odległościowej, w celu wyznaczenia wektora wag. Eliminuje się w ten sposób uwzględnianie sąsiednich komórek odległościowych będących komórkami treningowymi co wprost eliminuje potrzebę wyznaczania w sposób statystyczny macierzy kowariancji zakłóceń. Dwoma typowymi algorytmami D3 STAP jest algorytm D3 LS (ang. direct data domain least square) czyli D3 najmniejszych kwadratów [57-59] D3 SR algorytm w sensie oraz (ang. direct data domain sparse recovery) czyli algorytm D3 wykorzystujący rzadkość macierzy zakłóceń.

Algorytm D3 LS jako pierwsi zaproponowali Tapen K. Sarkar oraz Norachet Sangruji w pracy [59]. Autorzy wielu publikacji zgodnie wskazują na jedną, charakterystyczną wadę algorytmów D3 LS. Dotyczy ona faktu, że metoda D3 LS nie potrafi wyeliminować wysokich poziomów listków bocznych charakterystyki antenowej co prowadzi do występowania licznych zakłóceń W odebranym sygnale oraz niskiego poziomu stosunku sygnału do zakłóceń i szumu. Algorytmy D3 LS przyjmują trzy różne formy: przednią (ang. forward), wsteczna (ang. backward) oraz połączona przednio-wsteczna (ang. forwardbackward) [60-63].

Algorytmy D3 LS posiadają również inną wadę, jaką jest zmniejszenie stopnia swobody systemu radarowego, co determinuje bezpośrednio zdolność przetwarzania STAP. Tą wadę usunięto w metodzie D3 SR. Jako pierwsi metodę przetwarzania STAP opartą na dziedzinie danych bezpośrednich z wykorzystaniem algorytmów rzadkiego odzyskiwania opublikowali K. Sun, Y. Meng, Y. Wang oraz X. Wang w pracy [60]. Wykorzystując algorytm rzadkiego odzyskiwania FOCUSS (ang. focal underdetermined system solution) możliwe stało się uzyskanie macierzy kowariancji zakłóceń oraz wektora wag bez uraty stopnia swobody

systemu. Ponadto udowodniono, że metoda D3 SR potrafi wykrywać obiekty o jeszcze mniejszych minimalnych prędkościach MDV w przeciwieństwie do metody D3 LS.

Poniżej przedstawiono wykres stosunku sygnału do zakłóceń w funkcji unormowanej częstotliwości Dopplera dla obu wyżej omówionych metod D3 STAP [60]. Na podstawie załączonego wykresu można jednoznacznie stwierdzić wyższą wartość parametru SCNR dla metody D3 SR w stosunku do metody D3 LS, co potwierdza powyższe rozważania.



Rys. 3.6. Porównanie stosunku sygnału do sumy zakłóceń i szumów dla metody D3 LS oraz D3 SR [60].

Zarówno metody D3 LS jak i D3 SR przez kolejne lata były przedmiotem badań nad udoskonalaniem i możliwością coraz szerszego zastosowania. Aktualnie, na bazie najnowszych doniesień literaturowych należy przytoczyć zupełnie nową metodę D3-STAP, zaproponowaną w pracy [62], którą oparto na wiedzy o częstotliwości Dopplera obiektu, prędkości poruszania się platformy z radarem, a także metodzie optymalizacji, która służy do wyznaczenia niezbędnych komórek odległościowych koniecznych do odtworzenia macierzy kowariancji zakłóceń. Nazwa zaproponowanej metody nie została podana bezpośrednio, jednakże na D3 STAP potrzeby niniejszej rozprawy przyjęto akronim ANM (ang. D3-STAP based on atomic norm minimization). Algorytm składa się z kilku kroków. Pierwszym kluczowym etapem jest usunięcie składowej obiektu z odebranego echa. Ten proces wykonywany jest poprzez zastosowanie rzutu ukośnego. Dokładny opis operacji rzutu ukośnego odebranego echa sygnału wraz z wykorzystanym operatorem rzutu oraz wszelkimi zależnościami opisali L. L. Scharf oraz B. Friedlander w [63]. Następnie dane echa bez składowej obiektu służą do rozwiązania problemu optymalizacyjnego w wyniku którego zostają wyznaczone właściwe komórki odległościowe. Po wyznaczeniu tych komórek następuje estymacja macierzy kowariancji zakłóceń, zgodnie z (3.4).

Efekty zaproponowanej metody D3 – STAP – ANM zostały porównane z dotychczas znanymi metodami D3-STAP oraz zaprezentowane na rysunku 3.7. Rysunek 3.7. przedstawia porównanie stosunku sygnału do sumy zakłóceń i szumów dla proponowanej metody D3 – STAP – ANM oraz dla D3 LS, D3 SR i przypadku optymalnego procesora STAP. Analiza wartości SCNR na wykresie sugeruje, że zaproponowana, nowa metoda D3 – STAP – ANM znacznie przewyższa swoją wydajnością znane wcześniej metody D3 LS oraz D3 SR [63-65].



Rys. 3.7. Porównanie stosunku sygnału do sumy zakłóceń i szumów dla proponowanej metody, D3 LS, D3 SR oraz dla przypadku optymalnego procesora STAP [62].

W ostatnich kilku latach cały szereg badań dotyczących niestatystycznych metod estymacji macierzy kowariancji zakłóceń skoncentrowany jest w głównej mierze na połączeniu metod D3 STAP wraz z algorytmami rzadkiego odzyskiwania, o czym świadczą publikacje [66-74]. W ten sposób wykazano, że poprzez wykorzystanie małej ilości komórek treningowych lub w niektórych przypadkach jednej, a także poprzez wykorzystanie rzadkości zakłóceń w dziedzinie przestrzenno-czasowej, możliwe jest uzyskanie wysokiej rozdzielczości przestrzenno-czasowego widma zakłóceń co prowadzi wprost do estymacji macierzy kowariancji zakłóceń.

Podsumowując dotychczas przytoczone metody statystyczne oraz niestatystyczne estymacji macierzy kowariancji zakłóceń, ewidentnie nasuwa się wniosek, że jedyny słuszny kierunek dalszych badań nad kreowaniem nowych, szybszych obliczeniowo ale jednocześnie

potrafiących sobie radzić w środowisku niejednorodnych zakłóceń, metod estymacji macierzy kowariancji zakłóceń prowadzi do poszukiwania sposobu na wykorzystanie algorytmów rzadkiego odzyskiwania. W związku z powyższym, w rozprawie położono główny nacisk na poszukiwanie nowej metody estymacji macierzy kowariancji zakłóceń za pomocą algorytmów rzadkiego odzyskiwania.

# **3.3.** Metoda estymacji macierzy kowariancji z wykorzystaniem techniki rzadkiego odzyskiwania

W niniejszej pracy postawiono tezę, że zastosowanie modelu geometrii radaru MIMO oraz algorytmu dopasowania kroczącego do estymacji macierzy kowariancji zakłóceń w technice STAP, pozwala na wykrycie obiektu na tle zakłóceń niejednorodnych. W efekcie przyjętego rozumowania osiągnięte zostanie wytłumienie zakłóceń oraz detekcja obiektu w środowisku niejednorodnym.



Rys. 3.8. Geometria rozważanego systemu radarowego MIMO.

Rozważono radar MIMO z liniowym szykiem antenowym (ULA) zamontowanym na pokładzie statku powietrznego, lecącego na wysokości H ze stałą prędkością  $V_a$ . Na rysunku 3.8. przedstawiono przyjętą geometrię systemu radarowego MIMO. System składa się z R odbiorników oddalonych od siebie o  $d_R$  oraz T nadajników oddalonych od siebie o  $d_T = \gamma d_R$ , gdzie  $\gamma$  jest określonym współczynnikiem. W każdym nadajniku transmitowanych jest M impulsów o częstotliwości powtarzania impulsów równej  $f_r$ . Wektor prędkości platformy jest równoległy do osi anten, więc kąt pomiędzy szykiem antenowym, a kierunkiem lotu platformy wynosi  $\theta_p = 0$ . Założono, że transmitowane sygnały z różnych nadajników są względem siebie niezależne (ortogonalne) i koherentne. Biorąc pod uwagę, że dane echa zakłóceń testowanej komórki odległościowej są superpozycją ech wielu oddzielnych komórek zakłóceń danej komórki odległościowej, unormowaną częstotliwość Dopplera oraz unormowaną częstotliwość przestrzenna i-tej komórki zakłóceń wyrażono odpowiednio jako:

$$f_{di} = \frac{2V_a}{\lambda f_r} \cos(\theta_i) \cos(\varphi_i - \theta_p)$$
(3.13)

$$f_{si} = \frac{d_r}{\lambda} \cos(\theta_i) \cos(\varphi_i)$$
(3.14)

gdzie  $\varphi_i$  oznacza kąt azymutu danej i-tej komórki zakłóceń,  $\theta_i$  oznacza kąt elewacji danej i-tej komórki zakłóceń,  $\lambda$  to długość fali.

Zatem, odebrany sygnał echa  $x_{t,r,m}$  przez r-ty element szyku odpowiadający t-temu nadajnikowi oraz m-temu impulsowi będący sumą sygnału zakłóceń  $I_{t,r,m}$ , sygnału od obiektu  $T_{t,r,m}$  oraz szumu  $n_{t,r,m}$ , może być przedstawiony jako [66]:

$$x_{t,r,m} = I_{t,r,m} + T_{t,r,m} + n_{t,r,m}$$
(3.15)

$$I_{t,r,m} = \sum_{i=1}^{N_c} \beta_i \, e^{j2\pi \left[ \left( \gamma(m-1) + (n-1) \right) f_{si} + (k-1) f_{di} \right]} \quad (3.16)$$

$$T_{t,r,m} = \beta_t e^{j2\pi \left[ \left( \gamma(m-1) + (n-1) \right) f_{st} + (k-1) f_{dt} \right]}$$
(3.17)

gdzie  $N_c$  to liczba komórek zakłóceń,  $\gamma$  oznacza stosunek odległości pomiędzy antenami nadawczymi a odbiorczymi,  $\beta_i$  jest współczynnikiem odbicia i-tej komórki zakłóceń,  $\beta_t$  oznacza współczynnik odbicia obiektu,  $f_{dt}$  oraz  $f_{st}$  to odpowiednio unormowana częstotliwość Dopplera oraz unormowana częstotliwość przestrzenna obiektu.

Zestawiając odebrane echo t-tego nadawanego sygnału dla wszystkich odbiorników oraz impulsów, otrzymano

$$\boldsymbol{x}_{t} = \left[\boldsymbol{x}_{t,1,1}, \boldsymbol{x}_{t,2,1} \dots, \boldsymbol{x}_{t,R,M}\right]^{T} = \sum_{i=1}^{N_{c}} \beta_{i,t} \boldsymbol{S}(f_{di}, f_{si}) + \beta_{t,t} \boldsymbol{S}(f_{dt}, f_{st}) + \boldsymbol{n}_{t}$$
(3.18)

$$\boldsymbol{x}_{t} = \left[\boldsymbol{x}_{t,1,1}, \boldsymbol{x}_{t,2,1} \dots, \boldsymbol{x}_{t,N,K}\right]^{T} = \boldsymbol{I}_{t} + \boldsymbol{T}_{t} + \boldsymbol{n}_{t}$$
(3.19)

$$I_{t} = \sum_{i=1}^{N_{c}} \beta_{i,t} \, \mathbf{S}(f_{di}, f_{si})$$
(3.20)

$$\boldsymbol{T}_t = \beta_{t,t} S(f_{dt}, f_{st}) \tag{3.21}$$

gdzie  $n_m$  jest odebranym szumem,  $\beta_{i,t}$  oznacza współczynnik odbicia i-tej komórki zakłóceń odpowiadający m-temu nadanemu sygnałowi,  $\beta_{t,t}$  oznacza współczynnik odbicia obiektu odpowiadający m-temu nadanemu sygnałowi

$$\beta_{i,t} = e^{[j2\pi\alpha(t-1)f_{si}]}$$
(3.22)

$$\beta_{t,t} = e^{[j2\pi\alpha(t-1)f_{st}]}$$
(3.23)

 $S(f_{di}, f_{si})$  oraz  $S(f_{dt}, f_{st})$  są przestrzenno-czasowymi wektorami sterującymi i-tej komórki oraz obiektu, wyrażone jako

$$\boldsymbol{S}(f_{di}, f_{si}) = \begin{bmatrix} 1\\ \vdots\\ e^{(j2\pi f_{di}(M-1))} \end{bmatrix} \bigotimes \begin{bmatrix} 1\\ \vdots\\ e^{(j2\pi f_{si}(R-1))} \end{bmatrix}$$
(3.24)

$$\boldsymbol{S}(f_{dt}, f_{st}) = \begin{bmatrix} 1\\ \vdots\\ e^{(j2\pi f_{dt}(M-1))} \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1\\ \vdots\\ e^{(j2\pi f_{st}(R-1))} \end{bmatrix}$$
(3.25)

W celu estymacji przestrzenno-czasowego widma zakłóceń i obiektu przyjęto model wspólnego rzadkiego odzyskiwania. Problem estymacji przestrzenno-czasowego widma wyrażono jako problem optymalizacji wspólnego rzadkiego odzyskiwania w oparciu o kompletną rzadką bazę wektorów sterujących.

W związku z powyższym, dziedzinę unormowanej częstotliwości Dopplera oraz unormowanej częstotliwości przestrzennej przetransformowano odpowiednio w siatkę  $M_d$ i  $R_s$  dyskretnych elementów, tak aby uzyskać gęstsze pokrycie analizowanej komórki odległościowej. Aby zrealizować estymację widma o wysokiej rozdzielczości, należy tak dobrać wartości  $M_d$  oraz  $R_s$  aby spełniały one zależność  $M_d R_s >> MR$ .

Tak więc, odebrane przez radar dane, odpowiadające określonej komórce odległościowej mogą być wyrażone jako [67-71]

$$\boldsymbol{x}_{t} = \sum_{p=1}^{M_{d}} \sum_{q=1}^{R_{s}} \boldsymbol{\gamma}_{t}(p,q) \, \boldsymbol{S}(f_{dp}, f_{sq}) + \boldsymbol{n}_{t}$$
(3.26)

$$\boldsymbol{x}_t = \boldsymbol{\Psi} \boldsymbol{\gamma}_t + \boldsymbol{n}_t \tag{3.27}$$

gdzie  $\gamma_t$  jest przestrzenno-czasowym widmem zakłóceń i obiektu testowanej komórki odległościowej, a przestrzenno-czasowa rzadka baza, często określana mianem słownika może być skonstruowana jako [72]

$$\boldsymbol{\Psi} = \left[\boldsymbol{S}(f_{d1}, f_{s1}), \dots, \boldsymbol{S}(f_{dp}, f_{sq}), \dots, \boldsymbol{S}(f_{dM_d}, f_{sR_s})\right]$$
(3.28)

gdzie  $p = 1, 2, ..., M_d$ ,  $q = 1, 2, ..., R_s$ .  $S(f_{dp}, f_{sq})$  oznacza przestrzenno-czasowy wektor sterujący danej (p, q) pary częstotliwości Dopplera oraz częstotliwości przestrzennej

$$\boldsymbol{S}(f_{dp}, f_{sq}) = \begin{bmatrix} 1\\ \vdots\\ e^{\left(j2\pi f_{dp}(M-1)\right)} \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 1\\ \vdots\\ e^{\left(j2\pi f_{sq}(R-1)\right)} \end{bmatrix}$$
(3.29)

Aby przeanalizować rzadkość  $\gamma_t$ , równanie (3.27) może być zapisane jako

$$\boldsymbol{x}_{t} = \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{B}_{t} + \beta_{t,t}\boldsymbol{S}(f_{dt}, f_{st}) + \boldsymbol{n}_{t}$$
(3.30)

gdzie

$$\boldsymbol{\Phi} = \left[ \boldsymbol{S}(f_{d1}, f_{s1}), \boldsymbol{S}(f_{d2}, f_{s2}), \dots, \boldsymbol{S}(f_{dN_c}, f_{sN_c}) \right]$$
(3.31)

$$\boldsymbol{B}_{t} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\beta}_{1,t} \\ \boldsymbol{\beta}_{2,t} \\ \vdots \\ \boldsymbol{\beta}_{N_{c},t} \end{bmatrix}$$
(3.32)

Teoria stopnia swobody zakłóceń wskazuje, że zakłócenia mogą być reprezentowane poprzez Q przestrzenno-czasowe wektory sterujące  $\boldsymbol{\Phi}$ , gdzie Q oznacza stopień macierzy  $\boldsymbol{\Phi}$ . Stąd, równanie (3.30) może być zapisane jako [73-77]

$$\boldsymbol{x}_{t} = \boldsymbol{V}_{t}\boldsymbol{\Xi}_{t} + \boldsymbol{\beta}_{t,t}\boldsymbol{S}(f_{dt}, f_{st}) + \boldsymbol{n}_{t}$$
(3.33)

gdzie  $V_t$  jest macierzą skonstruowaną przez przestrzenno-czasowe wektory sterujące wybrane z macierzy  $\boldsymbol{\Phi}$ , a  $\boldsymbol{\Xi}_t = [\sigma_{t,1}, \sigma_{t,2}, ..., \sigma_{t,Q}]^T$ jest odpowiadającym wektorem współczynników odbicia.

Równanie (3.33) wskazuje, że odebrane dane  $x_t$  t-tego nadanego sygnału mogą być reprezentowane przez przestrzenno-czasowe wektory sterujące obejmujące podprzestrzeń zakłóceń oraz obiektu. Tak więc widmo  $\gamma_t$  może być wyrażone przez wektory sterujące ze słownika  $\Psi$ . W związku z powyższym, całe dotychczasowe rozumowanie sprowadza się do wniosku, że widmo  $\gamma_t$  może być otrzymane poprzez rozwiązanie następującego problemu optymalizacyjnego [76]

$$\min \|\gamma_t\|_0$$
  
takie, że  $\|x_t - \Psi\gamma_t\|_2 \le \varepsilon$  (3.34)

gdzie  $\|\cdot\|_u$  oznacza macierz lub wektor *u*-normy,  $\varepsilon$  jest stałą zdeterminowaną szumem.

Dla dowolnego nadawanego sygnału  $t_*$  ( $t_* \neq t$ ), dane echa mogą być wyrażone jako

$$\boldsymbol{x}_{t'_{*}} = \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{D} \boldsymbol{B}_{t'} + e^{[j2\pi\delta(t_{*}-t)f_{st}]} \boldsymbol{\beta}_{t,t'} \boldsymbol{S}(f_{dt}, f_{st}) + \boldsymbol{n}_{t_{*}}$$
(3.35)

gdzie

$$\boldsymbol{D} = diag\{e^{[j2\pi\delta(t_*-t)f_{S1}]}, \dots, e^{[j2\pi\kappa\delta(t_*-t)f_{SN_c}]}\}$$
(3.36)

 $diag\{\cdot\}$  reprezentuje macierz diagonalną [76].Z faktu, że stopień macierzy  $\Phi$  jest równy rzędowi macierzy  $\Phi D$ , równanie (3.35) może być zapisane jako

$$\boldsymbol{x}_{t'_{*}} = \boldsymbol{V}_{t'} \boldsymbol{\Xi}_{t'_{*}} + e^{[j2\pi\delta(t_{*}-t)f_{st}]} \boldsymbol{\beta}_{t,t'} \boldsymbol{S}(f_{dt}, f_{st}) + \boldsymbol{n}_{t_{*}}$$
(3.37)

Z równania (3.27) oraz (3.30) wiadomo, że  $\gamma_{t_*}$  oraz  $\gamma_t$  mają taką samą podprzestrzeń zakłóceń oraz model sygnału obiektu, co wskazuje na odpowiadającą sobie rzadką strukturę tych wektorów. Ostatecznie, model rzadkiego odzyskiwania danych echa ustalono jako

$$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{Y} + \boldsymbol{N} \tag{3.38}$$

gdzie

$$\boldsymbol{\Upsilon} = [\boldsymbol{\gamma}_1, \boldsymbol{\gamma}_2, \dots, \boldsymbol{\gamma}_t] \tag{3.39}$$

$$\boldsymbol{N} = [\boldsymbol{n}_1, \boldsymbol{n}_2, \dots, \boldsymbol{n}_t] \tag{3.40}$$

$$\boldsymbol{X} = [\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \dots, \boldsymbol{x}_t] \tag{3.41}$$

#### 3.3.1. Wykorzystanie algorytmu M-FOCUSS

W celu rozwiązania równania (3.38) czyli do estymacji przestrzenno-czasowego widma zakłóceń oraz obiektu  $\Upsilon$  zostaną użyte algorytmy rzadkiego odzyskiwania: algorytm M-FOCUSS (ang. modernized focal underdetermined system solution) oraz algorytm OMP (ang. orthogonal matching pursuit ) [74-77].

Estymacja widma  $\Upsilon$  za pomocą algorytmów rzadkiego odzyskiwania jest równoważna rozwiązaniu następującego wypukłego problemu optymalizacyjnego

$$\min \|\boldsymbol{\Upsilon}\|_{u,v}$$
  
s.t.  $\|\boldsymbol{X} - \boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{\Upsilon}\|_F \leq \Sigma$  (3.42)

gdzie  $\|\boldsymbol{Y}\|_{u,v} = \left[\sum_{r=1}^{RM} \|\boldsymbol{Y}_r^T\|_v^u\right]^{\frac{1}{u}}$  oznacza  $L_{u,v}$  normę wartości  $\boldsymbol{Y}$ , a  $\boldsymbol{Y}_r$  jest r-tym elementem  $\boldsymbol{Y}$ ,  $u = 2, v \leq 1$ .  $\|\cdot\|_F$  oznacza normę Frobeniusa danej macierzy,  $\boldsymbol{\Sigma}$  jest stała zdeterminowaną przez szum.

Poszczególne kroki algorytmu M-FOCCUS (u = 2, v = 1) do rozwiązania równania (3.38) są następujące:

 Inicjalizacja algorytmu – nadanie określonym zmiennym wartości początkowych. Przyjęto, że:

$$\boldsymbol{Y}_{\mathbf{0}} = \boldsymbol{\Psi}^{H} \boldsymbol{X} \tag{3.43}$$

$$\boldsymbol{C}_{0} = \begin{bmatrix} C_{0,1} \\ \vdots \\ C_{0,i} \\ \vdots \\ C_{0,R_{S}M_{d}} \end{bmatrix}$$
(3.44)

$$C_{0,i} = \sqrt{\sum_{j=1}^{M} |Y_{0,i}(j)|^2}$$
(3.45)

gdzie  $Y_{0,i}$ ,  $i = 1, 2, ..., R_s M_d$  oznacza i-ty wiersz  $Y_0$ ,  $Y_{0,i}(j)$  oznacza j-ty element  $Y_{0,i}$ , gdzie j = 1, 2, ..., T. Symbol *H* oznacza transpozycję zespoloną danej macierzy.

2. Obliczenie macierzy wag:

$$\boldsymbol{W}_{t} = \begin{bmatrix} & |C_{t-1,1}| & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & |C_{t-1,2}| & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & |C_{t-1,R_{s}M_{d}}| \end{bmatrix}$$
(3.46)

gdzie  $W_t$ , oznacza t-tą ( $t = 1, 2, ..., t_{max}$ ) iterację macierzy wag W,  $t_{max}$  oznacza maksymalną ilość iteracji,  $C_{t-1}$  oznacza . (t - 1) iterację wartości C.

3. Pętla iteracji:

$$Y_t = W_t (\Psi W_t)^{\dagger} X \tag{3.47}$$

$$C_{t,i} = \sqrt{\sum_{j=1}^{M} |Y_{t,i}(j)|^2}$$
(3.48)

$$\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{t}} = \begin{bmatrix} C_{\boldsymbol{t},1} \\ \vdots \\ C_{\boldsymbol{t},i} \\ \vdots \\ C_{\boldsymbol{t},R_{s}M_{d}} \end{bmatrix}$$
(3.49)

gdzie  $Y_t$  oraz  $C_t$  reprezentują odpowiednio wartość Y oraz C w t-tej iteracji,  $Y_{t,i}, i = 1, 2, ..., R_s M_d$  jest i-tym wierszem  $Y_t, Y_{t,i}(j)$  jest j-tym elementem  $Y_{t,i}, (\cdot)^{\dagger}$  oznacza pseudo-inwersje macierzy.

4. Warunek zatrzymania iteracji:

Jeżeli warunek zbieżności jest spełniony oraz została osiągnięta maksymalna ilość iteracji, iteracja jest zatrzymywana a wynikiem obliczeń jest  $\Upsilon_0 = Y_t$ . W przeciwnym wypadku powrót do kroku 2.

## 3.3.2. Wykorzystanie algorytmu dopasowania kroczącego

Algorytm dopasowania kroczącego, zwany też często algorytmem "pogoni za dopasowaniem" to metoda analizy sygnałów, polegająca na znalezieniu reprezentacji sygnału wejściowego w dużym zbiorze arbitralnie dobranych funkcji. Przeszukiwanie takiego zbioru, zwanego słownikiem, dla znalezienia optymalnego dopasowania charakteryzuje się wysoką złożonością obliczeniową. W 1993 roku Mallat i Zhang, jako rozwiązanie problemu, zaproponowali sub-optymalny algorytm iteracyjny.

Główną zaletą OMP jest możliwość użycia słownika, co pozwala na bardzo elastyczną parametryzację struktur zawartych w sygnale. Przy dekompozycji należy wybierać takie funkcje bazowe, których charakterystyka najbardziej odpowiada charakterystyce analizowanego sygnału. Słownik można jednak skomponować dowolnie. O wyborze funkcji słownika decyduje posiadana wiedza zewnętrzna o dekomponowanym sygnale.

Poszczególne kroki algorytmu OMP do rozwiązania równania (3.38) są następujące:

 Inicjalizacja algorytmu – nadanie określonym zmiennym wartości początkowych. Przyjęto, że:

$$\boldsymbol{r}^{\mathbf{0}} = \boldsymbol{X} \tag{3.50}$$

$$\boldsymbol{\gamma}^{\mathbf{0}} = \boldsymbol{0} \tag{3.51}$$

$$\boldsymbol{\Gamma}^{\mathbf{0}} = \boldsymbol{\emptyset} \tag{3.52}$$

gdzie  $r^0$  oznacza błąd aproksymacji,  $\Gamma^0$  oznacza wybrany zbiór atomów słownika, zaś  $\Upsilon^0$  jest poszukiwanym widmem.

2. Pętla *n* iteracji składająca się z 8 kolejnych kroków:

$$1: \boldsymbol{g}^{\boldsymbol{n}} = \boldsymbol{\phi}^T \boldsymbol{r}^{\boldsymbol{n}-1} \tag{3.53}$$

$$2: \mathbf{i}^{\mathbf{n}} = \arg \max |\mathbf{g}_{i}^{\mathbf{n}}| \qquad (3.54)$$

$$3: \Gamma^n = \Gamma^{n-1} \cup i^n \tag{3.55}$$

$$4: \boldsymbol{p}_{\boldsymbol{\Gamma}^n} = \boldsymbol{\Psi}^{\dagger} \boldsymbol{r}^{n-1} \tag{3.56}$$

$$5: \boldsymbol{c}^{\boldsymbol{n}} = \boldsymbol{d}_{\boldsymbol{\Gamma}^{\boldsymbol{n}}} \boldsymbol{p}_{\boldsymbol{\Gamma}^{\boldsymbol{n}}}$$
(3.57)

6: 
$$a^n = \frac{\langle r^n, c^n \rangle}{\|c^n\|_2^2}$$
 (3.58)

$$7: \boldsymbol{Y}_{\boldsymbol{\Gamma}^n}^n \coloneqq \boldsymbol{Y}_{\boldsymbol{\Gamma}^n}^{n-1} + \boldsymbol{a}^n \boldsymbol{p}_{\boldsymbol{\Gamma}^n}$$
(3.59)

$$8: r^n = r^{n-1} - a^n c^n (3.60)$$

gdzie  $\phi^T$  oznacza transpozycję unormowanego słownika  $\Psi$ , (†) oznacza pseudoinwersje,  $p_{\Gamma^n}$  oznacza nowy kierunek,  $d_{\Gamma^n}$  jest danym wektorem kolumnowym słownika  $\Psi$ .

Algorytm OMP w pierwszym kroku wybiera ze słownika  $\phi^T$  dany atom  $\Gamma^n$  najlepiej dopasowany do wektora X, czyli dający największą wartość iloczynu skalarnego

z wektorem X. W każdym następnym kroku atomy są analogicznie dopasowywane do residuum  $r^{n-1}$ , pozostałego po odjęciu wyniku poprzedniej iteracji oraz wyznaczane jest residuum rzędu wyższego  $r^n$ . Atom dobierany jest ze słownika w każdym kroku iteracji, spełnia on oczywisty warunek  $i^n = \arg \max |g_i^n|$  polegający na wyborze największego iloczynu skalarnego pozostałych atomów ze słownika z wektorem X. Warunek zatrzymania iteracji, czyli warunek zbieżności algorytmu polega na porównaniu normy euklidesowej otrzymanego residuum z przyjętą dokładnością obliczeń  $\varepsilon$ :

$$\|\boldsymbol{r}^n\|_2 \le \varepsilon \tag{3.61}$$

Jeżeli warunek zbieżności jest spełniony dla przyjętego  $\varepsilon$ , iteracja jest zatrzymywana a wynikiem obliczeń jest  $\Upsilon_{\Gamma^n}^n$ . W przeciwnym wypadku następuje powrót do kroku 2. W załączniku A niniejszej rozprawy przedstawiono przebieg algorytmu OMP na konkretnym przykładzie obliczeniowym.

W związku z faktem, że algorytm OMP stanowi główne narzędzie do wyznaczenia macierzy kowariancji zakłóceń w zaproponowanej metodzie w niniejszej rozprawie, na poniższych rysunkach przedstawiono ideę wykorzystania algorytmu OMP w praktycznym zastosowaniu.

Do analizy wzięto sygnał będący sumą trzech przebiegów sinusoidalnych, co na rysunku 3.9. przedstawia przebieg oznaczony kolorem czerwonym. Po spróbkowaniu danego sygnału wyznaczono jego transformatę Fouriera – niebieskie prążki na rysunku 3.9.



Rys. 3.9. Transformata Fouriera wzorcowego sygnału.

Dokładnie tą samą czynność wykonano przy użyciu algorytmu OMP, jednakże w tym przypadku wybrano jedynie 10 % wszystkich próbek sygnału wzorcowego. Zadanie algorytmu OMP polegało na odtworzeniu całego sygnału. Jak można zauważyć na poniższym rysunku 3.10., algorytm OMP wyznaczył poprawnie sygnał wzorcowy, którego transformata Fouriera jest praktycznie taka sama jak transformata sygnału wzorcowego. Właśnie tę właściwość algorytmu OMP wykorzystano do wyznaczenia macierzy kowariancji zakłóceń mając do dyspozycji jeden przekrój radarowej kostki danych.





Wracając do głównego wątku przetwarzania STAP, w wyniku wyznaczenia widma  $\boldsymbol{Y}$  poprzez dowolny algorytm rzadkiego odzyskiwania, macierz kowariancji zakłóceń oraz szumu (ang. CNCM clutter plus noise covariance matrix)  $\boldsymbol{\breve{R}}_{SR}$  może być wyliczona poprzez

$$\widetilde{\boldsymbol{R}}_{\boldsymbol{S}\boldsymbol{R}} = \sum_{p=1}^{M_d} \sum_{q=1}^{R_s} |\boldsymbol{\gamma}^*(p,q)|^2 \boldsymbol{S}(f_{dp}, f_{sq}) \boldsymbol{S}^H(f_{dp}, f_{sq}) + \sigma^2 \boldsymbol{I}_{RM} \quad (3.62)$$

$$(p,q) \notin \Omega(f_{st}, f_{dt}) \tag{3.63}$$

gdzie  $\gamma_0^*$  jest wektorem kolumnowym otrzymanym przez obliczenie normy 2-giej każdego wektora wierszowego  $\gamma_0$ .  $\sigma^2$  oznacza moc szumu,  $I_{RM}$  oznacza macierz jednostkową

o wymiarze  $RM \times RM$ . Możliwy zakres częstotliwości Dopplera obiektu, który jest określony przez wcześniej znaną informację o obiekcie dany jest jako

$$\Omega(f_{st}, f_{dt}) = \{(p, q) | |f_{dp} - f_{dt}| \le \delta_d \& |f_{sq} - f_{st}| \le \delta_s\}$$
(3.64)

Tolerancje systemu dotyczące niepewności częstotliwości Dopplera oraz częstotliwości przestrzennej obiektu dane są jako

$$\delta_d = \mu_d \Delta_d \tag{3.65}$$

$$\delta_s = \mu_s \Delta_s \tag{3.66}$$

 $\Delta_d$  oraz  $\Delta_s$  są rozmiarami jednostek rozdzielczości określonymi przez wcześniej zdefiniowane wartości  $M_d$  oraz  $R_s$  będącymi odpowiednio dyskretnymi elementami dziedziny unormowanej częstotliwości Dopplera oraz unormowanej częstotliwości przestrzennej, zaś  $\mu_d$  oraz  $\mu_s$  są odpowiednimi stałymi określonymi tak aby zapobiec samoanulowaniu się obiektu.

Jeżeli macierz kowariancji zakłóceń oraz szumu została wyznaczona z równania (3.62), optymalny wektor wag procesora STAP może być wyznaczony poprzez

$$\boldsymbol{w} = \boldsymbol{\mu} \boldsymbol{R}_{SR}^{-1} \boldsymbol{S}(f_{dt}, f_{st})$$
(3.67)

gdzie  $\mu$  jest określoną stałą [80-81].

## 4. Wyniki badań symulacyjnych

W rozdziale przedstawione zostały wyniki badań symulacyjnych, które przeprowadzono w trakcie badań nad przestrzenno-czasowym przetwarzaniem adaptacyjnym. Symulacje zawarte w niniejszej rozprawie wykonano w środowisku MATLAB, wykorzystując w tym celu własne funkcje oraz modele wbudowane. Zaimplementowane oprogramowanie oddające opisane modele oraz założenia teoretyczne posłużyły do udowodnienia tezy rozprawy postawionej na wstępie pracy.

Pierwsza część tego rozdziału poświęcona została badaniom symulacyjnym określającym zakres stosowalności oraz możliwość wykorzystania operacyjnego opracowanego algorytmu OMP-STAP. W tym celu określono wpływ prędkości lotu platformy z radarem pracującym na stałych parametrach, które najczęściej można spotkać w literaturze przedmiotu [5]. Powyższe badania zostały wzbogacone o analizę rozkładu własnego macierzy kowariancji zakłóceń dla poszczególnych parametrów radaru oraz platformy.

W drugiej części tego rozdziału przedstawiono wyniki symulacji określające minimalną prędkość obiektów jaką jest w stanie wykryć radar MIMO. Dodatkowo przedstawiono kilka charakterystyk wydajności zaproponowanego algorytmu OMP-STAP.

Następnie przedstawiono wyniki kompleksowej symulacji niejednorodnego środowiska, w którym został losowo umieszczony obiekt. Zadaniem radaru MIMO oraz opracowanego algorytmu OMP-STAP była eliminacja zakłóceń oraz poprawna detekcja obiektu.

Ostatnia część symulacji dotyczy porównania wykorzystanego algorytmu OMP oraz konkurencyjnego algorytmu M-FOCUSS do estymacji macierzy kowariancji zakłóceń. Zaimplementowano oba algorytmy celem pokazania różnicy związanej zarówno z otrzymanymi rezultatami wydajności przetwarzania STAP ale także złożoności obliczeniowej oraz wykorzystania praktycznego obu algorytmów.

### 4.1. Zakres stosowalności opracowanego algorytmu

W tej części rozdziału przedstawiono badania symulacyjne określające zakres stosowalności oraz możliwość wykorzystania operacyjnego opracowanego algorytmu STAP. W tym celu określono zakres prędkości lotu platformy z radarem pracującym na określonych parametrach zawartych w tabeli 4.1. Prędkość platformy jak już wiadomo ma istotne znaczenie w kontekście wyznaczenia parametru β. Dodatkowo pokazano sposób wyznaczenia rzędu

macierzy kowariancji zakłóceń. Wykorzystano system radarowy MIMO zainstalowany na pokładzie samolotu, którego wektor prędkości jest zgodny z osią szyku antenowego ULA. Na rysunkach 4.1. oraz 4.2. przedstawiono wykresy lokalizacji zakłóceń w odebranym sygnale dla różnych wartości prędkości lotu platformy.

Tab. 4.1 Parametry symulacji.

Parametr	Wartość
Liczba nadajników radaru MIMO	5
Liczba odbiorników radaru MIMO	5
Liczba impulsów	10
Częstotliwość nośna radaru	10 GHz
Długość fali na jakiej pracuje radar	0.03 m
Odległość pomiędzy odbiornikami	0.015 m
Odległość pomiędzy nadajnikami	0.015 m
Wysokość lotu platformy	3 km
Nachylenie grzbietu zakłóceń β	01.1
Częstotliwość powtarzania impulsów	12 kHz
Stosunek zakłóceń do szumu CNR	30 dB
Stosunek sygnału do szumu SNR	10 dB



Rys. 4.1. Wykresy lokalizacji zakłóceń w odebranym sygnale dla różnych wartości prędkości lotu platformy.

Jak już wiadomo wartość prędkości lotu platformy wprost wpływa na wartość parametru  $\beta$ . Wartość parametru  $\beta$  przedstawiono w zakresie od 0 do 1.4. Dla parametrów określonych w tabeli 4.1 oraz parametru  $\beta = 1$  otrzymano wartość prędkości równą 90 m/s. Jest to sytuacja optymalna z punktu widzenia detekcji obiektu. Na obu rysunkach można zaobserwować, że wraz ze wzrostem wartości parametru  $\beta$  pojawiają się zakłócenia w coraz szerszym zakresie kąta azymutu obserwacji radaru.



Rys. 4.2. Wykresy lokalizacji zakłóceń w odebranym sygnale dla różnych wartości prędkości lotu platformy.

Dodatkowo, dla powyższych parametrów określono złożoność obliczeniową, która bezpośrednio wpływa na czas przetwarzania oraz sprawność detekcji obiektu. Na poniższym rysunku przedstawiono pionowymi liniami rzędy macierzy kowariancji zakłóceń wyznaczone wprost z zależności Brennan'a (2.20) dla różnych wartości parametru  $\beta$ . Dla wyżej określonych danych symulacyjnych, rząd macierzy kowariancji zakłóceń wynosi  $r_c = 19$ , co zostało oznaczone na rysunku 4.3. czerwoną, pionową linią. Ponadto łatwo można zauważyć, że wzrost parametru  $\beta$  powoduje większy rząd macierzy kowariancji zakłóceń, co automatycznie utrudnia detekcje obiektu poprzez wzrost złożoności obliczeniowej przetwarzania OMP-STAP.

Biorąc pod uwagę powyższe, warto wykorzystać zależności oraz wykresy zawarte w niniejszej rozprawie aby określić zakres stosowalności opracowanego algorytmu przetwarzania OMP-STAP do własnych parametrów pracy radaru tak aby uzyskać optymalną wartość prędkości lotu platformy, co pozwala już na tym etapie zmniejszyć wpływ niepożądanych zakłóceń.



Rys. 4.3. Wykres rozkładu własnego macierzy kowariancji zakłóceń w zależności od wartości parametru β.

### 4.2. Analiza parametrów SINR oraz minimalnej wykrywalnej prędkości

W tej części rozdziału przedstawiono wyniki symulacji określające minimalną prędkość obiektu jaką jest w stanie wykryć radar MIMO bazując na wcześniej wyznaczonych charakterystykach stosunku sygnału do zakłóceń i szumu oraz parametru  $L_{SINR}$  określającego

wydajność procesora OMP-STAP w przypadku braku zakłóceń. Symulacje przeprowadzono również na parametrach określonych w tabeli 4.1.

Na rysunku 4.4. przedstawiono wykres stosunku sygnału do zakłóceń i szumu na wyjściu procesora OMP-STAP w zależności od częstotliwości Dopplera obiektu. Procesor osiąga prawie w całym zakresie częstotliwości Dopplera wartość SINR równą 20 dB. Warto zwrócić uwagę, że dla częstotliwość Dopplera obiektu bliskiej 0 Hz bądź 12 kHz wartość SINR jest bardzo mała. Jest to spowodowane faktem, że na tych częstotliwościach algorytm bardzo silnie eliminuje zakłócenia.





Na rysunku 4.5. przedstawiono charakterystykę parametru  $L_{SINR}$ . Co prawda na rysunku 4.5. przyjęto skalę logarytmiczną wartości parametru  $L_{SINR}$  ze względu na możliwość dokładnej prezentacji wyników badań, jednakże warto zauważyć, że wartość tego parametru w mierze liniowej mieści się w zakresie pomiędzy 0 a 1. Jak można było się spodziewać, nie uwzględniając zakłóceń, a jedynie szum, parametr  $L_{SINR}$  osiąga prawie w całym zakresie częstotliwości Dopplera wartość równą 0 dB. Jak już wcześniej wspomniano, charakterystyka parametru  $L_{SINR}$  pozwala na wyznaczenie minimalnej wykrywalnej prędkości obiektów.

W tabeli 4.2, dla zaznaczonych na rysunku 4.5. kolorowymi liniami akceptowalnych poziomów  $L_{SINR}$ , określono minimalne wykrywalne wartości prędkości obiektów poruszających się po powierzchni ziemi. Im niższy, akceptowalny poziom strat stosunku

sygnału do zakłóceń ( $L_{SINR}$ ), tym coraz wolniejsze obiekty radar jest w stanie wykryć, co wynika wprost z zależności (2.26).



Rys. 4.5. Wykres parametru L<sub>SINR</sub>.

Tab. 4.2 Minimalna wykrywalna prędkość obiektu (MDV)

$L_{SINR} = -5 \ dB$		Prędkość obiektu MDV(-5 dB)	
$f_U(L_{SINR})$	$f_L(L_{SINR})$	9.04 m/s	
605 Hz	11401 Hz		
$L_{SINR} = -10 \ dB$		Prędkość obiektu MDV(-10 dB)	
$f_U(L_{SINR})$	$f_U(L_{SINR})$	4 71 m/s	
315 Hz	11688 Hz	1.71 1105	
$L_{SINR} = -15 \ dB$		Prędkość obiektu MDV(-15 dB)	
$f_U(L_{SINR})$	$f_U(L_{SINR})$	2.59 m/s	
173 Hz	11829 Hz		

## 4.3. Wydajność detekcji obiektu

Kolejna symulacja była skoncentrowana na pokazaniu wydajności zaproponowanej metody oraz słuszności wybranych narzędzi do estymacji macierzy kowariancji zakłóceń w niejednorodnym środowisku zakłóceń. Parametry przyjęte do symulacji są identyczne jak te zawarte w tabeli 4.1. Ponadto, przyjęto parametr  $\beta = 1$ , co oznacza, że prędkość poruszania się platformy wynosi 90 m/s. Przyjęto maksymalną ilość iteracji równą 500. Jednostki rozdzielczości częstotliwości Dopplera oraz przestrzennej są obie równe  $R_s = M_d = 60$ . W algorytmie określono  $\mu_s = \mu_d = 4$ .

Na rysunkach 4.6. oraz 4.7. pokazano przestrzenno-czasowe widmo zakłóceń przed przetwarzaniem STAP na dwóch typach wykresów – dwuwymiarowym oraz trójwymiarowym. Oba wykresy oddają dwuwymiarowy charakter zakłóceń.



Rys. 4.6. Przestrzenno-czasowe widmo zakłóceń przed przetwarzaniem OMP- STAP – wykresy dwuwymiarowe.



Rys. 4.7. Przestrzenno-czasowe widmo zakłóceń przed przetwarzaniem OMP-STAP – wykresy trójwymiarowe.

W związku z przyjętą wartością parametru  $\beta$  lokalizacja zakłóceń występuję pojedynczo dla każdej częstotliwości Dopplera, co ułatwia eliminację zakłóceń. W związku z powyższym można w sposób jednoznaczny zauważyć grzbiet zakłóceń – żółta przekątna na rysunku 4.6. oraz bezpośredni żółty grzbiet na rysunku 4.7. Następnie surową kostkę danych poddano przetwarzaniu STAP wykorzystując zaproponowaną metodę bazującą na algorytmie OMP. W tym miejscu warto zwrócić uwagę na skalę mocy sygnału echa. Przed przetwarzaniem maksymalna amplituda mocy sygnału sięgała 60 dB.

Na rysunkach 4.8. oraz 4.9. pokazano przestrzenno-czasowe widmo zakłóceń po przetwarzaniu STAP na dwóch typach wykresów.



Rys. 4.8 Przestrzenno-czasowe widmo zakłóceń po przetwarzaniu OMP-STAP – wykresy dwuwymiarowe.



Rys. 4.9. Przestrzenno-czasowe widmo zakłóceń po przetwarzaniu OMP-STAP – wykresy trójwymiarowe.

Na obu rysunkach można zauważyć, że algorytm prawidłowo wykrył obiekt znajdujący się na przecięciu się dwóch prostych, odpowiednio dla unormowanej częstotliwości Dopplera równej  $f_d = 0.2$  oraz unormowanej częstotliwości przestrzennej równej również  $f_s = 0.2$ .

Bardzo istotne jest porównanie skali mocy sygnału na wykresie 4.7. w stosunku do skali mocy sygnału z rysunku 4.9. Jak można zauważyć, na rysunku 4.9. wartość odebranego sygnału od obiektu jest bliska 0 dB. Świadczy to o kompletnym wyeliminowaniu składowej zakłóceń, której moc na rysunku 4.7. sięga 60 dB. Wynikają z tego dwa wnioski. Pierwszy dotyczy ogromnej różnicy poziomów mocy sygnału zakłóceń w stosunku do mocy sygnału odbitego od obiektu. Drugi wniosek to taki, że bez przetwarzania OMP-STAP sygnał od obiektu zainteresowania byłby prawie niewykrywalny.

## 4.4. Wydajność tłumienia zakłóceń

W rozdziale porównano oraz przeanalizowano zaproponowaną metodę OMP-STAP pod kątem wydajności tłumienia zakłóceń na podstawie współczynnika poprawy IF, gdzie IF zdefiniowany jest jako stosunek sygnału do szumu na wyjściu do sygnału do szumu na wejściu procesora STAP. Na rysunku 4.10. przedstawiono wydajność tłumienia zakłóceń dla obu zastosowanych algorytmów rzadkiego odzyskiwania.



Rys. 4.10. Porównanie wydajności algorytmów rzadkiego odzyskiwania.
Zaproponowana metoda korzysta z algorytmu rzadkiego odzyskiwania OMP, dla którego można uzyskać lepsze tłumienie zakłóceń w stosunku do tego samego przetwarzania STAP ale korzystającego z algorytmu M-FOCUSS - wcięcie krzywej IF jest węższe oraz osiąga wyższe wartości. Po za tym implementacja algorytmu M-FOCUSS jest znacznie bardziej skomplikowana programowo co również ma wpływ na jego praktyczne zastosowanie. Algorytm OMP jest znacznie prostszy obliczeniowo co wynika wprost z przytoczonych wcześniej kroków obu algorytmów, na które składają się liczne operacje wykonywane na danych w pętli. Wykorzystanie algorytmu M-FOCUSS w przetwarzaniu STAP, a także jego porównanie z metodami opisanymi w artykułach [60, 70] było przedmiotem rozważań publikacji [76].

Współczynnik poprawy IF na poziomie ponad 70 dB stanowi bardzo dobry wynik w kontekście wyników parametru IF jakimi szczycą się naukowcy w najnowszych publikacjach [69-72]. Ponadto, stanowi dowód na właściwą eliminację zakłóceń w odniesieniu do wcześniejszych wyników symulacji (rysunki 4.6. - 4.9.). Można wnioskować, że opracowany algorytm oraz jego programowa implementacja w środowisku Matlab zachęca do pójścia krok dalej i spróbowania praktycznej weryfikacji zaproponowanego rozwiązania. Niestety wiąże się to z nakładem sporych kosztów finansowych.

## 4.5. Precyzyjna detekcja obiektów

W celu potwierdzenia poprawności zaproponowanej metody OMP-STAP, korzystającej z algorytmu rzadkiego odzyskiwania OMP oraz systemu radarowego MIMO, przeprowadzono kolejną symulację. Zasymulowano środowisko, w którym umieszczono obiekt w zadanej lokalizacji, a także zasymulowano występowanie zakłóceń pasywnych oraz aktywnych w postaci nadajnika zakłóceń.

Założono system radarowy MIMO złożony z 5 anten nadawczych oraz 5 anten odbiorczych, pracujący na częstotliwości 10 GHz. Odległość pomiędzy antenami dobrano tak, aby była równa połowie długości fali, w tym przypadku to 0.015 m. Radar zamontowano na platformie latającej poruszającej się wzdłuż osi anten ze stałą prędkością równą 225 m/s na wysokości 1000 m. Dla tak przyjętej wartości prędkości oraz częstotliwości powtarzania impulsów wartość parametru  $\beta$  równa jest 1. Wartość skutecznej powierzchni odbicia obiektu ustalono równą 1 m<sup>2</sup>.

W związku z tym, że kluczowym założeniem przyjętym w rozprawie było występowanie środowiska charakteryzującego się niejednorodnością zakłóceń, jako zakłócenia

pasywne przyjęto często wykorzystywany model niejednorodnego terenu pokrytego lasem, określanego w środowisku MATLAB modelem gamma. Dodatkowo umieszczono w terenie nadajnik zakłóceń aktywnych. W poniższych tabelach przedstawiono odpowiednio dane obiektu, zakłóceń oraz radaru.

Tab. 4.3 Parametry obiektu oraz zakłóceń

Parametr	Wartość
Wektor prędkości obiektu [oś x, oś y, oś z]	[30 m/s, 30 m/s, 30 m/s,]
Położenie obiektu	x = 1000; y = 1000; z = 0;
Skuteczna powierzchnia odbicia obiektu	1 m <sup>2</sup>
Moc nadajnika zakłóceń aktywnych	100 W
Położenie początkowe nadajnika [x, y, z]	x = 2000; y = 3000; z = 0;
Szum	Szum biały o rozkładzie Gaussowskim

## Tab. 4.4 Parametry radaru

Parametr	Wartość
Częstotliwość pracy radaru	10 GHz
Długość fali	0.03 m
Częstotliwość próbkowania	6 MHz
Czas trwania impulsu	33 µs
Częstotliwość powtarzania impulsów	30 kHz
Ilość impulsów	10
Zasięg	5000 m
Ilość anten nadawczych	5
Ilość anten odbiorczych	5
Odległość między antenami	0.015 m
Moc nadajnika	5.6 kW
Zysk kierunkowy	20 dB
Temperatura szumów anteny	290 K
Wysokość	1000 m
Stała prędkość poruszania się platformy w kierunku osi y	225 m/s

W wyniku symulacji, poprzez szyk antenowy nadano ciąg 10 impulsów, o częstotliwości powtarzania impulsów równej 30 kHz oraz czasie trwania impulsu równym 33

μs. Następnie odebrano sygnał odbity od obiektu ale także zakłócenia pasywne od powierzchni ziemi, sygnał zakłócający z nadajnika oraz szumy po stronie odbiorczej.

Na rysunku 4.11 przedstawiono wartości odebranych sygnałów przez szyk antenowy radaru MIMO w funkcji zasięgu, po nadaniu pierwszego impulsu. Na tym etapie odebrane sygnały tworzą kostkę danych o trzech wymiarach (ilość komórek odległościowych x ilość impulsów x ilość anten), która nie została jeszcze poddana przetwarzaniu przez nowo opracowany algorytm STAP. W związku z tym, radar na tle silnych zakłóceń nie jest w stanie wskazać położenia obiektu. Jak łatwo można zauważyć, radar mylnie wskazuje, że obiekt jest w odległości 1000 m od radaru.



Rys. 4.11. Wartości odebranych sygnałów przez szyk antenowy radaru MIMO w funkcji zasięgu, po nadaniu pierwszego impulsu przed przetwarzaniem OMP-STAP.

Na rysunku 4.12. przedstawiono również wartości odebranych sygnałów przez szyk antenowy radaru MIMO w funkcji zasięgu, po nadaniu pierwszego impulsu, jednakże na płaszczyźnie przestrzenno-czasowej. Jak można zauważyć zakłócenia zarówno pasywne jak i aktywne występują praktycznie na każdej częstotliwości Dopplera. Jest to związane z ruchem platformy latającej i niezerowej wartości przesunięcia częstotliwości Dopplera pomiędzy platformą a nieruchomymi obiektami terenowymi. Dodatkowo naniesiono dokładną lokalizację obiektu celem ukazania w jakim stopniu wartość sygnału od obiektu jest zasłaniania przez niepożądane zakłócenia (zielony obszar -70 dB).



Rys. 4.12. Przestrzenno-czasowe widmo odebranych sygnałów przez szyk antenowy radaru MIMO w funkcji zasięgu, po nadaniu pierwszego impulsu przed przetwarzaniem OMP-STAP.

Na rysunku 4.13. przedstawiono wartości odebranych sygnałów przez szyk antenowy radaru MIMO w funkcji zasięgu, po nadaniu pierwszego impulsu. Jednakże tym razem, surowe dane poddano przetwarzaniu STAP poprzez implementacje zaproponowanego algorytmu OMP-STAP w środowisku MATLAB. Jak łatwo można zauważyć, radar prawidłowo wskazuje, że obiekt jest w odległości ok. 1900 m od radaru w linii prostej.



Rys. 4.13. Wartości odebranych sygnałów przez szyk antenowy radaru MIMO w funkcji zasięgu, po nadaniu pierwszego impulsu i przetwarzaniu OMP-STAP

Na rysunku 4.14. przedstawiono wartości odebranych sygnałów przez szyk antenowy radaru MIMO w funkcji zasięgu, po nadaniu pierwszego impulsu, na płaszczyźnie przestrzenno-czasowej. Na omawianym rysunku można zauważyć dwa charakterystyczne obszary koloru niebieskiego, czyli o najmniejszej wartości mocy sygnału określonego w decybelach. Pierwszy obszar ciągnący się pionowo wzdłuż całego zbioru częstotliwości Dopplera dla azymutu około 50 ° oznacza całkowitą eliminację zakłóceń aktywnych promieniowanych przez nadajnik zakłóceń. W tabeli 4.5 przedstawiono dokładną wartość azymutu dla którego algorytm STAP usunął składowe pochodzące z nadajnika zakłóceń.

Drugi niebieski obszar ciągnie się wzdłuż przekątnej wykresu. Jak już wcześniej wspomniano, zgodnie z literaturą przedmiotu badań, oznacza to grzbiet zakłóceń pasywnych (ang. clutter ridge). Również i w tym przypadku zaproponowany algorytm OMP-STAP usunął składowe będące zakłóceniami pasywnymi, o czym świadczy wspomniany powyżej niebieski obszar o najmniejszej wartości sygnału wzdłuż przekątnej wykresu.





W tabeli 4.5 przedstawiono zbiorczo wyniki powyższej symulacji. Bezpośrednia odległość radaru do obiektu wyniosła 1854 metry, zaś do nadajnika zakłóceń 3800 metrów, co wprost przełożyło się na kąt elewacji radaru względem obiektu (-40.31 °) oraz radaru względem nadajnika (-18 °).

Tab. 4.5 Parametry obiektu

Parametr	Wartość
Azymut radaru względem obiektu	45 °
Elewacja radaru względem obiektu	-40.31 °
Odległość radar-obiekt	1854 m
Azymut radaru względem nadajnika zakłóceń	56 °
Elewacja radaru względem nadajnika zakłóceń	-18 °
Odległość radar- nadajnik zakłóceń	3800 m
Wypadkowa prędkość względna radar - obiekt	88.79 m/s
Przesunięcie częstotliwości Dopplera radar-obiekt	5923 Hz
Znormalizowana częstotliwość Dopplera	0.197

Wykonanie ostatniej symulacji przyświecały dwa cele. Pierwszym celem było całościowe zaimplementowanie zaproponowanego algorytmu OMP-STAP oraz środowiska wraz z platformą latającą z radarem mającego za zadanie wykryć obiekt, a także eliminacje zakłóceń niejednorodnych. Drugim celem było odtworzenie jak najbardziej realnego środowiska, maksymalnie zbliżonego do rzeczywistego. Wiązało się to bowiem z brakiem badań wykonanych praktycznie. Otrzymane precyzyjne dane dotyczące obiektu każą wynieść przekonanie, że postawiony problem badawczy został rozwiązany, zaś teza niniejszej rozprawy udowodniona.

## 5. Podsumowanie

Rozprawa jest poświęcona analizie przestrzenno-czasowego adaptacyjnego przetwarzania sygnałów STAP oraz możliwości wyznaczenia macierzy kowariancji zakłóceń stosując radar MIMO wraz z algorytmem OMP.

W pierwszej kolejności przedstawiono podstawy teoretyczne przetwarzania STAP. Omówiono poszczególne kroki klasycznego algorytmu przetwarzania SMI STAP. Podkreślono istotę charakterystycznych parametrów opisujących procesor liniowy STAP poprzez omówienie parametru nachylenia grzbietu zakłóceń, rzędu macierzy kowariancji zakłóceń, a także parametrów wydajnościowych oraz przedstawiono najważniejsze cechy radaru MIMO.

Następnie dokonano krytycznej analizy dotychczasowych oraz aktualnie stosowanych metod estymacji macierzy kowariancji zakłóceń. Porównano metody statystyczne oraz niestatystyczne. Wskazano obszar rozwoju badań nad bieżącymi metodami, co skłoniło do poszukiwania kolejnej metody estymacji macierzy kowariancji zakłóceń. W wyniku przeprowadzenia szeregu analiz, w trzecim rozdziale zaprezentowano opis oraz przebieg nowatorskiej metody estymacji macierzy kowariancji zakłóceń bazującej na rzadkiej postaci macierzy zakłóceń.

W pracy przytoczono analizę danych echa w dziedzinie czasu i przestrzeni w pokładowym radarze MIMO. Teoretyczna analiza i wyniki symulacji pokazują, że proponowana metoda może uzyskać dokładniejszą estymację przestrzenno-czasowego widma zakłóceń i mieć lepszą wydajność tłumienia zakłóceń niż istniejące metody STAP wykorzystujące wspólną rzadkość danych echa oraz algorytm M-FOCUSS [59,69,75].

Następnie eksperymentalnie zweryfikowano nową metodę przetwarzania STAP do wykrywania obiektu w niejednorodnym oraz niestacjonarnym środowisku. Zamodelowano przypadek wykorzystania radaru MIMO na platformie latającej oraz zastosowano algorytm OMP celem wyznaczenia przestrzenno-czasowego widma zakłóceń.

Biorąc pod uwagę przedstawione w poszczególnych rozdziałach rozważania należy stwierdzić, że założony cel rozprawy został osiągnięty, a do najistotniejszych osiągnięć rozprawy można zaliczyć:

- Opracowanie innowacyjnej, zweryfikowanej licznymi symulacjami metody estymacji macierzy kowariancji zakłóceń będącej kluczowym etapem w przestrzenno-czasowym przetwarzaniu adaptacyjnym.
- 2. Zastosowanie algorytmu dopasowania kroczącego OMP do estymacji macierzy kowariancji zakłóceń. Poprzez niewielką ilość danych jaką stanowi tylko jeden przekrój

radarowej kostki danych możliwe było skuteczne odtworzenie składowej zakłóceń w odebranym sygnale echa.

- 3. Wykorzystanie właściwości radaru pracującego w trybie MIMO.
- Określenie wpływu złożoności obliczeniowej metody STAP poprzez wykorzystanie rozkładu własnego macierzy kowariancji oraz wyznaczenie za pomocą równania Brennan'a rzędu macierzy kowariancji.
- 5. Analizę dotychczas stosowanych metod estymacji macierzy kowariancji zakłóceń oraz wskazanie aktualnie pożądanego kierunku badań nad opracowaniem nowych, skutecznych metod estymacji macierzy kowariancji zakłóceń w środowisku niejednorodnym.
- 6. Implementację opracowanej metody przetwarzania STAP poprzez wykonanie oprogramowania w środowisku Matlab.
- 7. Opracowanie szeregu aplikacji w środowisku Matlab symulujących parametry oraz charakterystyki opisujące wydajność oraz skuteczność opracowanej metody.

Wykonane w trakcie realizacji pracy analizy teoretyczne, obliczenia oraz otrzymane wyniki badań symulacyjnych pozwalają sprecyzować następujące wnioski:

- W przetwarzaniu STAP stosowne są różne metody estymacji macierzy kowariancji zakłóceń, przy czym odchodzi się od metod statystycznych. Obecnie najbardziej rozwijane są metody niestatystyczne estymacji macierzy kowariancji zakłóceń.
- 2. Podkreślono wpływ parametrów lotu platformy latającej, na której zamontowany jest radar, takich jak prędkość oraz kąt odchylenia od osi anten poprzez parametr  $\beta$ , który jednoznacznie określa stopień zakłóceń oraz częstotliwość ich występowania.
- Nowo opracowana metoda umożliwia detekcję obiektów w warunkach środowiska niejednorodnego.
- 4. Nowa metoda wykorzystuje pojedynczy przekrój radarowej kostki danych radaru MIMO. Pozwoliło to rozwiązać problem dostępu do dużej ilość komórek treningowych oraz niestacjonarności zakłóceń w niejednorodnym środowisku, co w sumie, znacznie utrudnia stosowanie przetwarzania STAP w praktyce. Jest to ogromna zaleta w stosunku do wielu już znanych metod STAP.
- 5. Praca stanowi jedną z niewielu pozycji literaturowych w języku polskim dotyczącej STAP. Stanowi to oryginalny wkład do rozwoju wiedzy oraz techniki radarowej w Polsce, a jednocześnie pozycja ta poprzez publikację niektórych wyników w czasopismach światowych stanowi ważny punkt na mapie rozwoju dziedziny jaką jest STAP.

- 6. Przedstawione w rozprawie analizy teoretyczne, wykonane obliczenia oraz otrzymane wyniki badań symulacyjnych mają duże znaczenie praktyczne. Wykorzystanie techniki STAP w systemach radiolokacyjnych przyczynia się do zwiększenia ich użyteczności i zredukowania wymagań dotyczących złożoności obliczeniowej.
- Zdecydowaną kontynuację badań dotyczących przedstawionych w niniejszej rozprawie zagadnień stanowić będzie próba implementacji zaproponowanej metody estymacji macierzy kowariancji zakłóceń w innych metodach niestatystycznych STAP.

Podsumowując, w niniejszej pracy udowodniono, że możliwa jest estymacja macierzy kowariancji zakłóceń STAP poprzez zastosowanie modelu geometrii radaru MIMO oraz algorytmu dopasowania kroczącego (OMP).

## Załącznik A

Poniżej zamieszczono kod źródłowy głównego programu symulującego zastosowanie zaproponowanego algorytmu OMP do przetwarzania STAP w środowisku MATLAB:

```
%Surowe dane - przed przetwarzaniem STAP
anteny = 10;
impulsy = 12;
KomorkiZaklocen = 180;
beta = 1;
dol = 0.5;
CNR = 30;
SNR = 10;
JSR_{i} = 0;
MocSzumow = 1;
MocZaklocen = sqrt(MocSzumow * 10^(CNR/10));
CzestotliwoscPrzestrzennaObiekt 1 = 0.2;
CzestotliwoscDoppleraObiekt 1 = 0.2;
MocObiektu 1 = sqrt (MocSzumow * 10^ (SNR/10));
Azymut = linspace(-1, 1, KomorkiZaklocen);
CzestotliwoscPrzestrzenna = 2 * dol * Azymut;
CzestotliwoscDopplera = beta*CzestotliwoscPrzestrzenna;
MacierzKowariancjiZaklocen = zeros(anteny*impulsy);
ac all = zeros(anteny*impulsy,1);
for k = 1: length(CzestotliwoscPrzestrzenna)
ac = MocZaklocen *
stap steering vector(CzestotliwoscPrzestrzenna(k), anteny,
CzestotliwoscDopplera(k), impulsy);
MacierzKowariancjiZaklocen = MacierzKowariancjiZaklocen + ac *
ac';
ac all = ac all + ac;
end
c = length(CzestotliwoscPrzestrzenna);
MacierzKowariancjiZaklocen = MacierzKowariancjiZaklocen /
length(CzestotliwoscPrzestrzenna);
MacierzKowariancjiSzumow = MocSzumow * eye(impulsy*anteny);
at1 = MocObiektu 1 *
stap steering vector(CzestotliwoscPrzestrzennaObiekt 1,
anteny, CzestotliwoscDoppleraObiekt 1, impulsy);
```

```
MacierzKowariancjiObiektu 1 = at1 * at1';
MacierzKowariancji = MacierzKowariancjiZaklocen +
MacierzKowariancjiSzumow + MacierzKowariancjiObiektu 1;
CzestotliwoscPrzestrzennaPrzedDetekcja = linspace(-1, 1);
CzestotliwoscDoppleraPrzedDetekcja = beta *
CzestotliwoscPrzestrzennaPrzedDetekcja;
SNR = zeros(length(CzestotliwoscDoppleraPrzedDetekcja),
length(CzestotliwoscPrzestrzennaPrzedDetekcja));
for nn = 1: length(CzestotliwoscPrzestrzennaPrzedDetekcja)
    for mm = 1: length(CzestotliwoscDoppleraPrzedDetekcja)
     aa =
     stap steering vector(CzestotliwoscPrzestrzennaPrzedDetekcj
     a(nn), anteny, CzestotliwoscDoppleraPrzedDetekcja(mm),
     impulsy);
     SNR(mm, nn) = aa' * MacierzKowariancji * aa;
    end
end
figure (1)
imagesc(CzestotliwoscPrzestrzennaPrzedDetekcja,
CzestotliwoscDoppleraPrzedDetekcja, 10*log10(abs(SNR)))
colorbar
title('Przestrzenno-czasowe widmo przed detekcją STAP');
set(gca, 'ydir', 'normal'),
xlabel('Unormowana częstotliwość przestrzenna')
ylabel('Unormowana częstotliwość Dopplera')
figure(2)
surf(CzestotliwoscPrzestrzennaPrzedDetekcja,
CzestotliwoscDoppleraPrzedDetekcja, 10*log10(abs(SNR)))
shading interp
xlabel('Unormowana częstotliwość przestrzenna')
ylabel('Unormowana częstotliwość Dopplera')
title('Przestrzenno-czasowe widmo przed detekcją STAP');
%Przetwarzanie STAP
MacierzKowariancjiZaklocen = (ac all * ac all') /
length(CzestotliwoscPrzestrzenna);
Suma zaklocen = MacierzKowariancjiZaklocen +
MacierzKowariancjiSzumow;
IloscKolumn = 4;
k = randperm(anteny*impulsy);
m = k(1:IloscKolumn);
posortowane losowe kolumny = sort(m);
macierz_losowa = ones(anteny*impulsy, anteny*impulsy);
```

```
macierz losowa(:,posortowane losowe kolumny) =
Suma zaklocen(:,posortowane losowe kolumny);
CzestotliwoscPrzestrzennaPrzedDetekcja = linspace(-1, 1, 120);
CzestotliwoscDoppleraPrzedDetekcja = beta *
CzestotliwoscPrzestrzennaPrzedDetekcja;
for nn = 1: length(CzestotliwoscPrzestrzennaPrzedDetekcja)
    for mm = 1: length(CzestotliwoscDoppleraPrzedDetekcja)
     Slownik(:,mm) =
     stap steering vector(CzestotliwoscPrzestrzennaPrzedDetekcj
     a(nn), anteny, CzestotliwoscDoppleraPrzedDetekcja(mm),
     impulsy);
    end
end
%Zastosowanie algorytmu OMP
wynik = greedy(Slownik, macierz losowa, floor(IloscKolumn/4), 0);
Rinv = inv(Suma zaklocen);
wopt = Rinv' * (at1 );
CzestotliwoscPrzestrzennaDetekcja = linspace(-1, 1);
CzestotliwoscDoppleraDetekcja = beta *
CzestotliwoscPrzestrzennaDetekcja;
LL = zeros(length(CzestotliwoscPrzestrzennaDetekcja),
length(CzestotliwoscPrzestrzennaDetekcja));
for nn = 1: length(CzestotliwoscPrzestrzennaDetekcja)
    for mm = 1: length(CzestotliwoscDoppleraDetekcja)
     aa =
     stap steering vector(CzestotliwoscPrzestrzennaDetekcja(nn)
     , anteny, CzestotliwoscDoppleraDetekcja(mm), impulsy);
     LL(mm,nn) = max(abs(aa' * Rinv * (at1+ac all)))^2 / (
     aa' * (MacierzKowariancjiZaklocen+MacierzKowariancjiSzumow
     ) * aa );
    end
end
LL = LL / max(max(abs(LL)));
LL = max(LL, 1e-6);
figure(3)
imagesc (CzestotliwoscPrzestrzennaDetekcja,
CzestotliwoscDoppleraDetekcja, 10*log10(abs(LL)))
colorbar
```

```
title('Detekcja obiektu STAP, usunięte zakłócenia oraz szum');
set(gca, 'ydir', 'normal')
xlabel('Unormowana częstotliwość przestrzenna')
ylabel('Unormowana częstotliwość Dopplera')
figure(4)
surf(CzestotliwoscPrzestrzennaDetekcja,
CzestotliwoscDoppleraDetekcja, 10*log10(abs(LL)))
shading interp
title('Detekcja obiektu STAP, usunięte zakłócenia oraz szum');
set(gca, 'ydir', 'normal')
xlabel('Unormowana czestotliwość przestrzenna')
ylabel('Unormowana częstotliwość Dopplera')
odlegloscAnteny = 0.115;
dlugoscFali = 0.23;
dLambda = odlegloscAnteny/dlugoscFali;
PredkoscSamolotu = 250;
PRF = 4.3478e+03;
impulsy = 5;
anteny = 5;
KomorkiZaklocen = 180;
CzestotliwoscDoppleraZaklocen =
((2*PredkoscSamolotu)/(dlugoscFali*PRF))*linspace(-1, 1,
KomorkiZaklocen);
CzestotliwoscPrzestrzennaZaklocen =
odleqloscAnteny/dlugoscFali*linspace(-1, 1, KomorkiZaklocen);
M = 18;
Mes = 6;
Mtap = 2;
mm = (M-Mtap)/(Mes-Mtap);
Podszyki = 25;
CzestotliwoscPrzestrzennaObiektu = 0;
CzestotliwoscDoppleraObiektu = 0.2;
bi = zeros(Podszyki, KomorkiZaklocen);
bt = zeros(Podszyki,1);
Mpc = 4;
for k=1:Podszyki
    for w=1:KomorkiZaklocen
        bi(k, w) = exp(2*1i*pi*Mpc*(k-
1) *CzestotliwoscPrzestrzennaZaklocen(w));
    end
end
for w=1:Podszyki
    bt(w,1) = exp(2*1i*pi*Mpc*(w-
1) *CzestotliwoscPrzestrzennaObiektu);
end
```

```
WektorSterujacyZaklocen = zeros ( KomorkiZaklocen,
impulsy*anteny);
for k=1:KomorkiZaklocen
    WektorSterujacyZaklocen(k,:) =
    kron(exp(2*1i*pi*CzestotliwoscDoppleraZaklocen(k)*[0:impul
    sy-1]),
    exp(2*1i*pi*CzestotliwoscPrzestrzennaZaklocen(k)*[0:anteny
    -1]));
End
WektorSterujacyObiektu =
kron(exp(2*1i*pi*CzestotliwoscDoppleraObiektu*[0:impulsy-1]),
exp(2*1i*pi*CzestotliwoscPrzestrzennaObiektu*[0:anteny-1]));
echoOdebrane = zeros(Podszyki, (anteny*impulsy));
for i = 1:Podszyki
    for j = 1:KomorkiZaklocen
     echoOdebrane(i,:) = echoOdebrane(i,:) +
    bi(i, j) *WektorSterujacyZaklocen(j,:);
    end
end
echoOdebrane = echoOdebrane + bt*WektorSterujacyObiektu;
CzestotliwoscPrzestrzennaPrzedDetekcja = linspace(-1, 1,180);
CzestotliwoscDoppleraPrzedDetekcja =
CzestotliwoscPrzestrzennaPrzedDetekcja;
SNR = zeros(length(CzestotliwoscDoppleraPrzedDetekcja),
length(CzestotliwoscPrzestrzennaPrzedDetekcja));
for nn = 1: length(CzestotliwoscPrzestrzennaPrzedDetekcja)
    for mm = 1: length(CzestotliwoscDoppleraPrzedDetekcja)
     aa =
     stap steering vector(CzestotliwoscPrzestrzennaPrzedDetekcj
     a(nn), anteny, CzestotliwoscDoppleraPrzedDetekcja(mm),
     impulsy);
     SNR(mm, nn) = aa' * echoOdebrane * aa;
    end
end
Rinv = inv(echoOdebrane);
wopt = Rinv' * (WektorSterujacyObiektu');
CzestotliwoscPrzestrzennaDetekcja = linspace(-1, 1);
CzestotliwoscDoppleraDetekcja =
CzestotliwoscPrzestrzennaDetekcja;
```

```
LL = zeros(length(CzestotliwoscPrzestrzennaDetekcja),
length(CzestotliwoscPrzestrzennaDetekcja));
for nn = 1: length(CzestotliwoscPrzestrzennaDetekcja)
    for mm = 1: length(CzestotliwoscDoppleraDetekcja)
     aa =
     stap steering vector(CzestotliwoscPrzestrzennaDetekcja(nn)
     , anteny, CzestotliwoscDoppleraDetekcja(mm), impulsy);
     LL(mm,nn) = max(abs(aa' * Rinv * (echoOdebrane +
     WektorSterujacyObiektu') ))^2 / ( aa' * (echoOdebrane ) *
     aa );
    end
end
LL = LL / max(max(abs(LL)));
LL = max(LL, 1e-6);
zageszczenie = 200;
czestotliwoscDoppleraSlownik =
((2*PredkoscSamolotu)/(dlugoscFali*PRF))*linspace(-1, 1,
zageszczenie);
czestotliwoscPrzestrzennaSlownik =
odlegloscAnteny/dlugoscFali*linspace(-1, 1, zageszczenie);
Slownik = zeros(impulsy*anteny, zageszczenie);
for k=1:zageszczenie
    Slownik(:, k) =
    kron(exp(2*1i*pi*czestotliwoscDoppleraSlownik(k)*[0:impuls
    y-1]),
    exp(2*1i*pi*czestotliwoscPrzestrzennaSlownik(k)*[0:anteny-
    1]));
end
%Zastosowane algorytmu M-FOCUSS
[Z MF, gamma ind, gamma est, iters]=
MFOCUSS (Slownik, echoOdebrane, 0.01, 'p', 0.8, 'MAX ITERS', 500);
sygnal losowy = greedy(Slownik,echoOdebrane,50,0);
NormaZMF = zeros(zageszczenie,1);
for k=1:zageszczenie
    NormaZMF(k) = norm(Z MF(k,:));
end
OdwrotnoscZaklocen = zeros(impulsy*anteny,impulsy*anteny);
for k=1:(impulsy*anteny)
    OdwrotnoscZaklocen = OdwrotnoscZaklocen +
    ((NormaZMF(k)^2)*Slownik(:,k)*Slownik(:,k)');
end
sintheta = linspace(-1, 1, zageszczenie);
CzestotliwoscPrzestrzennaSiatka = dLambda*sintheta;
```

```
CzestotliwoscDoppleraSiatka =
((2*PredkoscSamolotu)/(dlugoscFali*PRF))*CzestotliwoscPrzestrz
ennaSiatka;
WektorPrzestrzenny = exp(1i*2*pi*[0: anteny -
1].'*CzestotliwoscPrzestrzennaSiatka);
WektorCzasowy = exp(1i*2*pi*[0:impulsy -
1].'*CzestotliwoscDoppleraSiatka);
IF = zeros(length(CzestotliwoscDoppleraSiatka),
length(CzestotliwoscPrzestrzennaSiatka));
for kolumna = 1:length(CzestotliwoscPrzestrzennaSiatka)
    for wiersz = 1:length(CzestotliwoscDoppleraSiatka)
        WektorSterujacy = kron(WektorCzasowy(:, wiersz),
        WektorPrzestrzenny(:, kolumna));
        IF biezacy =
        WektorSterujacy'*OdwrotnoscZaklocen*WektorSterujacy;
        IFopt = WektorSterujacy'*WektorSterujacy;
        IF(wiersz, kolumna) = IF biezacy/IFopt;
    end
end
NormaZMFGreedy = zeros(zageszczenie,1);
for k=1:zageszczenie
    NormaZMFGreedy(k) = norm(sygnal losowy(k,:));
end
OdwrotnoscZaklocenGreedy =
zeros(impulsy*anteny,impulsy*anteny);
for k=1:(impulsy*anteny)
    OdwrotnoscZaklocenGreedy = OdwrotnoscZaklocenGreedy +
    ((NormaZMFGreedy(k)^2)*Slownik(:,k)*Slownik(:,k)');
end
sintheta = linspace(-1, 1, zageszczenie);
CzestotliwoscPrzestrzennaSiatka = dLambda*sintheta;
CzestotliwoscDoppleraSiatka =
((2*PredkoscSamolotu)/(dlugoscFali*PRF))*CzestotliwoscPrzestrz
ennaSiatka;
WektorPrzestrzenny = exp(li*2*pi*[0: anteny -
1].'*CzestotliwoscPrzestrzennaSiatka);
WektorCzasowy = exp(1i*2*pi*[0:impulsy -
1]. '*CzestotliwoscDoppleraSiatka);
IFGreedy = zeros(length(CzestotliwoscDoppleraSiatka),
length(CzestotliwoscPrzestrzennaSiatka));
for kolumna = 1:length(CzestotliwoscPrzestrzennaSiatka)
    for wiersz = 1:length(CzestotliwoscDoppleraSiatka)
```

```
WektorSterujacy = kron(WektorCzasowy(:, wiersz),
WektorPrzestrzenny(:, kolumna));
IF_biezacyGreedy =
WektorSterujacy'*OdwrotnoscZaklocenGreedy*WektorSteru
jacy;
IFoptGreedy = WektorSterujacy'*WektorSterujacy;
IFGreedy(wiersz, kolumna) =
IF_biezacyGreedy/IFoptGreedy;
```

end

```
figure(5)
zakres = 42:159;
plot(CzestotliwoscPrzestrzennaSiatka(:,zakres),
10*log10(abs(IFGreedy(zakres, 38))))
hold on
plot(CzestotliwoscPrzestrzennaSiatka(:,zakres),
10*log10(abs(IF(zakres,44))));
title('Porównanie wydajności obu algorytmów rzadkiego
odzyskiwania');
xlabel('Unormowana częstotliwość Dopplera');
ylabel('IF, dB');
legend('Algorytm OMP(greedy)', 'Algorytm MFOCUSS');
axis([0 0.4 0 80])
```

# Załącznik B

Poniżej zamieszczono kod źródłowy wykorzystanych funkcji w głównym programie:

```
%Funkcja M-FOCUSS
function [X, gamma ind, gamma est, count] = MFOCUSS(Phi, Y,
lambda, varargin)
[N M] = size(Phi);
[N L] = size(Y);
PRUNE GAMMA = 1e-4;
            = 0.8;
р
EPSILON
           = 1e-8;
MAX ITERS = 10;
PRINT
          = 0;
if (mod(length(varargin),2)==1)
    error('Błąd liczby parametrów\n');
else
    for i=1:2:(length(varargin)-1)
        switch lower(varargin{i})
            case 'p'
                p = varargin{i+1};
            case 'prune gamma'
                PRUNE GAMMA = varargin{i+1};
            case 'epsilon'
                EPSILON = varargin{i+1};
            case 'print'
                PRINT = varargin{i+1};
            case 'max iters'
                MAX ITERS = varargin{i+1};
            otherwise
                error(['Nieznane parametry: ''' varargin{i}
               '''']);
        end
    end
end
if (PRINT)
    fprintf('\nUruchamianie...\n');
end
gamma = ones(M, 1);
keep list = [1:M]';
m = length(keep list);
mu = zeros(M, L);
count = 0;
```

```
while (1)
    if (min(gamma) < PRUNE GAMMA )</pre>
        index = find(gamma > PRUNE GAMMA);
        gamma = gamma(index);
        Phi = Phi(:,index);
        keep list = keep list(index);
        m = length(gamma);
        if (m == 0) break
        end
    end
    G = repmat(sqrt(qamma)', N, 1);
    PhiG = Phi.*G;
    [U,S,V] = svd(PhiG, 'econ');
    [d1, d2] = size(S);
    if (d1 > 1)
                     diag S = diag(S);
    else
                     diag S = S(1);
    end
    U scaled = U(:, 1:min(N, m)).*repmat((diag S./(diag S.^2 +
    sqrt(lambda) + le-16))',N,1);
    Xi = G'.*(V*U \text{ scaled'});
    mu old = mu;
    mu = Xi*Y;
    gamma old = gamma;
    mu2 bar = sum(abs(mu).^{2},2);
    gamma = (mu2 bar/L).^{(1-p/2)};
    count = count + 1;
    if (PRINT)
    disp(['iters: ',num2str(count),' num coeffs:
     ',num2str(m),' gamma change: ',num2str(max(abs(gamma -
     gamma old)))]);
    end
    if (count >= MAX ITERS) break
    end
    if (size(mu) == size(mu old))
        dmu = max(max(abs(mu old - mu)));
        if (dmu < EPSILON)
            break
        end
    end
end
gamma ind = sort(keep list);
gamma est = zeros(M, 1);
gamma est(keep list,1) = gamma;
X = zeros(M, L);
X(keep list,:) = mu;
if (PRINT)
    fprintf('\nM-FOCUSS koniec !\n');
end
return;
```

```
%Funkcja OMP
function [A] = greedy(D,Y,L,eps)
P=size(Y,2);
[M K]=size(D);
Dnorm = D./repmat(sqrt(sum(D.^2)), [M 1]);
A = zeros(K, P);
for k=1:1:P
                = Y(:,k);
    У
    residual
               = y;
    indx
               = zeros(L,1);
    resids
            = zeros(K+1, 1);
    for j = 1:1:L
        proj
                        = Dnorm'*residual;
        [maxVal,pos]
                      = max(abs(proj));
                       = pos(1);
        pos
        indx(j)
                        = pos;
        а
                        = pinv(D(:,indx(1:j)))*y;
        residual
                        = y-D(:,indx(1:j))*a;
        resids(j+1)
                       = sum(residual.^2);
        if sum(residual.^2) < eps</pre>
            break;
        end
    end
    A(indx(1:j),k) = a;
end
%Funkcja obliczająca wektor sterujący
function a = stap steering vector(sintheta, N, wd, M)
a N = exp(-li*pi*sintheta*[0:N-1]');
b M = exp(-1i*pi*wd)
                     *[0:M-1]');
```

```
a = kron(b M, a N);
```

# Załącznik C

W niniejszym załączniku przedstawiono przykład wykorzystania algorytmu OMP oraz podstawowe obliczenia wykonywane w przetwarzaniu STAP na standardowych parametrach systemu radarowego.

#### A. Wykorzystanie algorytmu OMP

Poniżej zamieszczono przykład obliczeniowy przedstawiający kolejne kroki algorytmu OMP. Oto prosty przykład iloczynu macierzy *Słownik* oraz wektora *X*:

$$Stownik = \begin{bmatrix} -0.707 & 0.8 & 0\\ 0.707 & 0.6 & -1 \end{bmatrix}$$
(C1)

$$\boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} -1.2\\1\\0 \end{bmatrix} \tag{C2}$$

$$\boldsymbol{\Upsilon} = \boldsymbol{S} \boldsymbol{i} \boldsymbol{o} \boldsymbol{w} \boldsymbol{n} \boldsymbol{i} \boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{X} \tag{C3}$$

$$\boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} 1.6484\\ -0.2484 \end{bmatrix} \tag{C4}$$

Zadaniem algorytmu OMP będzie znaleźć wektor (lub macierz) X (jest to wektor rzadki lub macierz rzadka) znając wektor  $\Upsilon$ , za pomocą właściwie dobranego Słownika. Przekładając to na potrzeby STAP, sytuacje możemy porównać do modelu rzadkiego odzyskiwania przestrzenno-czasowego widma zakłóceń i obiektu  $\Upsilon$ . Znając macierz odebranego echa sygnału przez radar MIMO X oraz słownik  $\Psi$  zbudowany na bazie siatki wektorów przestrzenno-czasowych, a także macierz szumów N:

$$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{\Psi}\boldsymbol{Y} + \boldsymbol{N} \begin{bmatrix} -1.2\\ 1\\ 0 \end{bmatrix}$$
(C5)

$$Y = ? \tag{C6}$$

Algorytm będzie wykonywany w następujących krokach:

1. Rozkład macierzy Słownik na zbiory atomów:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.707\\ 0.707 \end{bmatrix} \qquad A_2 = \begin{bmatrix} 0.8\\ 0.6 \end{bmatrix} \qquad A_3 = \begin{bmatrix} 0\\ -1 \end{bmatrix}$$
(C7)

2. Zgodnie z algorytmem OMP, w drugim kroku należy znaleźć największą wartość iloczynu skalarnego poszczególnego atomu z wektorem  $\boldsymbol{\gamma}$ . Wynika to z faktu, że im wyższa wartość takiego iloczynu tym dany atom ma większy wpływ na odzyskanie

wektora **X**.

$$\langle \boldsymbol{Y} | \boldsymbol{A_1} \rangle = \begin{bmatrix} 1.6484\\ -0.2484 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -0.707\\ 0.707 \end{bmatrix} = -1.341$$
(C8)

$$\langle \boldsymbol{Y} | \boldsymbol{A_2} \rangle = \begin{bmatrix} 1.6484\\ -0.2484 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0.8\\ 0.6 \end{bmatrix} = 1.1697 \tag{C9}$$

$$\langle \boldsymbol{\Upsilon} | \boldsymbol{A}_3 \rangle = \begin{bmatrix} 1.6484\\ -0.2484 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0\\ -1 \end{bmatrix} = 0.2484 \tag{C10}$$

Pod uwagę brane są wartości bezwzględne poszczególnych iloczynów. Dla tego przykładu okazuje się, że najbardziej "wpływowy" będzie atom 1. Największa wartość iloczynu skalarnego staje się pierwszym rozwiązaniem:

$$\boldsymbol{X_{OMP}} = \begin{bmatrix} -1.3410\\ ?\\ ? \end{bmatrix} \tag{C11}$$

3. W trzecim kroku należy znaleźć residuum pozostałych danych:

$$\boldsymbol{R}_1 = \boldsymbol{\Upsilon} - \boldsymbol{A}_1 \cdot \langle \boldsymbol{Y} | \boldsymbol{A}_1 \rangle \tag{C12}$$

$$\boldsymbol{R_1} = \left[ \begin{array}{c} 0.7003\\ 0.6997 \end{array} \right] \tag{C13}$$

 W czwartym kroku należy znaleźć największą wartość iloczynu skalarnego pozostałych atomów z wektorem R<sub>1</sub>:

$$\langle \boldsymbol{R}_1 | \boldsymbol{A}_2 \rangle = \quad 0.9801 \tag{C14}$$

$$\langle \boldsymbol{R_1} | \boldsymbol{A_3} \rangle = -0.6997 \tag{C15}$$

Dla tego przykładu okazuje się, że kolejny najbardziej "wpływowy" będzie atom 2. Największa wartość iloczynu skalarnego staje się drugim rozwiązaniem:

$$X_{OMP} = \begin{bmatrix} -1.3410\\ 0.9801\\ ? \end{bmatrix}$$
(C16)

5. Następnie należy wyznaczyć ponownie residuum, bez udziału atomu 1 i 2:

$$\boldsymbol{R}_2 = \boldsymbol{R}_1 - \boldsymbol{A}_2 \cdot \langle \boldsymbol{R}_1 | \boldsymbol{A}_2 \rangle \tag{C17}$$

$$\boldsymbol{R_2} = \begin{bmatrix} -0.0838\\ 0.1117 \end{bmatrix} \tag{C18}$$

6. Ostatecznie należy znaleźć największą wartość iloczynu skalarnego pozostałego atomu z wektorem  $R_2$ :

$$\langle \mathbf{R}_2 | \mathbf{A}_3 \rangle = \begin{bmatrix} -0.0838\\ 0.1117 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0\\ -1 \end{bmatrix} = -0.1117 \qquad (C19)$$

Największa wartość iloczynu skalarnego staje się ostatnim rozwiązaniem:

$$\boldsymbol{X_{OMP}} = \begin{bmatrix} -1.3410\\ 0.9801\\ -0.1117 \end{bmatrix}$$
(C20)

W poniższej tabeli zestawiono wyniki obliczeń w poszczególnych iteracjach z wartościami wzorcowymi wektora *X*.

Tab. C1 Przebiegi algory	tmu OMP.
--------------------------	----------

START	$\boldsymbol{\Upsilon} = \begin{bmatrix} 1.6484\\ -0.2484 \end{bmatrix}$	$\langle \boldsymbol{\Upsilon}   \boldsymbol{A_1} \rangle = -1.3410$	$\boldsymbol{X_{OMP}} = \begin{bmatrix} -1.3410\\ ?\\ ? \end{bmatrix}$
1 iteracja	$\boldsymbol{R_1} = \left[ \begin{array}{c} 0.7003\\ 0.6997 \end{array} \right]$	$\langle \boldsymbol{R_1}   \boldsymbol{A_2} \rangle = 0.9801$	$X_{OMP} = \begin{bmatrix} -1.3410\\ 0.9801\\ ? \end{bmatrix}$
2 iteracja	$\boldsymbol{R_2} = \left[ \begin{array}{c} -0.0838\\ 0.1117 \end{array} \right]$	$\langle \mathbf{R}_2   \mathbf{A}_3 \rangle = -0.1117$	$\boldsymbol{X_{OMP}} = \begin{bmatrix} -1.3410\\ 0.9801\\ -0.1117 \end{bmatrix}$

1 ab. C2 Porownanie otrzymanych wynikow	Tab.	C2	Porów	vnanie	otrzy	/many	vch	wynil	ków
---	------	----	-------	--------	-------	-------	-----	-------	-----

$\boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} -1.2\\1\\0 \end{bmatrix}$	$\boldsymbol{X_{OMP}} = \begin{bmatrix} -1.3410\\ 0.9801\\ -0.1117 \end{bmatrix}$

## B. Wyznaczanie komórek odległościowych

Poniżej zamieszczono zależności pozwalające na wyznaczenie szerokości komórki odległościowej  $R_{bin}$  oraz ilości komórek odległościowych K na podstawie znajomości częstotliwości próbkowania  $f_s$  oraz częstotliwości powtarzania impulsów  $f_r$  danego systemu radarowego.

$$R_{bin} = \frac{c}{2 \cdot f_s} \tag{C21}$$

$$R = \frac{c}{2} \cdot \left(\frac{1}{f_r} - \frac{1}{f_s}\right) \tag{C22}$$

$$K = \frac{R}{R_{bin}} \tag{C23}$$

gdzie *c* oznacza prędkość światła, zaś *R* zasięg komórek odległościowych. Dla przykładowych danych  $f_s = 6$  MHz oraz  $f_r = 30$  kHz otrzymano:

$$R_{bin} = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 6 \cdot 10^6} = 25 \text{ m}$$
(C24)

$$R = \frac{3 \cdot 10^8}{2} \cdot \left(\frac{1}{3 \cdot 10^4} - \frac{1}{6 \cdot 10^6}\right) = 4975 \text{ m}$$
(C25)

$$K = \frac{4975}{25} = 199 \tag{C26}$$

#### C. Określanie położenia obiektu względem radaru

Zależność na odległość skośną  $R_s$ , a także kąt azymutu  $\alpha_{az}$  oraz elewacji  $\alpha_{el}$  pomiędzy obiektem i radarem w trójwymiarowym układzie współrzędnych dana jest odpowiednio jako

$$R_s = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$$
(C27)

$$\alpha_{az} = \operatorname{arctg}\left(\frac{(x_1 - x_2)}{(y_1 - y_2)}\right) \cdot \frac{180}{\pi} \tag{C28}$$

$$\alpha_{el} = arctg\left(\frac{z_1 - z_2}{\sqrt{((x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2)}}\right) \cdot \frac{180}{\pi}$$
(C29)

gdzie współrzędne położenia obiektu oznaczono wektorem  $[x_1, y_1, z_1]$ , zaś współrzędne położenia radaru  $[x_2, y_2, z_2]$ .

Jeżeli położenie obiektu oraz radaru w trójwymiarowym układzie współrzędnych dane jest odpowiednio jako [1000,1000,0] oraz [0,0,1000] to

$$R_s = \sqrt{(1000 - 0)^2 + (1000 - 0)^2 + (0 - 1000)^2} = 1732 \text{ m} (C30)$$

$$\alpha_{az} = \operatorname{arctg}\left(\frac{(1000-0)}{(1000-0)}\right) \cdot \frac{180}{\pi} = 45^{\circ} \tag{C31}$$

$$\alpha_{el} = \operatorname{arctg}\left(\frac{0-100}{\sqrt{((1000-0)^2+(1000-0)^2)}}\right) \cdot \frac{180}{\pi} = -35^{\circ}$$
(C32)

#### D. Określanie prędkości radialnej

Aby określić prędkość radialną (względną)  $V_{RO}$  pomiędzy obiektem zainteresowania i radarem niezbędna jest znajomość odległości  $R_s$  na podstawie współrzędnych położenia obiektu  $[x_1, y_1, z_1]$  oraz radaru  $[x_2, y_2, z_2]$ , a także znajomość wektorów prędkości odpowiednio obiektu  $[V_{x1}, V_{y1}, V_{z1}]$  oraz radaru  $[V_{x2}, V_{y2}, V_{z2}]$ :

$$V_{R0} = -\frac{\sum_{(x_1 - x_2)}^{(x_1 - x_2)} \cdot (V_{x_1} - V_{x_2})}{\sum_{(x_1 - x_2)}^{(x_1 - x_2)} \cdot (V_{y_1} - V_{y_2})}{R_s}$$
(C33)

Jeżeli położenie obiektu oraz radaru w trójwymiarowym układzie współrzędnych dane jest odpowiednio jako [1000,1000,0] oraz [0,0,1000], zaś wektory prędkości obiektu oraz radaru dane są jako [30,30,0] oraz [0,225,0] to prędkość radialna będzie równa:

$$V_{R0} = -\frac{\sum_{(1000-0)}^{(1000-0)} \cdot (30-0)}{\sum_{(0-1000)}^{(1000-0)} \cdot (0-0)}}{_{1732}} = 95.23 \text{ m/s}$$
(C34)

#### E. Określanie przesunięcia częstotliwości Dopplera

Znając prędkość radialną (względną) pomiędzy obiektem a radarem  $V_{RO}$ , a także częstotliwość nośna radaru  $f_c$  to na podstawie poniższej zależności można wyznaczyć przesunięcie częstotliwości Dopplera:

$$\Delta f = \frac{2 \cdot V_{RO} \cdot f_c}{c} \tag{C35}$$

gdzie c to prędkość światła.

Jeżeli wartość prędkości radialnej równa jest  $V_{R0} = 95.23$  m/s, a częstotliwość nośna radaru równa się  $f_c = 10$  GHz to przesunięcie częstotliwości Dopplera dane jest jako:

$$\Delta f = \frac{2.95.23 \cdot 10^{10}}{3.10^8} = 6.35 \text{ kHz}$$
(C36)

#### F. Wyznaczanie wektora sterującego

Wektor sterujący w dziedzinie czasu określa się dla każdego nadanego impulsu m oraz unormowanej częstotliwości Dopplera  $f_d$ . Zależność opisująca kolejne elementy wektora sterującego w dziedzinie czasu dana jest jako:

$$\mathbf{S}_{t}(f_{d}) = e^{j2\pi(M-1)f_{d}} \tag{C37}$$

gdzie *m* oznacza kolejny impuls ze zbioru wszystkich nadanych impulsów *M* tj.  $m = 1 \dots M$ . Zależność opisująca unormowana częstotliwość Dopplera dana jest jako:

$$f_d = \frac{\Delta f}{f_r} \tag{C38}$$

Wektor sterujący w dziedzinie przestrzennej określa się dla każdej anteny szyku antenowego n oraz unormowanej częstotliwości przestrzennej  $f_{sp}$ . Zależność opisująca kolejne elementy wektora sterującego w dziedzinie przestrzennej dana jest jako:

$$S_{sp}(f_{sp}) = e^{j2\pi(N-1)f_{sp}} \tag{C39}$$

gdzie *n* oznacza antenę zaś *N* ilość wszystkich anten tj.  $n = 1 \dots N$ .

Zależność opisująca unormowana częstotliwość przestrzenną dana jest jako:

$$f_{sp} = f_c \cdot t \tag{C40}$$

gdzie t oznacza czas opóźnienia dotarcie sygnału do poszczególnych elementów szyku antenowego. Zależność na czas opóźnienia t dana jest jako:

$$t = \frac{r(n) \cdot I}{c} \tag{C41}$$

gdzie r jest wektorem rozstawienia poszczególnych anten w szyku, zaś I reprezentuje wektor kierunkowy zbudowany na bazie informacji o kącie azymutu  $\alpha_{az}$  i elewacji  $\alpha_{el}$  pomiędzy obiektem a radarem. Zależność na wektor r oraz I dana jest jako:

$$\boldsymbol{r}(n) = \left(n - \left(\frac{N-1}{2} + 1\right)\right) \cdot \boldsymbol{d} \tag{C42}$$

$$\boldsymbol{I} = \begin{bmatrix} -\cos\left(\alpha_{el}\right)\cos\left(\alpha_{az}\right) \\ -\cos\left(\alpha_{el}\right)\sin\left(\alpha_{az}\right) \\ -\sin\left(\alpha_{el}\right) \end{bmatrix}$$
(C43)

gdzie *d* oznacza odległość między antenami, najczęściej równa połowie długości fali na jakiej pracuje radar. Ostatecznie wektor sterujący przetwarzania STAP jest iloczynem Kroneckera danego wektora sterującego w dziedzinie czasu oraz przestrzennej:

$$\boldsymbol{S}(f_{sp}, f_d) = \boldsymbol{S}_t(f_d) \otimes \boldsymbol{S}_{sp}(f_{sp})$$
(C44)

Jeżeli przyjąć kąt azymutu  $\alpha_{az} = 45^{\circ}$  i elewacji  $\alpha_{el} = -35^{\circ}$  pomiędzy obiektem a radarem oraz, że częstotliwość nośna radaru równa się  $f_c = 10$  GHz, częstotliwość powtarzania impulsów równa jest  $f_r = 30$  kHz, przesunięcie częstotliwości Dopplera równa się  $\Delta f = 6.35$  kHz, zaś radar poprzez szyk 6 anten równomiernie rozmieszczonych w odległości co połowę długości fali nadaje ciąg 6 impulsów to powyższe zależności przyjmują kolejno wartości:

$$f_d = \frac{\Delta f}{f_r} = \frac{6.35 \cdot 10^3}{30 \cdot 10^3} = 0.21 \tag{C45}$$

$$\boldsymbol{S}_{t} = \begin{bmatrix} e^{j2\pi(1-1)\cdot0.21} \\ e^{j2\pi(2-1)\cdot0.21} \\ e^{j2\pi(3-1)\cdot0.21} \\ e^{j2\pi(4-1)\cdot0.21} \\ e^{j2\pi(5-1)\cdot0.21} \\ e^{j2\pi(6-1)\cdot0.21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.24 + 0.97j \\ -0.89 + 0.46j \\ -0.66 - 0.75j \\ 0.58 - 0.82j \\ 0.93 + 0.37j \end{bmatrix}$$
(C46)

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} -\cos(-35^{\circ})\cos(45^{\circ}) \\ -\cos(-35^{\circ})\sin(45^{\circ}) \\ -\sin(-35^{\circ}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5774 \\ -0.5773 \\ 0.5774 \end{bmatrix}$$
(C47)

$$\boldsymbol{r} = \begin{bmatrix} \left(1 - \left(\frac{6-1}{2} + 1\right)\right) \cdot 0.015 \\ \left(2 - \left(\frac{6-1}{2} + 1\right)\right) \cdot 0.015 \\ \left(3 - \left(\frac{6-1}{2} + 1\right)\right) \cdot 0.015 \\ \left(4 - \left(\frac{6-1}{2} + 1\right)\right) \cdot 0.015 \\ \left(5 - \left(\frac{6-1}{2} + 1\right)\right) \cdot 0.015 \\ \left(6 - \left(\frac{6-1}{2} + 1\right)\right) \cdot 0.015 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0375 \\ -0.0225 \\ 0.0075 \\ 0.0225 \\ 0.0375 \end{bmatrix}$$
(C48)

$$t = \frac{r(n) \cdot I}{c} = \begin{bmatrix} 0.72 \cdot 10^{-10} \\ 0.43 \cdot 10^{-10} \\ 0.14 \cdot 10^{-10} \\ -0.14 \cdot 10^{-10} \\ -0.43 \cdot 10^{-10} \\ -0.72 \cdot 10^{-10} \end{bmatrix}$$
(C49)

$$f_{sp} = f_c \cdot t = \begin{bmatrix} 0.72 \\ 0.43 \\ 0.14 \\ -0.14 \\ -0.43 \\ -0.72 \end{bmatrix}$$
(C50)

$$\boldsymbol{S_{sp}}(f_{sp}) = \begin{bmatrix} e^{j2\pi(1-1)\cdot0.72} \\ e^{j2\pi(2-1)\cdot0.43} \\ e^{j2\pi(3-1)\cdot0.14} \\ e^{j2\pi(4-1)\cdot(-0.14)} \\ e^{j2\pi(4-1)\cdot(-0.43)} \\ e^{j2\pi(4-1)\cdot(-0.72)} \end{bmatrix}$$
(C51)

$$\boldsymbol{S}\left(f_{sp}, f_{d}\right) = \begin{bmatrix} 1\\ 0.24 + 0.97j\\ -0.89 + 0.46j\\ -0.66 - 0.75j\\ 0.58 - 0.82j\\ 0.93 + 0.37j \end{bmatrix} \bigotimes \begin{bmatrix} e^{j2\pi(1-1)\cdot0.72}\\ e^{j2\pi(2-1)\cdot0.43}\\ e^{j2\pi(3-1)\cdot0.14}\\ e^{j2\pi(4-1)\cdot(-0.14)}\\ e^{j2\pi(4-1)\cdot(-0.43)}\\ e^{j2\pi(4-1)\cdot(-0.72)} \end{bmatrix}$$
(C52)

Iloczyn Kroneckera dwóch wektorów sterujących o wymiarach [6x1] powoduje otrzymanie wynikowego wektora sterującego o wymiarze [36x1]. Ze względu na obszerność prezentacji

otrzymanego wektora pominięto przedstawienie konkretnych liczb. W zamian przedstawiono sposób mnożenia poszczególnych wyrazów obu wektorów sterujących na poniższym przykładzie:

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & -2\\ -1 & 0 \end{bmatrix} \tag{C52}$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 4 & -3\\ 2 & 3 \end{bmatrix} \tag{C53}$$

$$\mathbf{A} \otimes \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_{11}B & a_{12}B & \cdots & a_{1n}B \\ a_{21}B & a_{22}B & \cdots & a_{2n}B \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}B & a_{m2}B & \cdots & a_{mn}B \end{bmatrix}$$
(C54)

$$\boldsymbol{A} \otimes \boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 1 \cdot 4 & 1 \cdot -3 & -2 \cdot 4 & -2 \cdot -3 \\ 1 \cdot 2 & 1 \cdot 3 & -2 \cdot 2 & -2 \cdot 3 \\ -1 \cdot 4 & -1 \cdot -3 & 0 \cdot 4 & 0 \cdot -3 \\ -1 \cdot 2 & -1 \cdot 3 & 0 \cdot 2 & 0 \cdot 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -3 & -8 & 6 \\ 2 & 3 & -4 & -6 \\ -4 & 3 & 0 & 0 \\ -2 & -3 & 0 & 0 \end{bmatrix} (C55)$$

# G. Wyznaczanie komórek treningowych w statystycznej metodzie estymacji macierzy kowariancji STAP

Poniżej przedstawiono algorytm doboru komórek treningowych jaki stosuje się w metodzie SMI STAP (ang. Sample Matrix Inversion). Jest to statystyczna metoda estymacji macierzy kowariancji zakłóceń oparta na zapewnieniu odpowiednio licznego zbioru komórek treningowych o jednakowych właściwościach statystycznych. Aby ułatwić zrozumienie oraz przebieg poszczególnych kroków algorytmu, przyjęto następujące oznaczenia zmiennych:

K – ilość wszystkich komórek odległościowych;

 $K_T$  – ilość komórek odległościowych treningowych;

Ko – ilość komórek odległościowych ochronnych;

*K*<sub>obiekt</sub> – komórka odległościowa weryfikowana na obecność obiektu;

 $I_{KOP}$  – indeks dolnej granicy komórek ochronnych;

 $I_{KOZ}$  – indeks górnej granicy komórek ochronnych;

 $K_{PRZED}$ –ilość komórek odległościowych przed komórką z obiektem;

 $K_{ZA}$  – ilość komórek odległościowych za komórką z obiektem;

*K<sub>Tprzed</sub>* – ilość komórek treningowych przed komórką z obiektem;

*K<sub>Tza</sub>* – ilość komórek treningowych za komórką z obiektem;

 $I_{Kprzed}$  – indeksy komórek odległościowych treningowych przed komórką z obiektem;

 $I_{Kza}$  – indeksy komórek odległościowych treningowych za komórką z obiektem;

$$I_{KOP} = K_{obiekt} - \frac{K_0}{2}$$
(C56)

$$I_{KOZ} = K_{obiekt} + \frac{K_0}{2} \tag{C57}$$

 $K_{PRZED} = \max \left( I_{KOP} - 1, 0 \right)$ (C58)

$$K_{ZA} = \max\left(K - I_{KOZ}, 0\right) \tag{C59}$$

$$K_{Tprzed} = \min\left(\frac{K_T}{2}, K_{PRZED}\right) \tag{C60}$$

$$K_{Tza} = \min(K_T - K_{Tprzed}, K_{ZA})$$
(C61)

Jeżeli  $K_{PRZED} \ge K_{ZA}$ 

Jeżeli  $K_{PRZED} < K_{ZA}$ 

$$K_{Tza} = \min\left(\frac{K_T}{2}, K_{ZA}\right) \tag{C62}$$

$$K_{Tprzed} = \min(K_T - K_{Tza}, K_{PRZED})$$
(C63)

$$I_{Kprzed} = I_{KOP} + \left(-K_{Tprzed}:-1\right) \tag{C64}$$

$$I_{Kza} = I_{KOZ} + (1:K_{Tza})$$
(C65)

Jeżeli ilość komórek odległościowych jest równa K = 200, a obiekt prawdopodobnie znajduje się w komórce  $K_{obiekt} = 100$ , biorąc pod uwagę ilość komórek treningowych równą  $K_T = 50$  oraz ilość komórek ochronnych  $K_0 = 4$ , to indeksy komórek treningowych niezbędnych do wyznaczenia macierzy kowariancji zakłóceń są równe:

$$I_{KOP} = K_{obiekt} - \frac{K_0}{2} = 100 - 2 = 98$$
(C66)

$$I_{KOZ} = K_{obiekt} + \frac{\kappa_0}{2} = 100 + 2 = 102$$
(C67)

$$K_{PRZED} = \max(I_{KOP} - 1, 0) = \max(97, 0) = 97$$
 (C68)

$$K_{ZA} = \max(K - I_{KOZ}, 0) = \max(200 - 102, 0) = 98$$
 (C69)

Jeżeli  $K_{PRZED} < K_{ZA}$ 

$$K_{Tprzed} = \min\left(\frac{K_T}{2}, K_{PRZED}\right) = \min(25,97) = 25$$
 (C70)

$$K_{Tza} = \min(K_T - K_{Tprzed}, K_{ZA}) = \min(25,98) = 25$$
 (C71)

$$I_{Kprzed} = I_{KOP} + (-K_{Tprzed}: -1) = 98 + (-25: -1) = 73,74, \dots, 97$$
(C72)

$$I_{Kza} = I_{KOZ} + (1:K_{Tza}) = 102 + (1:25) = 103,104, \dots, 127$$
(C73)

Ostatecznie, do zbioru komórek treningowych należą komórki odległościowe o indeksach:

$$K_T = 73,74, \dots, 97,98,99,100,101,102,103,104, \dots, 127$$
 (C74)

## Bibliografia

- 1. J. R. Guerci, "Space-Time Adaptive Processing for Radar", Second Edition, Norwood, Artech House, 2014.
- R. Klemm, "Space-time Adaptive Processing: Principles and Applications", London: The Institution of Electrical Engineers, 1998.
- 3. J. Ward, "Space-Time Adaptive Processing for Airborne Radar", Lincoln Laboratory Technical Report 1015, 1994.
- M. Skolnik, "Introduction to Radar Systems", IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine, vol. 16, pp. 19-19, 2001.
- 5. R. Klemm, "Principles of space-time adaptive processing", IEE, London, 2002.
- 6. W. L. Melvin, "A STAP overview", IEEE Transactions on Aerospace and Electronics Systems Magazine, vol. 19, no. 1, pp. 19–53, January 2004.
- F. Robey, "A CFAR adaptive matched filter detector", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 28, no. 1, pp. 208–216, January 1992.
- L.E. Brennan, D.R. Fuhrmann, "Subclutter Visibility Demonstration", Technical Report RL-TR-92-21, Adaptive Sensors Incorporated, March 1992.
- J. M. Le Caillec, T. Górski, G. Sicot, A. Kawalec, "Theoretical Performance of Space-Time Adaptive Processing for Ship Detection by High-Frequency Surface Wave Radars", IEEE Journal of Oceanic Engineering, VOL. 43, NO. 1, January 2018.
- 10. J. Bergin, J. R. Guerci, "MIMO Radar Theory and Application", Artech House, 2018.
- 11. J. R. Hampton, "Introduction to MIMO Communications", Cambridge University Press, 2013.
- D. Bliss, K. W. Forsythe, G. S. Fawcett, "Multiple-input multiple-output (MIMO) Radar Performance Issues", Proc. 38th IEEE Asilomar Conf. on Signals, Systems, and Computers, pp. 310–315, Nov. 2004.
- J. Li, P. Stoica, "MIMO radar with Colocated Antennas", IEEE Signal Processing Magazine Vol. 24, Issue 5, Sept. 2007.
- Z. Yu, S. Wang, W. Liu, C. Li, "Joint Design of Space-Time Transmit and Receive Weights for Colocated MIMO Radar", Sensors 2018.
- 15. Z. Czekała, "Parada radarów", Dom wydawniczy BELLONA, Warszawa, 2014.
- 16. S. O'Rourke, P. Setlur, M. Rangaswamy, A. Swindlehurst, "Relaxed biquadratic optimization for joint filter-signal design in signal-dependent STAP", IEEE Trans. Signal Process., vol. 66, no. 5, pp. 1300–1315, Mar. 2018.

- Z. Wang, Y. Wang, K. Duan, W. Xie, "Subspace-augmented clutter suppression technique for STAP radar", IEEEGeosci. Remote Sens. Lett., vol. 13, no. 3, pp. 462– 466, Mar. 2016.
- S. Han, C. Fan, X. Huang, "A novel STAP based on spectrum-aided reduced-dimension clutter sparse recovery", IEEE Geosci. Remote Sens. Lett., vol. 14, no. 2, pp. 213–217, Feb. 2017.
- Z. Li, Y. Zhang, X. He, Y. Guo, "Low-complexity off-grid STAP algorithm based on local search clutter subspace estimation", IEEE Geosci. Remote Sens. Lett., vol. 15, no. 12, pp. 1862–1866, Dec. 2018.
- B. Dai, T. Wang, J. Wu, Z. Bao, "Adaptively iterative weighting covariance matrix estimation for airborne radar clutter suppression", Signal Process., vol. 106, pp. 282– 293, Jan. 2015.
- W. Feng. Y. Zhang, X. He, "Complexity reduction and clutter rank estimation for MIMO-phased STAP radar with subarrays at transmission", Digit. Signal Process., vol. 60, pp. 296–306, Jan. 2017.
- 22. D. Cerutti-Maori, I. Sikaneta, and C. H. Gierull, "Optimum SAR/GMTI processing and its application to the radar satellite RADARSAT-2 for traffic monitoring", IEEE Trans. Geosci. Remote Sens., vol. 50, no. 10, pp. 3868–3881, Oct. 2012.
- W. Wang and L. R. Wyatt, "Radio frequency interference cancellation for sea-state remote sensing by high-frequency radar", IET Radar Sonar Navig., vol. 5, no. 4, pp. 405–415, Apr. 2011.
- 24. S. Kang, J. Ryu, J. Lee, and J. Jeong, "Analysis of space-time adaptive processing performance using K-means clustering algorithm for normalisation method in nonhomogeneity detector process", IET Signal Process., vol. 5, no. 2, pp. 113–120, Apr. 2011.
- 25. I. D. Reed, J. D. Mallett, and L. E. Brennan, "Rapid convergence rate in adaptive arrays", IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol. 10, no. 6, pp. 853–863, Nov. 1974.
- 26. Y. L. Shi and P. L. Shui, "Target detection in high-resolution sea clutter via blockadaptive clutter suppression", IET Radar Sonar Navig., vol. 5, no. 1, pp. 48–57, May 2011.
- 27. D. Xiang, T. Tang, L. Zhao, and Y. Su, "Superpixel generating algorithm based on pixel intensity and location similarity for SAR image classification", IEEE Geosci. Remote Sens. Lett., vol. 10, no. 6, pp. 114–118, Dec. 2013.
- 28. R. Klemm, "Applications of space-time adaptive processing", IET, vol. 14, 2004.

- 29. S. Bidon, O. Besson, and J. Y. Tourneret, "Characterization of clutter heterogeneity and estimation of its covariance matrix", presented at the IEEE Radar Conf., 2008.
- 30. X. Zhang, Q. Yang, and W. Deng, "Weak target detection within the nonhomogeneous ionospheric clutter background of HFSWR based on STAP", Int. J. Antennas Propag., vol. 2013, Aug. 2013, Art. no. 382516.
- 31. Y. Wu, T. Wang, J. Wu, and J. Duan, "Training sample selection for space-time adaptive processing in heterogeneous environments", IEEE Geosci. Remote Sens. Lett., vol. 12, no. 4, pp. 691–695, Apr. 2015.
- 32. H. Li, W. Bao, J. Hu, J. Xie, and R. Liu, "A training samples selection method based on system identification for STAP", Signal Process., vol. 142, pp. 119–124, Jan. 2018.
- 33. J. Hu, J. Li, H. Li, K. Li, J. Liang, "A Novel Covariance Matrix Estimation via Cyclic Characteristic for STAP", IEEE Geosci. Remote Sens. Lett. 2020.
- 34. B. Tang, J. Tang, Y. Peng, "Detection of heterogeneous samples based on loaded generalized inner product method", Digital Signal Process., vol. 22, no. 4, pp. 605–613, Jul. 2012.
- 35. X. Yang, Y. Liu, T. Long, "Robust non-homogeneity detection algorithm based on prolate spheroidal wave functions for space-time adaptive processing", IET Radar, Sonar and Navigation, vol. 7, pp. 47–54, 2013.
- 36. X. Yang, Y. Liu, T. Long, "Cross-Spectral Metric Smoothing-Based GIP for Space-Time Adaptive Processing", IEEE Geosci. Remote Sens. Lett. 2018.
- 37. D. J. Rabideau, A. O. Steinhardt, "Improved Adaptive Clutter Cancellation through Data-Adaptive Training", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems Vol. 35, No. 3, 1999.
- Z. Yang, X. Li, H. Wang, and R. Fa, "Knowledge-aided STAP with sparse-recovery by exploiting spatio-temporal sparsity", IET Signal Process., vol. 10, no. 2, pp. 150–161, Apr. 2016.
- 39. G. Sun, Z. He, J. Tong, and X. Zhang, "Knowledge-aided covariance matrix estimation via Kronecker product expansions for airborne STAP", IEEE Geosci. Remote Sens. Lett., vol. 15, no. 4, pp. 527–531, Apr. 2018.
- 40. Z. Yang, X. Li, H. Wang, and W. Jiang, "On clutter sparsity analysis in space-time adaptive processing airborne radar", IEEE Geosci. Remote Sens. Lett., vol. 10, no. 5, pp. 1214–1218, Sep. 2013.

- 41. F. Tao, T. Wang, J. Wu, and Y. Su, "A knowledge aided SPICE space time adaptive processing method for airborne radar with conformal array", Signal Process., vol. 152, pp. 54–62, Nov. 2018.
- 42. X. Zhu, J. Li, and P. Stoica, "Knowledge-aided space-time adaptive processing", IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol. 47, no. 2, pp. 1325–1333, Apr. 2011.
- Y. Tong, T. Wang, and J. Wu, "Improving EFA-STAP performance using persymmetric covariance matrix estimation", IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol. 51, no. 2, pp. 924–936, Apr. 2015.
- 44. J. Hu, C. Jian, C. Zhuo, H. Li, and J. Xie, "Knowledge-aided ocean clutter suppression method for sky-wave over-the-horizon radar", IEEE Geosci. Remote Sens. Lett., vol. 15, no. 3, pp. 355–358, Mar. 2018.
- 45. S. D. Blunt, K. Gerlach, M. Rangaswamy, "STAP using knowledge-aided covariance estimation and the FRACTA algorithm", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 42, pp.1043—1057, 2006.
- 46. J. S. Bergin, "Improved clutter mitigation performance using knowledge-aided spacetime adaptive processing", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2006.
- 47. R. Fa, R.C. De Lamare, V. H. Nascimento, "Knowledge-aided STAP algorithm using convex combination of inverse covariance matrices for heterogeneous clutter", Proc. IEEE Int. Conf. Acoust. Speech and Signal Process., pp. 2742–2745, 2010.
- A.D. Maio, G. Foglia, A. Farina, "Knowledge-aided covariance matrix estimation: a MAXDET approach", IET Radar Sonar Navig., pp. 341–356, 2009.
- 49. E. Conte, "Design and analysis of a knowledge-aided radar detector for Doppler processing", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2006.
- 50. W.L. Melvin, G.A. Showman, "An approach to knowledge-aided covariance estimation", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems 2006.
- 51. J. S. Bergin, "STAP with knowledge-aided data pre-whitening", IEEE Radar Conference, 2004.
- 52. M.C. Wicks, "Space-time adaptive processing: A knowledge based perspective of airborne radar", IEEE Signal Processing Magazine, 2006.
- 53. R. Adve, T. B. Hale, M.C. Wicks, "Knowledge based adaptive processing for ground moving target indication", Digital Signal Processing, 2007.
- 54. R. Dong, B. Zheng, "Direct Data Domain STAP Algorithm for Airborne Radar Application", IEEE, 2001.

- 55. T. K. Sarkar, J. Koh, R. Adve, R.A. Schneible, M. Wicks, S. Choi, M. Salazar-Palma,
  "A pragmatic Approach to Adaptive Antennas", IEEE Antennas and Propagation, Vol. 42, No. 2, pp. 39-55, 2000.
- S. Burintramart, T.K. Sarkar, Y. Zhang, M. Wicks, "Performance comparison between statistical-based and direct data domain STAPs", Digital Signal Processing, vol. 17, no. 4, pp. 737–755, 2007.
- 57. R.S. Adve, T.B. Hale, M. Wicks, "A Two Stage Hybrid Space-Time Adaptive Processing Algorithm", Proc. of the 1999 IEEE Radar Conf., pp. 279-284, 1999.
- 58. T. K. Sarkar, N. Sangruji, "An adaptive nulling system for a narrow-band signal with a look-direction constraint utilizing the conjugate gradient method," IEEE Transactions on Antennas & Propagation, 37(7), pp.940-944, 1989.
- 59. W. Choi, T.K. Sarkar, H. Wang, E. L. Mokole, "Adaptive processing using real weights based on a direct data domain least squares approach", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 54, no. 1, pp. 182–191, 2006.
- 60. K. Sun, Y. Meng, Y. Wang, X. Wang, "Direct data domain STAP using sparse representation of clutter spectrum", Signal Processing, vol. 91, no. 9, pp. 2222–2236, 2011.
- 61. J.T. Carlo, T.K. Sarkar, M. Wicks, "A Least Squares Multiple Constraint Direct Data Domain Approach for STAP", 2003 Radar Conference, pp. 431-438, 2003.
- 62. M. Li, G. Sun, Z. He, "Direct Data Domain STAP Based on Atomic Norm Minimization", 2019 IEEE Radar Conference, 2019.
- 63. L. L. Scharf, B. Friedlander, "Matched subspace detectors," IEEE Transactions on signal processing, vol. 42, no. 8, pp. 2146–2157, 1994.
- 64. T. K. Sarkar, S. Nagraja, M.C. Wicks, "A deterministic direct data domain approach to signal estimation utilizing non uniform and uniform 2D arrays", Dig. Sig. Proc., Vol. 8, pp. 114-125, 1998.
- 65. D. Cristallini, W. Bürger, "A robust direct data domain approach for STAP", IEEE Trans. on Sig. Proc., Vol. 60, No. 3, pp. 1283-1294, 2012.
- 66. D. Cristallini, "Exploiting robust direct data domain STAP for GMTI in very high resolution SAR", IEEE RADAR 2012, pp. 348-353, 2012.
- 67. H. Jeon, Y. Chung, W. Chung, "Clutter covariance matrix estimation using weight vectors in Knowledge-aided STAP", IET Electronics Letters, 2017.

- 68. H. Peng, Y. Sun, Y. Xiaopeng, "Robust knowledge-aided sparse recovery STAP method for non-homogeneity clutter suppression", The Journal of Engineering, 2019.
- 69. S. Satyabrata, "Low-rank matrix decomposition and spatio-temporal sparse recovery for STAP radar", IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2015.
- Z. Ma, Y. Liu, H. Meng, "Jointly sparse recovery of multiple snapshots in STAP", 2013 IEEE Radar Conference, 2013.
- 71. K. Duan, Z. Wang, W. Xie, "Sparsity-based STAP algorithm with multiple measurement vectors via sparse Bayesian learning strategy for airborne radar", IET Signal Processing, 11(5): 544-553, 2017.
- 72. Y. Guo, G. Liao, W. Feng, "Sparse representation-based algorithm for airborne radar in beam-space post-Doppler reduced-dimension space-time adaptive processing", IEEE Access, 5: 5896-5903, 2017.
- 73. W. Zang, "Reduced dimension STAP based on sparse recovery in heterogeneous clutter environments", IEEE Trans. on Aerospace and Electronics Systems, 2019.
- 74. J. Chen, X. Huo, "Theoretical results on sparse representations of multiplemeasurement vectors", IEEE Trans. on Signal Processing, 2006.
- 75. P. Knee, "Sparse representations for Radar with MATLAB. Examples", Morgan & Claypool, 2012.
- 76. W. Feng, Y. Zhang, "MMV-JSR based STAP method using MIMO radar", IEICE Communications Express, Vol. 5, No. 6, 2016.
- 77. A. Ślesicka, A. Kawalec, "An Application of the Orthogonal Matching Pursuit Algorithm in Space-Time Adaptive Processing", Sensors, Vol. 20, No.12, 2020.
- E. Candes, J. Romberg, T. Tao, "Stable Signal recovery from incomplete and inaccurate measurements", Communications on Pure and Applied Mathematics, Vol.59, No.8, 2006.
- E.J. Candes, M.B. Wakin, M.B., "An Introduction To Compressive Sampling,", Signal Processing Magazine, IEEE, Vol. 25, No.2, 2008.
- 80. A. Ślesicka, A. Kawalec, "Analiza porównawcza algorytmów adaptacyjnego przetwarzania przestrzenno-czasowego w zastosowaniach radiolokacyjnych" Biuletyn WAT 2020; 69 (2): 129-147.
- 81. A. Ślesicka, A. Kawalec, "The performance of a linear STAP processor for radar signal processing", IEEE 2020 21st International Radar Symposium (IRS).

- 82. P. Samczyński, G. Pietrzyk, K. Kulpa, "Non-iterative autofocus algorithm for GMTI sigma-delta STAP processing ", Proc. SPIE. 7502, Photonics Applications in Astronomy, Communications, Industry, and High-Energy Physics Experiments 2009.
- S. U. Pillai, Y. L. Kim, and J. R. Guerci, "Generalized forward/backward subaperture smoothing techniques for sample starved STAP", IEEE Trans. Signal Process., vol. 48, no. 12, pp. 3569–3574, Dec. 2000.